

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**DEPARTAMENTO DE APOIO À PESQUISA**  
**PROGRAMA INSTITUCIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA**

**Modelos Estatísticos para Predição Espaço-Temporal de  
Valores Extremos com Aplicações a dados  
Meteorológicos no Estado do Amazonas.**

**Bolsita: Leonardo Brandão Freitas do Nascimento, CNPq.**

**MANAUS**  
**2014**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**DEPARTAMENTO DE APOIO À PESQUISA**  
**PROGRAMA INSTITUCIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA**

**RELATÓRIO PARCIAL**

**PIB-E/0003/2013**

**Modelos Estatísticos para Predição Espaço-Temporal de  
Valores Extremos com Aplicações a dados  
Meteorológicos do estado no Amazonas.**

**Bolsita: Leonardo Brandão Freitas do Nascimento, CNPq.  
Orientador: Prof. Dr. Max Sousa de Lima .**

**MANAUS**  
**2014**

**Todos os direitos deste relatório são reservados à Universidade Federal do Amazonas, ao Núcleo de Estudo e Pesquisa em Ciência da Informação e aos seus autores. Parte deste Relatório só poderá ser reproduzido para fins acadêmicos ou científicos.**

**Esta pesquisa, financiada pelo Conselho Nacional de Pesquisa-CNPq, através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica da Universidade Federal do Amazonas, foi desenvolvida pelo Núcleo de Estudo e Pesquisa em Ciência da Informação e se caracteriza como sub projeto do projeto de pesquisa Bibliotecas Digitais.**

# Sumário

<b>1 RESUMO</b>	p. 1
<b>2 INTRODUÇÃO</b>	p. 2
<b>3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	p. 3
<b>4 MÉTODOS UTILIZADOS</b>	p. 5
4.1 Distribuição Gumbel Multivariada para Valores Extremos Dependentes . . .	p. 5
<b>5 RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	p. 6
5.1 Estimação no Modelo Proposto . . . . .	p. 6
5.2 Resultados para aplicação do modelo nos dados de temperatura máxima do Estado do Amazonas . . . . .	p. 7
5.2.1 Descrição dos Dados . . . . .	p. 7
5.2.2 Análise descritiva dos dados . . . . .	p. 8
5.2.3 Apresentação das estações e definições de distâncias . . . . .	p. 9
5.2.4 Aplicação do Modelo. . . . .	p. 10
<b>6 Conclusão</b>	p. 12
<b>Referências</b>	p. 13
<b>7 CRONOGRAMA</b>	p. 15

# 1 RESUMO

Nesse trabalho foi proposto a Modelagem Estatística e Predição Espaço-Temporal de valores extremos climáticos e/ou meteorológicos através de distribuições multivariadas espacialmente dependentes. O foco de nossa aplicação foi os dados de temperatura medidos nas Estações Meteorológicas do Estado do Amazonas. Este Estado possui uma grande área territorial e pouco número de estações, e o uso do Modelo Estatístico para Predição Espaço-Temporal de Valores Extremos dependentes baseado na distribuição multivariada Gumbel mostrou-se uma excelente ferramenta para a predição da temperatura máxima dos municípios que não possuem estações de captação, pois esse modelo consegue determinar as estações que possuem uma maior influência nos pontos não observados, logo, obtendo estimativas mais confiáveis. Do ponto de vista prático, os resultados mostraram que, na última década houve um aumento de  $0,58^{\circ}\text{C}$  na temperatura máxima em todo o estado em relação a década anterior. Esse aumento na temperatura é mais evidente na região sul do Estado e isso pode ser justificado, pelo grande desmatamento e alto índice de focos de queimada nessa região. Os resultados observados nesta aplicação são bem plausíveis visto que de acordo com o IPCC 2013 (Intergovernmental Panel on Climate Change, 2013) a temperatura média da superfície da Terra aumentou cerca de  $0,8^{\circ}\text{C}$  nos últimos cem anos e cerca de  $0,6^{\circ}\text{C}$  desse aquecimento ocorreu nas últimas três décadas. do Ponto de teórico, além da qualidade da predição realizada pelo modelo, percebe-se que o mesmo é uma boa alternativa para acomodar o grau de dependência espacial nos dados.

## 2 INTRODUÇÃO

Estudos para modelagem de mudanças climáticas podem ser realizados usando séries temporais históricas de valores extremos de variáveis como temperatura e precipitação obtidas de uma estação meteorológica ou de várias estações ajustadas em pontos não observados por algum modelo estatístico de predição ou interpolação espacial. Esse tipo de estudo é importante porque existem evidências mostrando que eventos extremos como secas, enchentes, ondas de calor e de frio têm se intensificado nas últimas décadas afetando diferentes partes do planeta e têm produzido enormes perdas econômicas e de vidas. É neste cenário que a modelagem estatística de mudanças em eventos extremos de precipitação e temperatura torna-se uma tarefa de pesquisa importante.

Para ilustrar o tipo de modelagem proposta nesse projeto, considere uma região  $\mathcal{S} \subset \mathbb{R}^2$  na qual, somente para um conjunto de  $N$  posições fixas  $s_1, \dots, s_N$  são conhecidas as medidas de interesse de um processo estocástico espacial  $\mathbf{Y} = Y(\mathbf{s}) = \{Y(s_i) : i = 1, 2, \dots, N\}$ . Um dos objetivos de nossa modelagem é ser capaz de fornecer a qualquer localização  $s_0 \in \mathcal{S}$  a melhor predição  $Y(s_0)$  a partir do processo observado  $\mathbf{Y}$ . Nesse trabalho,  $s_1, \dots, s_N$  representam as estações meteorológicas do estado do Amazonas e  $Y(s_i)$  é a máxima temperatura medida na  $i$ -ésima estação. Existem apenas 14 estações no Amazonas distribuídas em 13 municípios de modo que  $Y(s_0)$  é um valor de temperatura predito em municípios onde não existem estações meteorológicas, ou seja os valores de temperatura não podem ser observados diretamente.

Nossa abordagem para predições de valores extremos é quase original. O ponto de partida foi o trabalho de Fouguères et al. (2009) que propôs uma distribuição de valores extremos multivariados para dados dependentes. Nós estendemos essa distribuição e propomos um modelo estatístico para predição espaço-temporal de valores extremos. Uma clara aplicação deste modelo é na predição espaço-temporal de máxima temperatura nas cidades do estado do Amazonas. Particularmente, onde não existem estações de monitoramento meteorológico as predições são baseadas nos valores observados em estações vizinhas e isso justifica o uso de um modelo que incorpore a dependência espacial.

### 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Distribuições multivariadas para modelar dados de valores extremos têm recebido, recentemente, bastante atenção na literatura (Fougères et. al., 2013; Padoan, 2011; Cooley et. al., 2010; Fougères et. al., 2009). A principal área de aplicação é a modelagem de valores extremos ambientais e/ou meteorológicos. Desde que muitas quantidades extremas tais como precipitação, temperatura, ou a poluição do ar são medidas em localizações específicas, como estações de monitoramento, a modelagem espacial faz-se necessária. Dados espaciais são necessariamente multivariados e neste projeto vamos supor que analisamos apenas uma quantidade (por exemplo, temperatura máxima ou mínima) em várias localizações (estações). Análise espacial múltipla (modelagem simultânea de temperatura máxima, mínima e precipitação extrema) é uma possível extensão do projeto aqui proposto.

A análise de valores extremos espaciais é uma combinação de duas áreas estatísticas: Análise de valores extremos e Geoestatística. Há um certo número de livros em cada área que podem dar visões abrangentes. Para extremos, as referências incluem Haan e Ferreira (2006), Coles (2001); referências em Geoestatística incluem Gelfand (2010), Banerjee (2004) e Cressie (1993). Modelos recentes para análise de valores extremos espaciais podem ser vistos em Reich and Shaby (2013), Blanchet and Davison (2011), Cooley (2010) Sang and Gelfand (2010). O processo estocástico espacial de extremos  $\mathbf{Y} = Y(\mathbf{s}) = \{Y(\mathbf{s}_i) : i = 1, 2, \dots, N\}$ , pode admitir a representação de  $\mathbf{Y}$  através da seguinte decomposição:

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\mu} + \mathbf{Z} + \boldsymbol{\epsilon}$$

Onde  $\boldsymbol{\mu}$  é um parâmetro de locação que pode ser associado a  $p$  covariáveis.  $\mathbf{Z}$  é um vetor  $N \times 1$  de realizações de um campo aleatório e  $\boldsymbol{\epsilon}$  é um vetor  $(n \times 1)$  de erros de medidas. Em muitas aplicações o campo aleatório  $\mathbf{Z}$  é assumido Gaussiano. No entanto, valores extremos são assimétricos e isso torna inadequada esta suposição para  $\mathbf{Z}$ . Se existir um interesse em avaliar alguma característica temporal do processo, naturalmente, denotamos  $\mathbf{Y} = Y_t(\mathbf{s}) = \{Y_t(\mathbf{s}_i) : i = 1, 2, \dots, N \text{ e } t = 1, 2, \dots, T\}$ . No contexto espaço-temporal, o recente avanço computacional tem permitido o surgimento de modelos mais complexos

que acomodam simultaneamente a variação espacial e temporal em dados extremos. Uma abordagem espaço-temporal clássica é proposta em Huser and Davison (2012) e modelos bayesianos hierárquicos são apresentados em Sang and Gelfand (2009).

Uma classe de distribuições para modelagem de valores extremos dependentes têm sido proposta em Lima(2014). Nesta classe a função de distribuição conjunta do processo espacial de extremos  $\mathbf{Y} = \{Y_t(\mathbf{s}_i) : i = 1, 2, \dots, N \text{ e } t = 1, 2, \dots, T\}$ , é dada por:

$$F(\mathbf{y}) = \prod_{t=1}^T \prod_{\mathbf{u}_m \in \mathcal{U}} \exp \left\{ - \left( - \sum_{i=1}^N \omega_m(\mathbf{s}_i) \log [G(y_t(\mathbf{s}_i); \theta_t)] \right)^\alpha \right\}. \quad (3.1)$$

Onde  $G$  é uma função de distribuição parametrizada pelo vetor  $\theta_t$ ,  $\mathcal{U} = \{u_1, \dots, u_M\}$  é um conjunto com  $M$  localizações arbitrárias e fixas em  $\mathcal{S}$ ,  $0 < \alpha < 1$  é um coeficiente de dependência espacial,  $\omega_m(s)$  é uma medida de distância entre duas localizações  $u_m$  e  $s$  quaisquer. Por exemplo,  $\mathcal{U}$  pode representar as localizações ou municípios que não possuem estações meteorológicas. Se  $G \sim \text{Gumbel}$  com vetor  $\theta_t = (\mu_t(s_l), \sigma_t)$ . Então o modelo proposto admite a representação condicional,

$$Y_t(\mathbf{s}) = \mu_t(\mathbf{s}) + Z_t(\mathbf{s}) + \epsilon_t(\mathbf{s}). \quad (3.2)$$

Onde,  $\mu_t(\mathbf{s})$  é um parâmetro de locação que pode ser ajustado por covariáveis,  $\epsilon_t(\mathbf{s})$  é chamado de efeito pepita o qual é independente de  $Z_t(\mathbf{s})$  e com distribuição  $\sim \text{Gumbel}(0, \sigma_t)$  independentes,  $t=1,2,\dots,T$ . A função  $Z_t(\mathbf{s})$  é um campo aleatório exponencial  $\alpha$ -estável. A estimação nesse modelo é difícil de realizar porque a função de verossimilhança é muito complicada. No entanto, a verossimilhança pode ser representada em termos da transformação de Shi (1995) e neste caso um algoritmo de otimização numérica pode ser desenvolvido para estimação dos parâmetros e predição espaço-temporal no modelo.



## 4 MÉTODOS UTILIZADOS

### 4.1 Distribuição Gumbel Multivariada para Valores Extremos Dependentes

Assumimos que  $Y_t(s_l)$  representa a temperatura medida na  $l$ -ésima estação meteorológica do Estado do Amazonas no tempo  $t$  e que na expressão (3.1),  $G \sim$  Gumbel com vetor  $\theta_t = (\mu_t(s_l), \sigma_t)$ . Então, o processo  $\mathbf{Y} = \{Y_t(s_i) : i = 1, 2, \dots, N \text{ e } t = 1, 2, \dots, T\}$ , tem distribuição conjunta,

$$F(\mathbf{y}) = \prod_{t=1}^T \prod_{\mathbf{u}_m \in \mathcal{U}} \exp \left\{ - \left( \sum_{i=1}^N \omega_m(\mathbf{s}_i) e^{-\frac{y_t(\mathbf{s}_i) - \mu_t(\mathbf{s}_i)}{\sigma_t}} \right)^\alpha \right\}. \quad (4.1)$$

Onde  $\mathcal{U}$  é o conjunto formado pelos municípios que não possuem estação e que devem ter seus valores preditos. Para realizarmos a predição, seja  $s_0$  uma localização onde não são possíveis obter as medições meteorológicas  $Y_t(s_0)$  e  $\mathcal{S}_{\{-0\}}$  um subconjunto de localizações vizinhas a  $s_0$  onde são realizadas as medições. Então pode-se mostrar que,

$$\mathbf{M}_t(\mathbf{s}_0) = \max_{\mathbf{s}_l \in \mathcal{S}_{\{-0\}}} (Y_t(\mathbf{s}_1), \dots, Y_t(\mathbf{s}_L)) \sim \text{Gumbel}(\tilde{\mu}_t(\mathbf{s}_0), \sigma_t/\alpha)$$

com,

$$\tilde{\mu}_t(\mathbf{s}_0) = \frac{\sigma_t}{\alpha} \log \left( \sum_{m=1}^M \left( \sum_{\mathbf{s}_l \in \mathcal{S}_{\{-0\}}} \omega_m(\mathbf{s}_l) e^{\frac{\mu_t(\mathbf{s}_l)}{\sigma_t}} \right)^\alpha \right)$$

Logo um preditor natural para  $Y_t(\mathbf{s}_0)$  é

$$\hat{Y}_t(\mathbf{s}_0) = \mathbb{E}[\mathbf{M}_t(\mathbf{s}_0)] = \frac{\hat{\sigma}_t}{\hat{\alpha}} \log \left( \sum_{m=1}^M \left( \sum_{\mathbf{s}_l \in \mathcal{S}_{\{-0\}}} \omega_m(\mathbf{s}_l) e^{\frac{\hat{\mu}_t(\mathbf{s}_l)}{\hat{\sigma}_t}} \right)^{\hat{\alpha}} \right) + \gamma \hat{\sigma}_t / \hat{\alpha} \quad (4.2)$$

Onde  $\gamma$  é a constante de Euler. A estimação dos parâmetros  $(\mu_t(\mathbf{s}_l), \sigma_t, \alpha)$  é realizada por Máxima Verossimilhança.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 Estimação no Modelo Proposto

Nesta seção, realizamos um estudo empírico para avaliar algumas características do modelo proposto em (4.1). Pode-se mostrar que para cada  $u_m \in \mathcal{U}, m = 1, 2, \dots, M$  a log-verossimilhança do modelo é dada por,

$$L(\theta_m; \alpha_m; \tilde{y}_m; z_m) = L_m \log \alpha_m + \sum_{l=1}^{L_m} \log \omega_m(s_l) + L_m \log \frac{1}{\sigma_m} - \frac{1}{\sigma_m} \sum_{s_l \in u_m} (y_t(s_l) - \mu_t(s_l)) - 2 \sum_{s_l \in u_m} \exp \left\{ -\frac{1}{\sigma_m} (y_t(s_l) - \mu_t(s_l)) \right\} - z_m^t + \log z_m^t - \frac{L_m}{\alpha_m} \log z_m^t + \log Q_{L_m}(z_m^t, \alpha_m), \quad (5.1)$$

onde  $\tilde{y}_m$  é um sub-vetor de observações (grupo de observações) que ocorrem próximas de  $u_m, m = 1, 2, \dots, M, \theta_m = (\mu(s_l), \sigma_m)$  é sub-vetor de parâmetros correspondentes,  $z_m^t = \sum_{l=1}^{L_m} \exp \left\{ -\frac{y_t(s_l) - \mu_t(s_l)}{\sigma_m} \right\}, Q_1(z_m^t, \alpha_m) = 1, Q_{L_m}(z_m^t, \alpha_m) = \left( \frac{L_m - 1 - \alpha_m}{\alpha_m} + z_m^t \right) Q_{L_m-1}(z_m^t, \alpha_m) - z_m^t \frac{\partial}{\partial z_m^t} Q_{L_m-1}(z_m^t, \alpha_m)$  e  $L_m$  é o número de estações de monitoramento associadas ou próximas a  $u_m$ . Para qualquer  $m$  com  $L_m = 2$  e  $t = 1$ , Amostras Bivariada dessa distribuição podem ser geradas (Lima, 2014) através da relação,

$$y^*(s_l) = \sigma_l \log \left( \frac{t_l z_m^{\frac{1}{\alpha_m}}}{\omega_m(s_l)} \right) + \mu(s_l), \quad l = 1, 2. \quad (5.2)$$

onde  $Z_m \sim (1 - \alpha_m) \text{Gamma}(1, 1) + \alpha_m \text{Gamma}(2, 1), t_1 \sim \text{Beta}(1, 2)$  e  $t_2 = 1 - t_1$ . A Figura (1) apresenta a distribuição de 240 amostras geradas pela equação (5.2) com  $\mu_1 = 31, \mu_2 = 29, \sigma_1 = 3, \sigma_2 = 2$  e  $\alpha_m = \alpha = 0.20$ . A linha tracejada é a densidade das amostras geradas e a contínua é a densidade estimada, na qual os parâmetros são estimados por maximização da log-verossimilhança (5.1). Também obteve-se as funções de distribuição acumulada das amostras para diferentes valores de  $\alpha_m = \alpha$ . As Figuras (2), (3) e (4) mostram as funções de distribuições acumuladas. Analisando as Figuras

citadas acima e a Figura (4) , percebe - se que quando o  $\alpha \rightarrow 1$  as amostras ficam mais independente uma das outras. Essa relação de dependência pode ser melhor visualizada na figura (5).

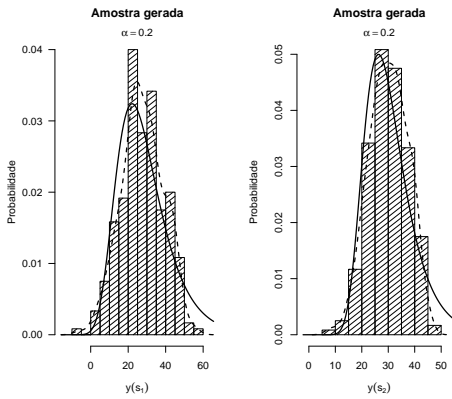


Figura 1: Amostras geradas pela equação (4.1).

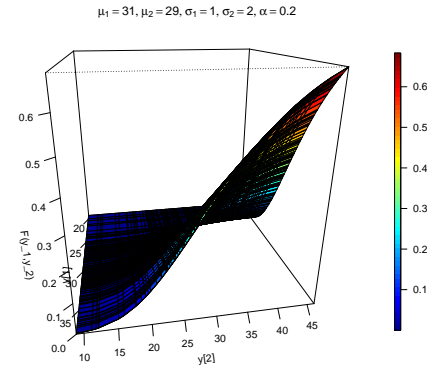


Figura 2: Função de distribuição acumulada das amostras bivariada geradas para  $\alpha = 0.20$

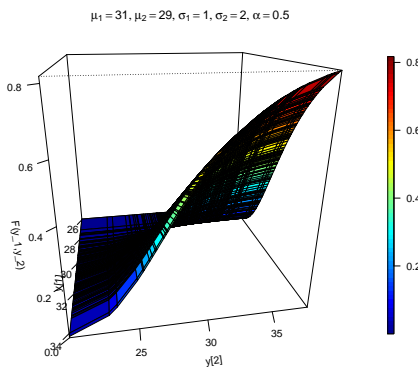


Figura 3: Função de distribuição acumulada das amostras bivariada geradas para  $\alpha = 0.50$

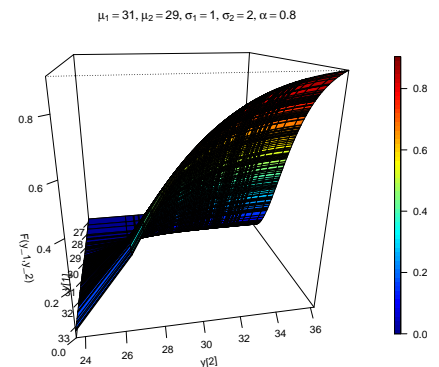


Figura 4: Função de distribuição acumulada das amostras bivariada geradas para  $\alpha = 0.80$

## 5.2 Resultados para aplicação do modelo nos dados de temperatura máxima do Estado do Amazonas

### 5.2.1 Descrição dos Dados

Para aplicação do modelo no problema de predição de valores extremos de temperatura, foram obtidas os dados das estações meteorológicas no Estado do Amazonas, disponíveis na Base de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa do Instituto Nacional

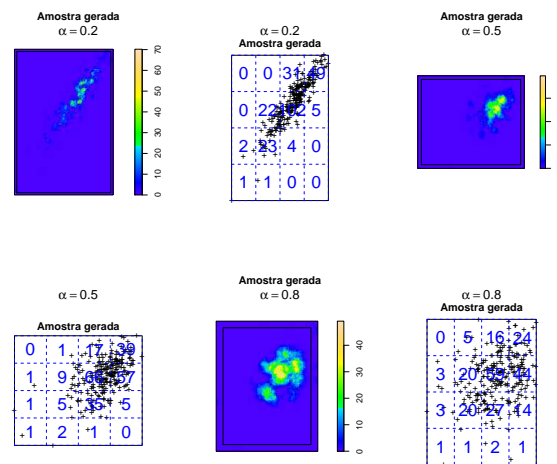


Figura 5: Amostras bivariadas geradas com diferentes valores de  $\alpha$  para visualizar o efeito desse parâmetro na dependência espacial.

de Meteorologia - BDMEP/INMET. Para o estado do Amazonas encontrou-se disponíveis 14 estações meteorológicas ou processos observados distribuídas em 13 municípios. Foram obtidos os registros da temperatura máxima mensal entre os anos de 1993 e 2012. Em nosso estudo consideramos dois período ou duas décadas, de modo que  $T = 2$  e  $t = 1(1993 - 2002), t = 2(2003 - 2012)$  e a log-verossimilhança completa do modelo expresso na equação (5.1) é da forma  $\sum_{n=1}^{120} L(\theta_m; \alpha_m; y_m^n; z_m)$ . Onde  $n$  indica que o vetor  $y_m$  foi observado  $n$ -ésimo mês. Para estimação dos parâmetros de interesse essa log-verossimilhança foi maximizada diretamente usando o Pacote optimx desenvolvido para linguagem de programação em R.

## 5.2.2 Análise descritiva dos dados

A Figura (6) mostra o comportamento médio da temperatura máxima em cada estação meteorológica, no qual a linha tracejada corresponde à média da temperatura máxima das estações entre o período de 1993 e 2012, 31.67666 °C. Percebe-se que a partir do ano 2000, a maioria das estações meteorológicas registram uma temperatura máxima acima da média, havendo uma tendência de crescimento na temperatura.

Através da Figura (6), ressaltam-se os anos de 2005 e 2010, que correspondem aos anos das secas ocorridas no Amazonas. Segundo o estudo publicado na revista Science, pesquisadores do Instituto de Pesquisa Ambiental da Amazônia (Ipam) e da Universidade britânica de Leeds apontam a seca que atingiu a Amazônia em 2010 como a mais severa em 100 anos.

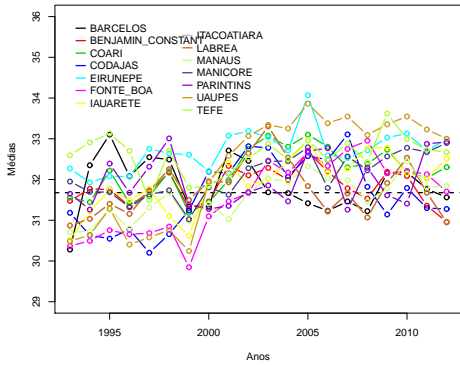


Figura 6: Média anual da temperatura máxima em cada estação meteorológica.

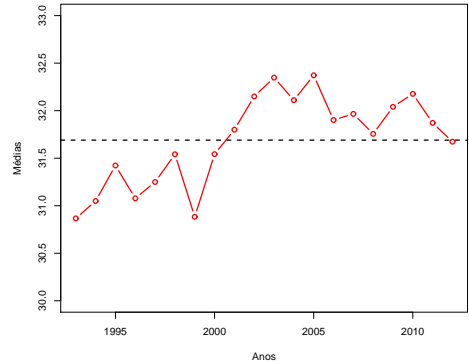


Figura 7: Média anual da temperatura máxima.

### 5.2.3 Apresentação das estações e definições de distâncias

Segundo o IBGE, o Estado do Amazonas é sub-dividido em treze Microrregiões, como mostra a Figura (8). Diante desse fato, defina-se como distância de primeira ordem os pontos observados que fazem parte da mesma Microrregião do ponto latente e distância de segunda ordem os pontos observados que fazem parte da Microrregião vizinha. Por exemplo, a predição para o município de Santa Isabel do Rio Negro foram utilizados três estações meteorológicas pertencentes aos municípios de primeira ordem, São Gabriel da Cachoeira e Barcelos. Para Atalaia do Norte foram utilizados uma estação do município Benjamin Constant, primeira ordem, e Eirunepé, segunda ordem, de modo que  $\omega_m(s_l)$  dada na em (3.1) é do tipo 0 ou 1, se  $s_l$  é vizinho de  $u_m$  ou não. A distribuição de  $u_m$  no Estado é apresentado na figura 10

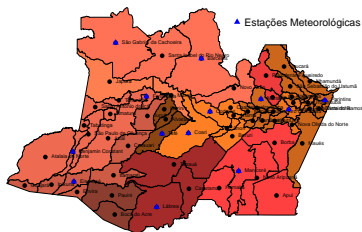


Figura 8: Microrregiões do Estado do Amazonas.

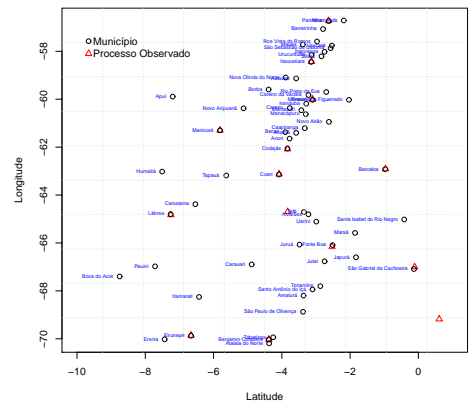


Figura 9: Pontos observados e latentes.

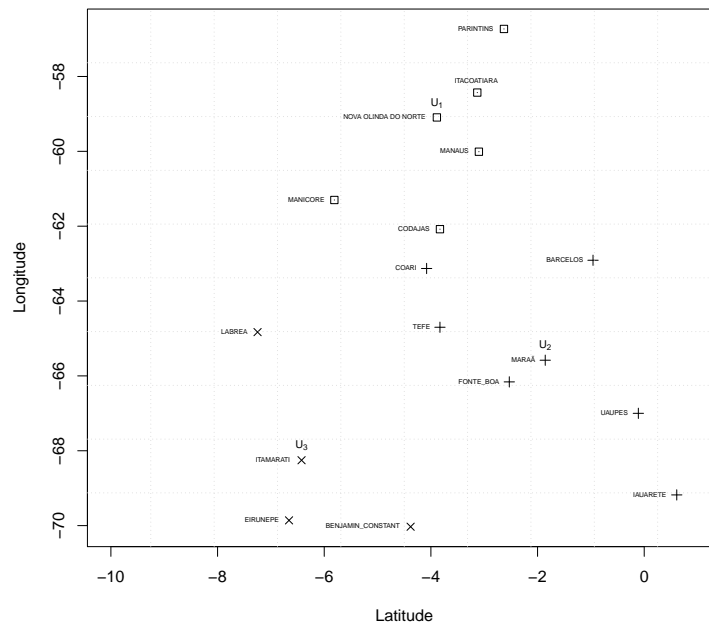


Figura 10: Localização das 14 estações meteorológicas ( $s_1, \dots, s_{14}$ ) onde são observadas a medida de interesse  $y(s_l)$ , ( $u_1, u_2, u_3$ ) são os pontos fixos ou latentes no mapa e como esses pontos são alocados em cada sub-região a partir dos seus pesos  $\omega_m(s_l)$ ,  $m = 1, 2$  e 3. Por exemplo, a estação em Lábrea está mais próxima de Itamarati, conseqüentemente essa estação exerce um maior peso nesse ponto latente.

## 5.2.4 Aplicação do Modelo.

Seja  $s_0$  um município onde não são possíveis obter as medições temperatura  $Y_t(s_0)$ ,  $t = 1, 2$  e  $S_{-0}$  um sub-conjunto de localizações vizinhas a  $s_0$  onde são realizadas ou preditas as medições, usamos como preditor de  $Y_t(s_0)$  a quantidade  $\widehat{Y}_t(s_0)$  dada na expressão (4.2). Os resultados gerados pela aplicação do modelo aos dados de temperatura são apresentados nas Figuras (11), (12) e (13). A Figura (11) mostra os resultados preditos por  $\widehat{Y}_t(s_0)$  da temperatura máxima para os municípios do Amazonas. Na Figura (12) e (13) temos o mapa de temperatura dos municípios para ambas as décadas. Percebe-se que a década entre 2003-2012 há um aumento na temperatura média dos municípios. As médias dos valores preditos pelo modelo para década de 1993-2002 e 2003-2012 são de 32.83 e 33.41 respectivamente, havendo um aumento de 0,58°C na temperatura máxima. Esse aumento na temperatura é mais evidente na região sul do Estado e isso pode ser justificado, pelo grande desmatamento e alto índice de focos de queimada nessa região. Os resultados observados nesta aplicação são bem plausíveis visto que de acordo com o IPCC 2013 (Intergovernmental Panel on Climate Change, 2013) a temperatura média da superfície da Terra aumentou cerca de 0,8°C nos últimos cem anos e cerca de 0,6°C desse aquecimento ocorreu nas últimas três décadas, sendo 1998, 2005 e 2010 os anos mais quentes. Em

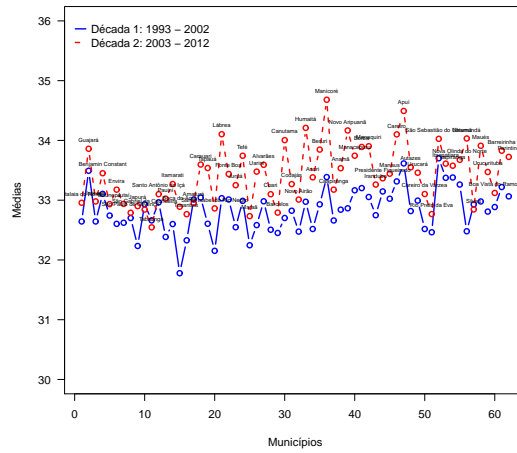


Figura 11: Predição da Temperatura máxima para os municípios.

termos de dependência espacial os valores estimados de  $\alpha_m$ , para cada grupo  $m = 1, 2, 3$  e década  $n = 1, 2$  foram, respectivamente,  $(0.563, 0.467, 0.516)$  e  $(0.474, 0.499, 0.463)$  revelando uma razoável dependência espacial entre as medidas de temperatura observadas próximas do mesmo processo latente em  $u_m$ .

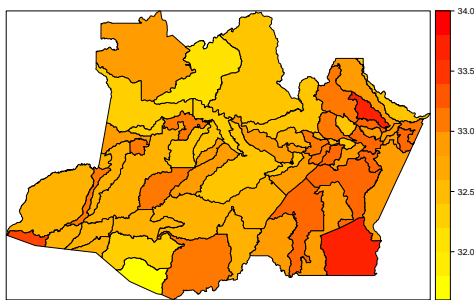


Figura 12: Mapa de Predição da Temperatura máxima para os municípios para década de 1993-2002

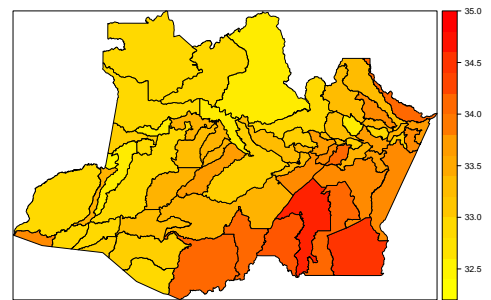


Figura 13: Mapa de Predição da Temperatura máxima para os municípios para década de 1993-2012

## 6 Conclusão

Nesse trabalho foi proposto a Modelagem Estatística e Predição Espaço-Temporal de valores extremos climáticos e/ou meteorológicos através de distribuições multivariadas espacialmente dependentes. O foco de nossa aplicação foi os dados de temperatura medidos nas Estações Meteorológicas do Estado do Amazonas. O Estado do Amazonas tem se mostrado sensível às variações de eventos extremos, como foi o caso das cheias registradas nos últimos anos e mais especificamente as secas registradas nos anos de 2005 e 2010. Desta forma, a modelagem proposta tem grande utilidade, pois pode ajudar na análise de impactos de mudanças climáticas, nas avaliações de vulnerabilidade e de risco frente a estas mudanças, auxiliar na definição de políticas de planejamento ambiental, assim como na implementação de políticas locais de avaliação e definição de zonas de risco a eventos extremos de tempo e clima.

O uso do Modelo Estatístico para Predição Espaço-Temporal de Valores Extremos dependentes baseado na distribuição multivariada Gumbel nos dados Meteorológicos no Estado do Amazonas, mostrou-se uma excelente ferramenta para a predição da temperatura máxima dos municípios que não possuem estações de captação, pois esse modelo consegue determinar as estações que possuem uma maior influência nos pontos não observados, logo, obtendo estimativas mais confiáveis.

Analisando os valores preditos e os mapas de temperatura gerados pelo modelo, percebeu-se que na segunda década os municípios apresentaram um leve aumento na temperatura, o que era esperado, pois as médias dos valores preditos pelo modelo para década de 1993-2002 e 2003-2012 são de 32.83 e 33.41 respectivamente, havendo um aumento de 0,58°C na temperatura. Além da boa predição realizada pelo modelo, observou-se através de estudos empíricos que o mesmo é uma boa alternativa para acomodar o grau de dependência espacial nos dados.



## Referências

- [1] Banerjee, S., Carlin, B., Gelfand, A. (2004). Hierarchical Modeling and Analysis for Spatial Data . Chapman, Boca Raton.
- [2] Blanchet, J., Davison, A.C, (2011) Spatial Modeling of Extreme Snow Depth *Annals of Applied Statistics* Vol.5(3), 1699-1725
- [3] Coles, S.G., (2001). An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values. Springer, London.
- [4] Cooley, D., Davis, R.A., Naveau, P., (2010) The pairwise beta distribution: A flexible parametric multivariate model for extremes *Journal Multivariate Analysis*, **101**, 2103-2117.
- [5] Cooley, D., Sain, S.R., (2010) Spatial hierarchical modeling of precipitation extremes from a regional climate model *J. Agric. Bio. Environ. Statist*, **15**, 381-402.
- [6] Cooley, D., Cisewski, J., Erhardt, R.J., Jeon, S., Mannshardt, E., Omolo, B.O, Sun, S., (2012) A Survey of Spatial Extremes: Measuring Spatial Dependence and Modeling Spatial Effects *Rev. Statistical Journal.*, **10**, **1**, 135-165.
- [7] Cressie, N.A.C., (1993). Statistics for Spatial Data. Wiley, New York.
- [8] Fougeres, A.L., Mercadier, C., Nolan, J.P., (2013) Dense classes of multivariate extreme value distributions *Journal Multivariate Analysis*, **116**, 109-129.
- [9] Fougeres, A.L., Nolan, J.P., Rootzen, H., (2009) Models for dependent extremes using stable mixtures *Scand. J. Statist*, **36**, 42-59.
- [10] Gelfand, A.L., Diggle, P.J., Fuentes, M., Guttorp, P., (2010). Handbook of Spatial Statistics. Chapman Hall/CRC, Boca Raton.
- [11] Haan, L. and Ferreira, A., (2006). Extreme Value Theory. Springer, New York.
- [12] Huser, R., Davison, A.C., (2012) Space-time modeling of extreme events, submitted.
- [13] Lima, M.S., (2014) G-exponentiated multivariate distributions for dependent data . *submitted*
- [14] Marengo, J.A., Alves, L.M., Valverde, M.C., Laborbe, R., Rocha, R.P., (2007) Eventos Extremos em Cenários regionalizados de Clima no Brasil e América do Sul para Século XXI: Projeções de Clima futuro usando três modelos regionais. *Quinto Relatório, Brasília*
- [15] Nolan, J.P., (2012) Stable Distribution Models for Heavy Tailed Data Birkhauser: Boston. In progress, Ch1 online at [academic2.american.edu/~jpnolan](http://academic2.american.edu/~jpnolan).

- [16] Padoan, S.A., (2011) Multivariate extreme models based on underlying skew-t and skew-normal distributions *Journal Multivariate Analysis*, **102**, 977-991.
- [17] Reich, B.J., Shaby, B.A (2013) A Hierarchical Max-Stable Spatial Model For Extreme Precipitation *Annals of Applied Statistics*, **6 (4)**, 1430-1451
- [18] Sang, H., Gelfand, A.E., (2010) Continuous spatial process models for spatial extreme values *J. Agric. Bio. Environ. Statist*, **15**, 49-65.
- [19] Sang, H., Gelfand, A.E., (2009) Hierarchical modeling for extreme values observed over space and time *Environ. Ecol. Statist.*, **16**, 407-426.
- [20] Shi, D., (1995) Fisher Information for a multivariate extreme value distribuion. *Biometrika*, **82**, 644-649.

## 7 CRONOGRAMA

Nesta seção apresentamos o cronograma de atividades a serem desenvolvidas no decorrer do projeto.

**Tabela 3:** Cronograma de atividades PIBIC - 2013/ 2014

it	Descrição	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL
1	Revisão Bibliográfica	R	R										
2	Revisão na literatura de Modelos para valores extremos		R	R									
3	Estudos sobre as propriedades da distribuição Gumbel e Distribuições Estáveis		R	R									
4	Estudos sobre modelos de convolução espacial			R	R								
5	Estudos Sobre Modelos para análise de dados extremos no espaço-tempo.				R								
6	Análise exploratória da Base de dados Meteorológicos				R	R							
7	Construção do Modelo para predição espacial de valores extremos						R	R	R	R			
8	Aplicação do Modelo proposto na Base de dados Meteorológicos								R	R	R	R	
9	Elaboração do Resumo e Relatório Final. Preparação da Apresentação Final para o Congresso.												R

### Legenda:

**R:** Realizado

**NR:** Não Realizado