UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE APOIO À PESQUISA
PROGRAMA INSTITUCIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

Utilização e Desenvolvimento de Recursos Multimídia para o Ensino de Geometria

Bolsista: Edisa Santos de Oliveira-CNPq

Manaus
2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE APOIO À PESQUISA
PROGRAMA INSTITUCIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

RELATÓRIO FINAL
PIB - E/0033/2011
Utilização e Desenvolvimento de Recursos Multimídia para o Ensino de Geometria

Bolsista: Edisa Santos de Oliveira-CNPq

Orientador: Prof. Disney Douglas de Lima Oliveira

Manaus
2012

Resumo do Relatório

O projeto propõe o reconhecimento do histórico e das funções do *software* GeoGebra, a resolução de questões matemáticas referentes à geometria e a elaboração de material pedagógico contendo atividades geométricas construídas por meio das ferramentas do *software*.

Lista de Figuras

Sumário

Introdução

O ensino de Geometria no curso de licenciatura em matemática da UFAM não tem tido grandes modificações, nos últimos anos junto ao quadro e o giz foi acrescentado no máximo o uso de aplicativos de apresentação como, por exemplo, o *Power Point* , mas isso pode ser mudado com a utilização de *software* de geometria dinâmica visto que os alunos podem visualizar os principais resultados de geometria e realizar cálculos de maneira rápida e fácil. O estudo consiste na análise de um desses *software* gratuitos chamado Geogebra, para o ensino de Geometria e que também pode ser usado para Álgebra. O *software* em questão, é composto por várias ferramentas que permitem construir figuras geométricas das mais simples as mais complexas, composto por uma interface bem apresentável, didática e intuitiva. Além das vantagens relacionadas ao fator conteúdo, este *software* incentiva a criatividade e a descoberta de novas formas de construções geométricas, além de oferecer recursos para os estudos de conteúdos matemáticos relacionados também à Álgebra e ao Cálculo. De modo geral o projeto consiste na elaboração de material multimídia através do *software* Geogebra, e um caderno de atividades que posteriormente poderão ser usados como material de ensino na disciplina de Geometria I do Departamento de Matemática da UFAM.

Objetivos

0.1 Objetivo Geral:

Este projeto tem por objetivo desenvolver recursos multimídia utilizando o aplicativo livre Geogebra, para o ensino de Geometria I do Departamento de Matemática da UFAM. Serão desenvolvidas atividades baseadas nas aulas de Geometria I que darão origem a um roteiro de atividades que poderá ser utilizado em sala de aula ou no Laboratório de Ensino de Matemática.

0.2 Objetivo Específico:

*Analisar o uso do *Software* Geogebra;
*Propor atividades orientadas para o uso do mesmo;
*Elaborar um caderno pedagógico com estas atividades.

Metodologia

O projeto inicia-se com o estudo de Geometria, mais especificamente a geometria plana, onde são estudados os conceitos fundamentais da disciplina, sendo que o bolsista deve ser matriculado na disciplina Geometria I oferecida pelo Departamento de matemática da UFAM, para além de aprender a teoria, verificar o que pode ser implementado com a utilização do *software*, com a finalidade de se tornar uma atividade juntamente com a bibliografia indicada. Depois é necessário a análise do *Software* Geogebra suas funções e aplicabilidades, e posteriormente serão feitas atividades relacionadas a a disciplina no *software* e assim contruir os recursos multimídias que são o alvo deste projeto junto com o caderno de atividades.

Capítulo 1

Fundamentos Teóricos

Neste capítulo serão apresentados alguns dos tópicos de geometria plana para o desenvolvimento do projeto.

1.1 Desigualdade triangular

Em todo triângulo cada lado é menor que a soma dos outros dois

Se a,b e c são as medidas de um triângulo devemos ter as três condições abaixo:

$$a < b+c \qquad b<a+c \qquad c<a+b$$

1.2 Congruência de triângulos

Casos de congruência

A definição de congruência de triângulos dá 5 condições que devem ser satisfeitas para que dois triângulos sejam congruentes. Existem condições mínimas para que dois triângulos sejam congruentes. Estas condições são denominadas casos ou critérios de congruência.

1^o Caso (LAL)

Se dois triângulos têm ordenadamente congruentes dois lados e o ângulo compreendido entre esses dois lados, então eles são congruentes. Este caso é normalmente dado como postulado e indica que se dois triângulos têm ordenadamente congruentes dois lados e o ângulo compreendido entre estes dois lados, então o lado restante e os dois ângulos também são ordenadamente congruentes.

2^o Caso (ALA)

Se dois triângulos têm ordenadamente congruentes dois ângulos e o lado adjacente a esses ângulos, então eles são congruentes.

3^o Caso (LLL)

Se dois triângulos têm ordenadamente congruentes os três lados, então eles são congruentes.

4^o Caso (LAAo)

Se dois trângulos têm ordenadamente congruentes um lado, um ângulo adjacente e um ângulo oposto a esse lado, então eles são congruentes.

5^o Caso (Caso Especial)

Se dois triângulos retângulos têm ordenadamente congruentes um cateto e a hipotenusa, então eles são congruentes.

1.3 Semelhança de triângulos

Definição

Dois triângulos são semelhantes, se e somente se, possuem os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos proprocionais.

Casos de Semelhança de Triângulos

1^o Caso

"Se dois triângulos possuem dois ângulos ordenadamente congruentes, então eles são semelhantes.

2^o Caso

"Se dois lados de um triângulo são proporcionais aos homólogos de outro triângulo e os ângulos compreendidos são congruentes, então os triângulos são semelhantes."

3^o Caso

"Se dois triângulos têm os lados homólogo proporcionais então eles são semelhantes"

1.4 Paralelismo

Ângulos formados por uma reta transversal

Uma transversal t a duas retas paralelas r e s é uma reta que corta dois pontos distintos, determinando oito ângulos.

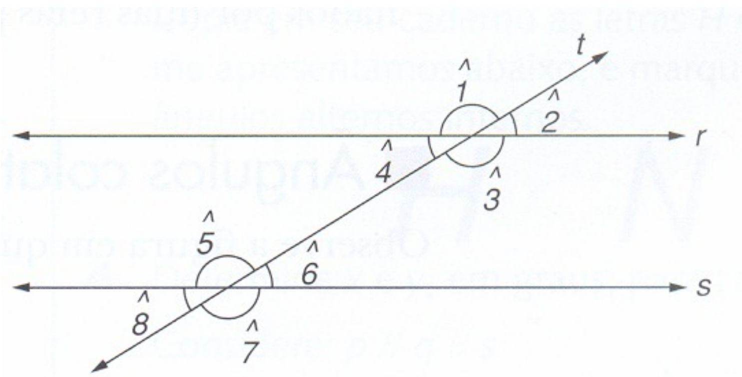

Figura 1.1: Feixe de retas

- Ângulos correspondentes: $\widehat{1}$ e $\widehat{5}$, $\widehat{2}$ e $\widehat{6}$, $\widehat{3}$ e $\widehat{7}$, $\widehat{4}$ e $\widehat{8}$
- Ângulos alternos: $\begin{cases} \text{internos: } \widehat{3} \text{ e } \widehat{5},\ \widehat{4} \text{ e } \widehat{6} \\ \text{externos: } \widehat{1} \text{ e } \widehat{7},\ \widehat{2} \text{ e } \widehat{8} \end{cases}$
- Ângulos colaterais: $\begin{cases} \text{internos: } \widehat{3} \text{ e } \widehat{6},\ \widehat{4} \text{ e } \widehat{5} \\ \text{externos: } \widehat{2} \text{ e } \widehat{7},\ \widehat{1} \text{ e } \widehat{8} \end{cases}$

Figura 1.2: ângulos correspondentes,alternos e colaterais

Os oito ângulos determinados por essas retas recebem nomes especiais, segundo a posição que ocupam. Esses ângulos são classificados em: correspondentes, alternos internos,alternos externos, colaterais internos e colaterais externos.

Soma dos ângulos de um triângulo

A soma dos ângulos de qualquer triângulo é igual a dois ângulos retos

$$\boxed{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ}$$

Figura 1.3: soma dos ângulos de um triângulo

1.5 Quadriláteros

Paralelogramos
Um paralelogramo é um polígono de quatro lados (quadrilátero) cujos lados opostos são iguais e paralelos. Por conseguinte, tem ângulos opostos iguais.

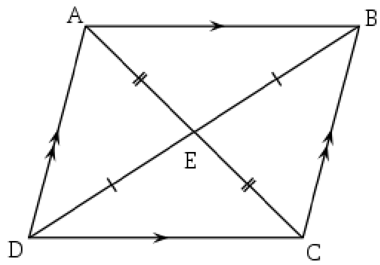

Figura 1.4: paralelogramo

Propriedades dos paralelogramos

1^o Os lados opostos de um paralelogramo são congruentes.
2^o Os ângulos opostos de um paralelogramo são congruentes.
3^o As diagonais de um paralelogramo se cruzam nos respectivos pontos médios.

1.6 Altura, bissetriz,mediana e mediatriz

Altura

Altura é um segmento de reta perpendicular a um lado do triângulo ou ao seu prolongamento, traçado pelo vértice oposto. Esse lado é chamado base da altura, e o ponto onde a altura encontra a base é chamado de pé da altura. O ponto de interseção das três alturas de um triângulo denomina-se ortocentro. No triângulo acutângulo, o ortocentro é interno ao triângulo; no triângulo retângulo, é o vértice do ângulo reto; e no triângulo obtusângulo é externo ao triângulo.

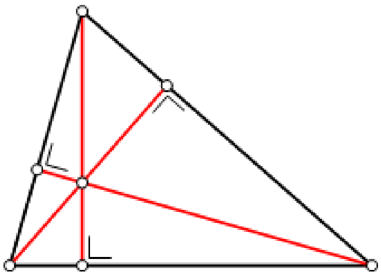

Figura 1.5: ortocentro

Bissetriz

A bissetriz interna de um triângulo corresponde ao segmento de reta que parte de um vértice, e vai até o lado oposto do vértice em que partiu, dividindo o seu ângulo em dois ângulos congruentes. Em um triângulo há três bissetrizes internas, sendo que o ponto de interseção delas chama-se incentro. O círculo que tem o incentro como centro e é tangente aos três lados do triângulo é denominado círculo inscrito.

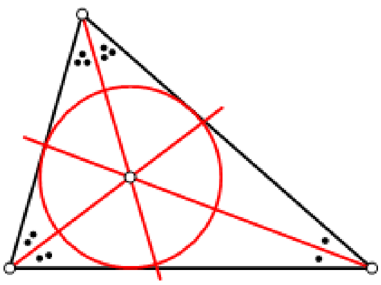

Figura 1.6: incentro

Mediana

Mediana é o segmento de reta que une cada vértice do triângulo ao ponto médio do lado oposto. A mediana relativa à hipotenusa em um triângulo retângulo mede metade da hipotenusa. O ponto de interseção das três medianas é o baricentro ou centro de gravidade do triângulo. O baricentro divide a mediana em dois segmentos. O segmento que une o vértice ao baricentro vale o dobro do segmento que une o baricentro ao lado oposto deste vértice. No triângulo equilátero, as medianas, mediatrizes, bissetrizes e alturas são coincidentes. No isósceles, apenas as que chegam ao lado diferente, no escaleno, nenhuma delas. Ainda para o triângulo Isósceles, vale ressaltar que a formação da bissetriz, coincidindo com o ponto médio de sua base, divide três semi-retas iguais, as quais são percebidas com a inscrição do círculo formado pelo incentro da bissetriz, onde há duas semi-retas, as quais serão o raios do círculo, sendo assim, dividindo-se em três partes iguais a altura do triângulo (que também coincide com a mediana e a bissetriz, cada $\frac{1}{3}$,, explicam-se as relações de a semi-reta que parte do ponto central do círculo até o lado do triângulo valer o mesmo que o raio, isto é, $\frac{1}{3}$ e que o resto até o vértice oposto a esse lado valer $\frac{2}{3}$.

Síntese para o triângulo isósceles, propriedade baricentro: semi-retas divididas em dois segmentos, sendo que um é o dobro do outro. Entende-se portanto no triângulo isósceles que se uma parte vale $\frac{1}{3}$ a outra valerá o dobro:$\frac{2}{3}$

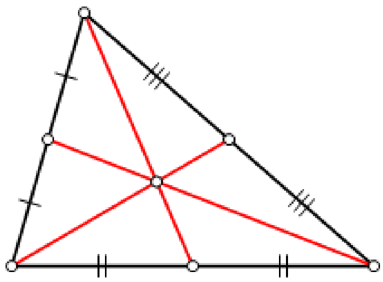

Figura 1.7: baricentro

Mediatriz

A mediatriz é a reta perpendicular a um lado do triângulo, traçada pelo seu ponto médio. As três mediatrizes de um triângulo se encontram em um único ponto, o circuncentro, que é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo, que passa pelos três vértices do triângulo. O diâmetro dessa circunferência pode ser achado pela lei dos senos.

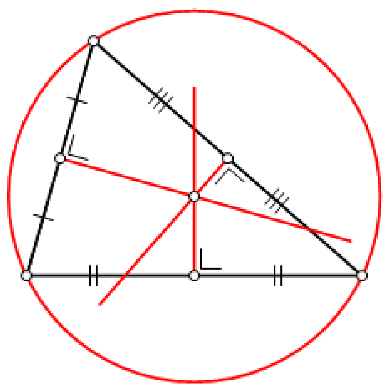

Figura 1.8: circuncentro

1.7 Teorema de Tales

O Teorema de Tales pode ser determinado pela seguinte lei de correspondência: "Feixes de retas paralelas cortadas ou intersectadas por segmentos transversais formam segmentos de retas proporcionalmente correspondentes".

Para compreender melhor o teorema observe o esquema representativo a seguir:

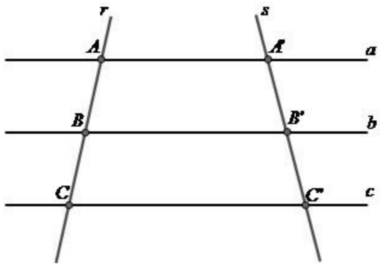

Figura 1.9: feixe de retas paralelas cortadas por segmentos transversais

Pela proporcionalidade existente no Teorema, temos a seguinte situação:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'} \tag{1.1}$$

1.8 Teorema de Pitágoras

O teorema de Pitágoras é uma relação matemática entre os três lados de qualquer triângulo retângulo. Na geometria euclidiana, o teorema afirma que: "Em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos."

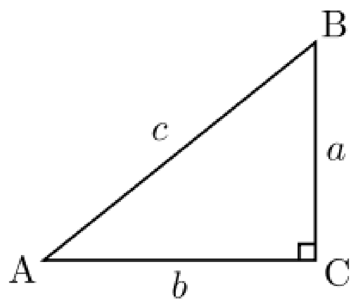

Figura 1.10: triângulo retângulo

Sendo c o comprimento da hipotenusa e a e b os comprimentos dos catetos, o teorema pode ser expresso por meio da seguinte equação:

$$c^2 = a^2 + b^2 \tag{1.2}$$

1.9 Comprimento da circunferência

Na geometria euclidiana, uma circunferência é o lugar geométrico dos pontos de um plano, que distam (raio) de um ponto fixo (centro). A extensão da circunferência, ou seja, seu perímetro , pode ser calculada através da equação (sendo r o raio):

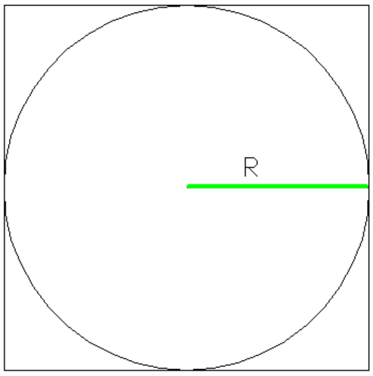

Figura 1.11: circunferência

$$c = 2\pi r \tag{1.3}$$

1.10 Área de figuras planas

Expressões da área do triângulo

1^o Em função dos lados e respectivas alturas:

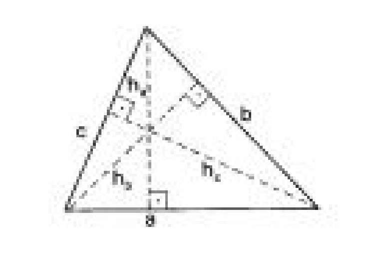

Figura 1.12: expressao1

$$S = \frac{1}{2}ah_a \text{ , } S = \frac{1}{2}bh_b, S = \frac{1}{2}ch_c$$

2^o Área do triângulo em função dos lados.

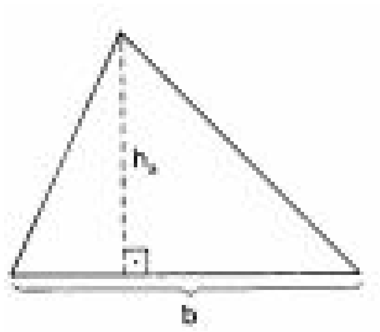

Figura 1.13: expressao2

Dados: a,b, c e com $p = \frac{a+b+c}{2}$,temos:

$$S = \frac{1}{2}ah$$

$$\Longrightarrow S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

3^o Área do triângulo em função dos lados e do raio r da circunferência inscrita.

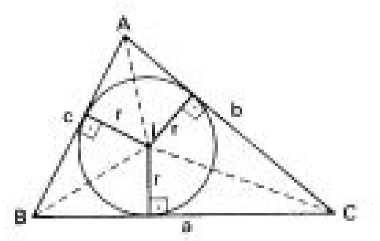

Figura 1.14: expressao3

$$
\begin{aligned}
S = S_{ABC} &= S_{IBC} + = S_{IAC} + = S_{IAB} \\
&= \frac{ar}{2} + \frac{br}{2} + \frac{cr}{2} = \frac{a+b+c}{2} r \\
&\Longrightarrow S = pr
\end{aligned}
$$

4^o Área do triângulo em função dos lados e do raio R da circunferência circunscrita.

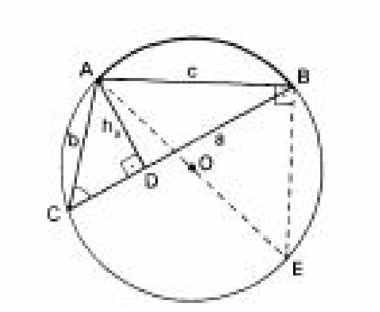

Figura 1.15: expressao4

$$S = \frac{abc}{4R}$$

5^o Área do triângulo em função de dois lados e do seno do ângulo compreendido.

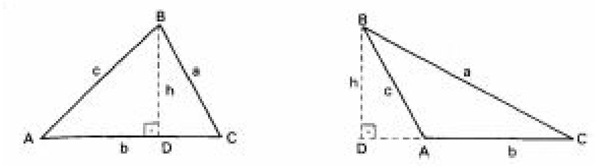

Figura 1.16: expressao5

$$S = \frac{1}{2} bcsen(A)$$

ou

$$S = \frac{1}{2}acsen(B)$$

ou

$$S = \frac{1}{2}absen(C)$$

Conclusão

Este relatório foi elaborado com base nos dados adquiridos na primeira e na segunda parte do desenvolvimento do projeto. O bolsista participou do curso de Geometria I oferecido pelo Departamento de Matemática no segundo semestre de 2011 , obtendo aprovação com média 8,34. Foram realizadas atividades seguindo o livro texto de Geometria I que são compostas de material multimídia. aplicativo feito no *software* Geogebra, e de um roteiro de atividades. Este material estará disponível no site://geogebrapibic2012.wordpress.com

Resultados e Discussões

Verificamos que o *Software* Geogebra tem grande potencial para o ensino de geometria plana, sendo possível realizar inúmeras atividades em sala de aula tanto no que diz respeito a demonstrações quanto na resolução de exercícios. Com o material produzido neste projeto pretendemos incorporar nos próximos cursos de Geometria I a utilização do *software* bem como a inserção de exercícios que sejam resolvidos com a utilizazção do mesmo, tais propostas pretendem melhorar a compreenssão dos conhecimentos da disciplina Geometria I oferecida pelo Departamento de Matemática da Universidade Federal do Amazonas.

Cronograma

Primeira Etapa / 2^o Semestre de 2011

Atividades	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Estudo de Geometria Plana	X	X			
Estudo dos principais recursos do aplicativo Geogebra			X	X	
Elaboração de Material Multimídia					X

Segunda Etapa / 1^o Semestre de 2012

Atividades	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul
Elaboração de Material Multimídia	X	X	X	X	X	X	
Elaboração do Resumo e Relatório Final						X	X

Referências Bibliográficas

[1] LIMA, Elon Lages
Álgebra Linear. (Coleção Matemática Universitária, IMPA, 2009)

[2] BARBOSA, J. L. M.
Geometria Euclidiana Plana.Coleção do Professor de Matemática,Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro:IMPA/VITAE,1995

[3] ARAÚJO, Luis Cláudio Lopes de Nóbrega,Jorge Cássio Costa.
Aprendendo Matemática com Geogebra. Ed. Exato, são Paulo, 2010

[4] BALDIN,Y.Y.;VILLAGRAG.A.
Atividades com Cabri-Géomètre II para cursos de Licenciatura em Matemática e Professores do Ensino Médio.são Paulo,SP:INEP,2002

[5] FETISSOV,A.I.
A demosntração em Geometria.Atual Editora Ltda, são Paulo, 1997

[6] EVES, Howard.
Introdução à História da Matemática. Campinas:Unicamp:2004.

[7] FELÍCIO,Amarildo;GUIZZO,Maria Albertina.SOFTWARE GEOGEBRA: USO DIDÁTICO NAS AULAS DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCACIONAL DAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.Criciúma, SC,2009

[8] ALBUQUERQUE,Luciane de.O USO DO PROGRAMA GEOGEBRA NO ENSINO DE GEOMETRIA PLANA E 5ª A 8ª SÉRIES DO ENSINO FUNDAMENTAL DAS ESCOLAS PÚBLICAS ESTADUAIS DO PARANÁ.Curitiba,PR, 2008

[9] GEOGEBRA.
Manaual do Usuário. http://www.geogebra.at/