

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE APOIO A PESQUISA  
PROGRAMA INSTITUCIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

Medidas de Fase de Gouy em Lasers Convencionais

Bolsista: Caio Júlio César Lima Barroso, FAPEAM

PIB-E/0245/2012

Orientador: Professor Doutor Eduardo Adriano Cotta

Manaus

2013

Todos os direitos desse relatório estão reservados à Universidade Federal do Amazonas, Financiada pelo Fundo de Amparo à Pesquisa do Amazonas. Este relatório só pode ser reproduzido para fins acadêmicos ou científicos.

## **Prefácio**

melhorar o  
texto para  
garantir as  
bases.

No relatório final estão sendo mostrados conceitos relacionados ao projeto, e como ele foi desenvolvido. Também mostrar o desenvolvimento do projeto científico, explicando detalhadamente os processos de pesquisa e conclusões tiradas até o momento. O embasamento teórico, a metodologia para realizar as pesquisas, os métodos experimentais são apresentados para acompanhar o que foi proposto na parte teórica da pesquisa. Por fim mostrar os resultados e conclusões que foram tirados até agora por meio das experimentações e pesquisas teóricas.

## Resumo

A fase de Gouy pode ser obtida usando uma cavidade óptica tipo Fabry-Perot. É através dela que se consegue obter a fase que determina as propriedades quânticas de sua fonte de luz. Ele será capaz de registrar o espectro da luz e analisar suas principais propriedades, tais como: a amplitude e fase do feixe incidente.

Devido à natureza dos campos magnéticos e elétricos serem complexas, não é possível determiná-los com exatidão, uma vez que os fotodetectores registram o módulo do quadrado deste campo (intensidade), fazendo com que informações sobre a fase do campo sejam perdidas na medida.

A única forma de se obter informações sobre a fase do campo é através de medidas indiretas utilizando interferômetros ópticos. Neste caso particular, o melhor interferômetro a ser usado é o de Fabry-Perot. Tal aparato é constituído basicamente de dois espelhos paralelos entre si, na qual um deles é fixo, e o outro é colado sobre um deslocador piezoelétrico (PZT), que é acoplado a um gerador de funções que aplicará um sinal que irá induzir um deslocamento linear do espelho móvel. O feixe de luz transmitido é registrado por um fotodetector que está ligado a um osciloscópio na qual poderemos registrar a intensidade transmitida pela cavidade. Fixando-se um dos espelhos e movendo o segundo, podemos fazer uma varredura na cavidade induzindo uma mudança de fase acumulada pelo feixe. Assim, para determinados comprimentos da cavidade, poderemos encontrar um máximo de transmissividade.

O princípio de funcionamento de uma cavidade óptica parte da superposição de múltiplos feixes, uma vez que o feixe incidente pode ser refletido múltiplas vezes pelos espelhos que compõem a cavidade antes de sair dela, filtrando somente os modos cujo o comprimento sejam iguais ao múltiplo da metade do comprimento de onda incidente.

Através destes estudos pôde-se analisamos o funcionamento de uma cavidade óptica, além de um estudo em simulação dos elementos que são tratados teoricamente e posteriormente comprovar tudo o que está sendo estudado experimentalmente.

## Abstract

The Gouy phase can be obtained using an optical cavity Fabry -Perot type. It is through them that we obtain the phase that determines the quantum properties of a light source. It's able to record the spectrum of light and analyze its main properties, such as the amplitude and phase of the incident beam.

Due to the complex nature of the electric and magnetic fields, its not possible to accurately determine it, since the photodetectors register the module square of the fields (intensity), so the information about the phase of the field are lost in the measurement.

The only way to obtain information about the phase of the field is through indirect measurements using optical interferometers. In this particular case, the best interferometer to be used is the Fabry- Perot. Your apparatus consists basically of two parallel mirrors with each other, in which one is fixed and the other is positioned on a displacer piezoelectric (Lead-Zirconate-Titanate: PZT), which is connected to a function generator which applies a signal which will induce a linear displacement in the movable mirror. The transmitted light beam is recorded by a photodetector which is connected to an oscilloscope on which can register the intensity transmitted by the cavity. Thus, we can do a cavity scan inducing a phase shift accumulated by the beam. So, for certain lengths of the cavity, we can find a maximum transmissivity .

The principle of operation of an optical cavity of the superposition of multiple beams , since the incident beam may be reflected multiple times by mirrors that form the cavity before exiting it, filtering only modes whose length being equal to a multiple of half the wavelength of the incident.

Through these studies it was possible to analyze the operation of an optical cavity, and a simulation study of the elements that are treated theoretically and further substantiate everything that is being studied experimentally .

### **Lista de Figuras**

Figura 2: Modelo Esquemático do Interferômetro de Fabry Perot -----	12
Figura 3: Interferência entre dois espelhos -----	15
Figura 4 - Interferência de Múltiplos Feixes -----	16

### **Lista de Gráficos**

Gráfico 1: Função de Transmissão versus Diferença de Fase -----	12
---	----

## Sumário

1.0 Objetivo	5
2.0 Introdução	6
3.0 Desenvolvimento	8
3.1 Fundamento Teórico	8
3.2 Metodologia	9
3.3 Resultados e discussões	10
3.3.1 Calculo da diferença de fase entre dois feixes consecutivos	11
3.3.2 Interferência de Múltiplos Feixes	13
3.3.3 Fase de Gouy	13
4.0 Conclusão	15
Referências	16

## 1 - Objetivo

O objetivo do projeto é determinar a fase de Gouy por meios interferométricos, onde são necessários conhecimentos sobre a cavidade óptica Fabry-Perot. Sabendo o funcionamento do mesmo, é criada a possibilidade de se construir e calibrar este sistema, que é capaz de registrar o espectro da luz e analisar suas principais propriedades, tais como: a amplitude e fase do feixe incidente.

## 2 - Introdução

Devido à natureza das amplitudes dos campos Elétrico e Magnético serem complexas, estes não podem ser determinados com exatidão através de fotodetectores, uma vez que eles registram somente parâmetros reais. Os fotodetectores registram o módulo ao quadrado deste campo (intensidade), fazendo com que informações sobre a fase do campo sejam perdidas na medida. O princípio de funcionamento de uma cavidade óptica parte da sobreposição de múltiplos feixes, uma vez que o feixe incidente pode ser refletido múltiplas vezes pelos espelhos que compõem a cavidade antes de sair dela.

A única forma de se obter informações sobre a fase do campo é através de medidas indiretas utilizando interferômetros ópticos. Neste caso particular, o melhor interferômetro a ser utilizado é o interferômetro Fabry-Perot, ele é constituído de dois espelhos esféricos. Deslocando-se um dos espelhos, é causada uma mudança de fase no feixe, quando isso acontece, em certos comprimentos da cavidade, encontramos um máximo de transmissividade  $T$ , que corresponde a função de Transmissão, tal equação será demonstrada nos próximos tópicos. Ela é escrita dessa forma.

$$T = \frac{1}{1 + F \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

A variação de irradiância no padrão de franjas do Fabry-Perot é uma diferença de fase ou diferença de caminho óptico chamado perfil de franja.

Sendo  $F = 4R^2/(1 - R^2)^2$ , chamado de Finesse.

A partir da curva de transmitância, temos que a Transmitância máxima representada aqui por  $T_{MÁX} = 1$ , que ocorre quando  $\sin\frac{\delta}{2} = 0$ , e, conseqüentemente,  $T_{MIN} = 1/(1 + F)$  quando  $\sin\frac{\delta}{2} = \pm 1$

A figura 1 mostra o comportamento de  $T$  quando variamos  $\delta$ , para diferentes valores de  $R$ . Quando determinados comprimentos da cavidade poderemos encontrar tanto valores máximos para a transmitância que são dados por  $T = T_{MÁX} = 1$  em  $\delta = m(2\pi)$ , quantos valores mínimos, que são dados por  $T = T_{MIN} = 1/(1 + F)$  em  $\delta = (m + \frac{1}{2})2\pi$ , para os modos de transmitância mínima.

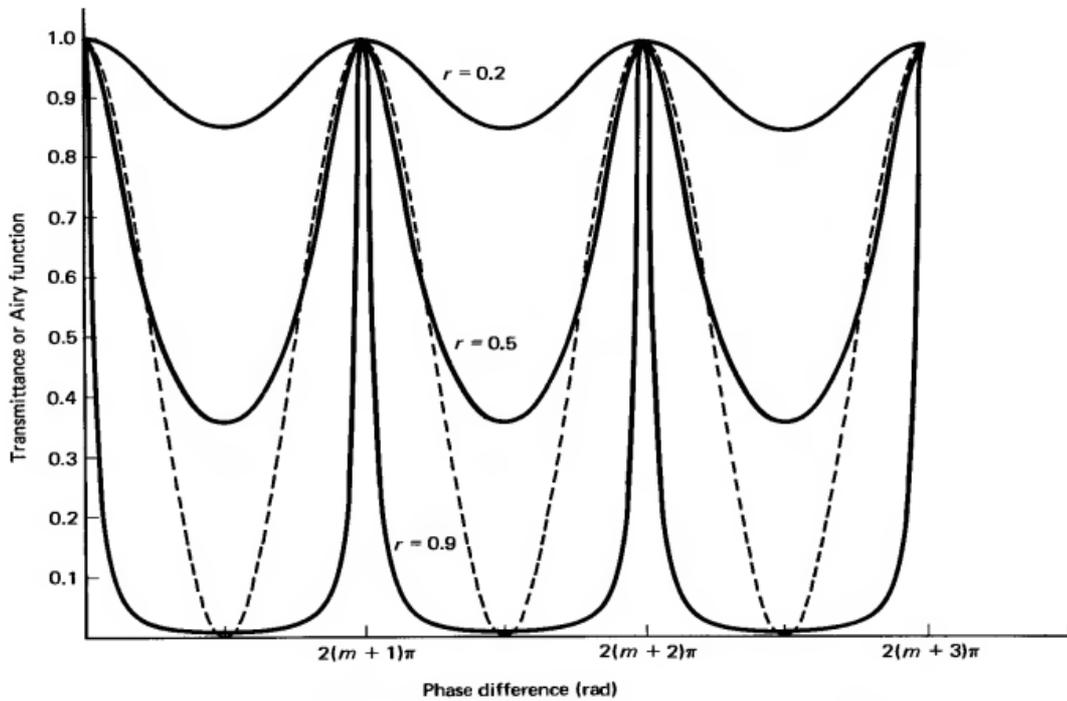


Figura 1- Perfil de Franja Fabry-Perot, gráfico da função de transmitância pela diferença de fase[1].

O dispositivo possui ajustes verticais e horizontais para controlar o alinhamento do feixe na cavidade, através de um deslocador piezoelétrico que quando submetido a uma diferença de potencial que deforma algumas centenas de nanômetros.

Também será acoplado um fotodetector, que, através do seu sinal que será transmitido à um osciloscópio ao qual podemos registrar a intensidade transmitida pela cavidade óptica. Obviamente ele é um instrumento óptico cujo funcionamento está baseado fundamentalmente no fenômeno de interferência da luz e nas reflexões múltiplas que ocorrem no espaço entre as lentes, visto que podemos calcular a intensidade e fase da luz resultante através da soma dos campos transmitidos e refletidos na cavidade.

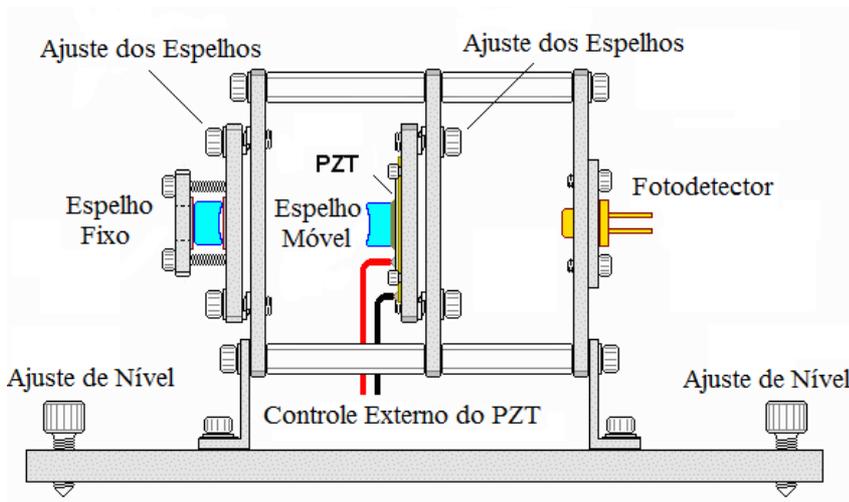


Figura 2 - Desenho Esquemático do Interferômetro Fabry-Perot .

### 3 – Desenvolvimento

#### 3.1 - Fundamento Teórico

O desenvolvimento das pesquisas deram início com a proposta de que pra determinar a fase de Gouy, o primeiro passo a ser dado era construir o interferômetro Fabry-Perot. Para desenvolver esse aparato, primeiramente é necessário obter através de pesquisas bibliográficas, conhecimentos a respeito do funcionamento de uma cavidade óptica e como um feixe de luz se comporta dentro dela, além disso foram necessários conhecimentos também de interferência entre películas dielétricas para exprimir alguns conceitos básicos que serão mostrados no decorrer do desenvolvimento do projeto. Além disso, foram estudados os conceitos relacionados a fase de Gouy de forma quantitativa.

#### 3.2 – Metodologia

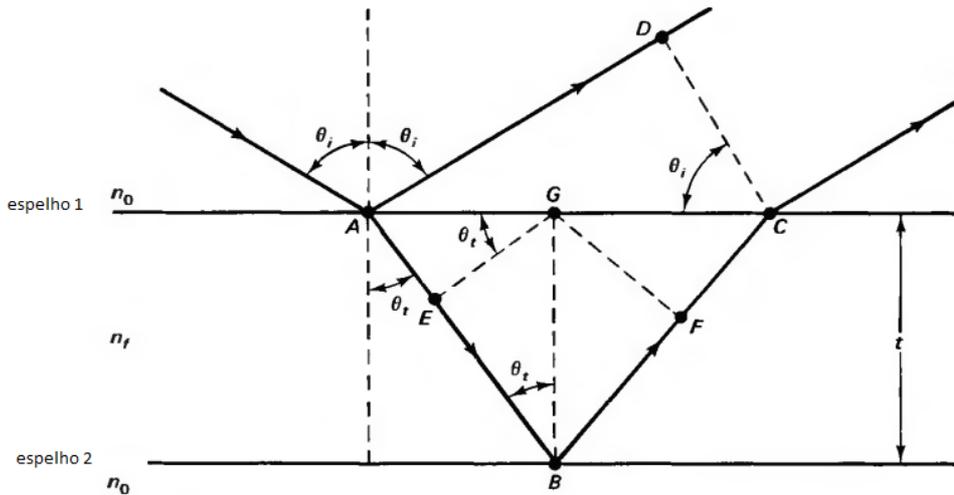
Os estudos foram realizadas de modo que pudessem ser desenvolvidos conceitos teóricos que pudessem ser simulados em forma computacional e em experimentação, possibilitando uma visão dos conceitos em vários parâmetros para assim obter maior compreensão dos temas abordados.

#### 3.3 Resultados e Discussões

##### 3.3.1 Cálculo da diferença de fase entre feixes consecutivos.

A figura 3 mostra um feixe de luz incidente sobre a superfície do espelho em A, que se divide em porções refletida e transmitida. Esta separação da luz original e sua recombinação é chamada de interferência. O feixe transmitido no ponto A reflete novamente no espelho de interface B e deixa a mesma no ponto C, na mesma direção que o feixe refletido em A. Parte do feixe pode refletir internamente novamente em C e continuar a produzir múltiplos feixes paralelos que emergem da superfície superior do espelho. A diferença de trajeto óptico é dada por,  $\Delta = n(AB + BC) = (2t)n$  onde t é o espaço entre os espelhos.

A diferença de fase nos pontos C e D, são alcançados, os feixes refletidos são paralelos e estão no mesmo meio, de modo que ocorre diferença de fase. Para ajudar no cálculo, o ponto G é mostrado a meio caminho entre A e C ao pé da altitude BG no triângulo isósceles ABC. Pontos E e F são determinados pela construção das perpendiculares GE e GF aos caminhos dos raios de AB e BC, respectivamente. A diferença de fase entre os feixes emergentes é dado por  $\Delta = n_f(AB + BC) - n_0(AD)$  onde  $n_f$  e  $n_0$  são os índices de refração são os índices de refração da película e externo respectivamente, como mostrado. É dividir as distâncias AB e BC em partes, resultando em  $\Delta = [n_f(AE + FC) - n_0AD] + n_f(EB + BF)$ .



**Figura 3 - Interferência da luz entre dois espelhos[1].**

Segundo a lei de Snell,  $n_0 \sin \theta_i = n_f \sin \theta_t$ , além disso  $AE = AG \sin \theta_t = \frac{AC}{2} \sin \theta_t$  e  $AD = AC \sin \theta_i$ . Juntando corretamente essas equações, nós temos:  $2AE = AC \sin \theta_t AD \left( \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} \right) = AD \left( \frac{n_0}{n_f} \right)$ , de modo que,  $n_0 AD = 2n_f AE = n_f (AE + FC)$ . Assim,  $\Delta = n_f (EB + BF) = 2n_f EB$ . Como  $EB = t \cos \theta_t$ , nós temos finalmente,  $\Delta = 2n_f t \cos \theta_t$ . A equação anterior representa a diferença de fase entre os feixes consecutivos.

### 3.3.2 - Interferência de Múltiplos Feixes

Considerando as múltiplas reflexões de um feixe de luz de amplitude  $E_0$  possuindo também um ângulo de incidência  $\theta_i$ , como mostrado na figura abaixo.

Os coeficientes de reflexão e transmissão de propagação externos são dados por  $r$  e  $t$  respectivamente e  $r'$  e  $t'$  para os meios internos.

Na amplitude de cada segmento é necessário incluir apropriadamente um desses coeficientes dependendo de que meio o feixe for se propagar. Os Múltiplos feixes paralelos se originam da parte superior e inferior da placa.

A interferência de múltiplos feixes ocorre quando qualquer um dos conjuntos está focado para um ponto por uma lente convergente, como se mostra a partir do conjunto dos feixes transmitidos.

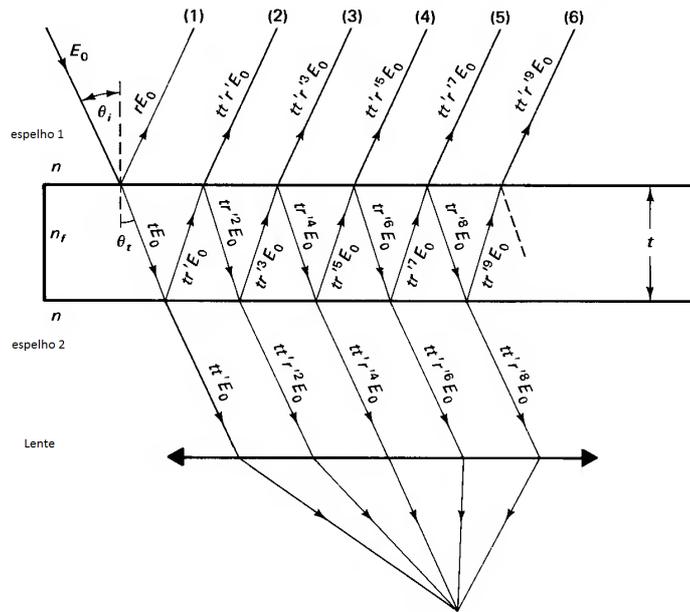


Figura 4 - Interferencia de Múltiplos Feixes[1].

Agora, considerando a superposição dos feixes refletidos através da parte superior da placa, temos que a diferença de fase entre os feixes consecutivos é dada por  $\delta = k\Delta$ , onde  $\Delta = 2n_f t \cos \theta_t$ .

De acordo com a figura 4,  $n_f$  representa o índice de refração da placa enquanto que  $t$  representa a sua espessura. Se o raio incidente é representado aqui por  $E_0 e^{i\omega t}$ , os raios, tanto transmitidos quanto refletidos que o sucedem, podem ter, tanto suas amplitudes quanto suas fases iniciais apropriadamente modificadas satisfazendo a propagação do feixe no decorrer do caminho óptico. Considerando agora apenas os raios que emergem da superfície da placa, podemos representa-los como,

$$E_1 = (rE_0)e^{i\omega t}, \quad E_2 = (tt'r'E_0)e^{i(\omega t - \delta)}, \quad E_3 = (tt'r'^3E_0)e^{i(\omega t - 2\delta)}, \quad E_4 = (tt'r'^5E_0)e^{i(\omega t - 3\delta)}, \quad \dots, \\ E_N = (tt'r'^{(2N-3)}E_0)e^{i[\omega t - (N-1)\delta]}$$

sendo  $E_N$  a amplitude do n-ésimo feixe transmitido na parte superior da cavidade óptica. Quando estas ondas são superpostas, por conseguinte, a resultante da soma se torna  $E_R$ , e pode ser escrita como:

$$E_R = \sum_{N=1} E_N = (rE_0)e^{i\omega t} + \sum_{N=2} tt'E_0 r'^{(2N-3)} e^{i[\omega t - (N-1)\delta]}$$

Simplificando a equação anterior, teremos:

$$E_R = E_0 e^{i\omega t} \left[ r + tt'r' e^{-i\delta} \sum_{N=2}^{\infty} r'^{(2N-4)} e^{-i(N-2)\delta} \right]$$

o somatório estar agora sob a forma de uma série geométrica

$$\sum_{N=2}^{\infty} x^{N-2} = 1 + x + x^2 + \dots$$

Desde  $|x| < 1$ , a série converge para a soma  $S = 1/(1 - x)$ , Assim

$$E_R = E_0 e^{i\omega t} \left[ r - \frac{(1 - r^2) r e^{-i\delta}}{1 - r^2 e^{-i\delta}} \right]$$

Depois, simplificando  $E_R = E_0 e^{i\omega t} \left[ \frac{r(1 - e^{-i\delta})}{1 - r^2 e^{-i\delta}} \right]$

A irradiância,  $I_R$ , do feixe resultante é proporcional à multiplicação da sua amplitude,  $E_R$ , com o seu conjugado, de modo que o resultado fica de tal forma:

$$[E_R]^2 = E_0^2 r^2 \left[ \frac{e^{i\omega t} (1 - e^{-i\delta})}{1 - r^2 e^{-i\delta}} \right] \left[ \frac{e^{-i\omega t} (1 - e^{i\delta})}{1 - r^2 e^{i\delta}} \right]$$

Usando a identidade:  $2 \cos \delta \equiv (e^{-i\delta} + e^{i\delta})$ . Então, em termos de irradiância, teremos

$$I_R = \left[ \frac{2r^2(1 - \cos \delta)}{1 + r^4 - 2r^2 \cos \delta} \right] I_i$$

Finalmente, obtendo também a irradiância transmitida. Necessariamente essa é a equação de transmissão. Escrita compactamente, fica dessa forma,  $T = \frac{1}{1 + F \sin^2(\frac{\delta}{2})}$

Necessariamente essa é a equação de transmissão. Escrita compactamente, fica dessa forma,  $T = \frac{1}{1 + F \sin^2(\frac{\delta}{2})}$

### 3.3.3 – A Fase de Gouy

A fase de Gouy pode ser definida como sendo a fase relativa entre um estado que sofreu um confinamento espacial transverso, por focalização ou por difração através de pequenas aberturas, em relação a um dado estado de referência que se propaga na mesma direção. Se o estado que sofreu o confinamento espacial for o estado gaussiano e o estado de referência é uma onda plana ou uma onda esférica.

A fase de Gouy desempenha um papel importante na óptica. Ela explica o avanço de fase para as pequenas ondas secundárias que emanam a partir de frente de ondas primárias. Também determina as frequências ressonantes de modos transversos em cavidades de laser.

Embora Gouy tenha feito sua descoberta há mais de 100 anos, ainda estão sendo feitos esforços para fornecer uma interpretação física mais satisfatória para ela.

Gouy mostrou que tal fase existe para todas as ondas, inclusive as ondas sonoras e de matéria.

Para se chegar a um resultado quantitativo para essa fase considera-se uma onda monocromática de frequência  $\omega$  e valor de onda ( $k = \frac{\omega}{c}$ ) se propaga ao longo da direção  $z$ . Para uma onda plana infinita, o impulso, a qual é proporcional ao impulso, a qual é proporcional a o impulso, a qual é proporcional a o impulso, a qual é proporcional a  $k$ , somente em uma direção em que chamamos de direção  $z$  e não tem componentes transversais. A difusão do impulso transversal é zero e, portanto, pelo princípio da incerteza, a propagação em posição transversal é infinita. Um raio infinito, no entanto, terá uma propagação no momento transversal, porque ele é constituído de um espectro angular de ondas planas que podem ser obtidos por meio de uma transformada de Fourier. O número de onda relativa de componentes transversais é mostrada através da equação (1) que é dada por

$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ , onde  $k_x$ ,  $k_y$  e  $k_z$  são componentes do vetor de onda ao longo dos eixos de coordenadas. Na medida em que  $k = \left(\frac{\omega}{c}\right)$  é uma constante, a presença dos componentes transversais reduz a magnitude da componente axial do seu valor de  $k_z = k$  para uma onda plana que se propaga ao longo de  $z$ .

$$\langle \xi \rangle \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \xi |f(\xi)|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} |f(\xi)|^2}, \quad (2)$$

Quando  $f(\xi)$  é a distribuição da variável  $\xi$ . Em seguida, a partir da equação (1) podemos definir uma propagação axial efetiva constante para feixe finito através do segundo momento,

$$\bar{k} \equiv \frac{\langle k_z^2 \rangle}{k} = k - \frac{\langle k_x^2 \rangle}{k} - \frac{\langle k_y^2 \rangle}{k}. \quad (3)$$

A constante de propagação eficaz definida na equação (3) está associada com a fase global de propagação  $\phi(z)$  no eixo através de  $\bar{k}_z \equiv \frac{\partial \phi(z)}{\partial (z)}$ . O primeiro termo produz a fase  $kz$  de uma onda que se propaga ao longo  $z$ . Os dois últimos termos da equação dão origem a mudança de fase de Gouy:

$$\phi_G = -\frac{1}{k} \int^z \{ \langle k_x^2 \rangle + \langle k_y^2 \rangle \} dz.$$

#### 4 – Conclusão:

Através das descobertas devido as pesquisas pôde-se obter os conhecimentos teóricos que são necessários para entender os fenômenos de interferência, como funciona uma cavidade óptica, além de um estudo de simulações via MATLAB que ainda está em andamento e posteriormente comprovar tudo o que está sendo estudado experimentalmente.

## 5 – Referências;

[1] – Pedrotti, Frank e Leno; *Introduction to Optics*, 2nd Edition; Prentice-Hall International, Inc.

[2] – Villar, Alessandro, “Estudo de Emaranhamento no oscilador paramétrico óptico não-degenerado acima do Limiar”, Dissertação de Mestrado, USP-SP (2004).