UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO, AGRICULTURA E AMBIENTE
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM CIÊNCIAS: MATEMÁTICA E FÍSICA

ESTUDO DAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS COM O MATERIAL DOURADO SOB A PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

JONAS SOARES RAMOS

HUMAITÁ – AM
2023

JONAS SOARES RAMOS

ESTUDO DAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS COM O MATERIAL DOURADO SOB A PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Ciências: Matemática e Física, do Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente – IEAA, da Universidade Federal do Amazonas – UFAM, como requisito parcial para a obtenção do título de licenciado em Ciências: Matemática e Física.

VALDENILDO ALVES DE ARAÚJO

HUMAITÁ – AM

2023

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

R175e

Ramos, Jonas Soares
Estudo das operações fundamentais com o Material Dourado sob a perspectiva da Resolução de Problemas / Jonas Soares Ramos . 2023
76 f.: il. color; 31 cm.

Orientador: Valdenildo Alves de Araújo
TCC de Graduação (Licenciatura Plena em Ciências - Matemática e Física) - Universidade Federal do Amazonas.

1. Educação matemática. 2. Ensino e Aprendizagem. 3. Resolução de Problemas. 4. Material Didático . 5. Números naturais. I. Araújo, Valdenildo Alves de. II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

Dedico este trabalho a minha mãe, Rosa Maria Sarmento Soares, e a minha avó, Fátima da Costa Sarmento.

AGRADECIMENTOS

"Se cheguei até aqui foi porque me apoiei no ombro dos gigantes."[1]

Atrás de toda conquista que é atribuída a indivíduos existem pessoas que foram de crucial importância para que essa conquista pudesse se concretizar. No meu caso não é diferente, deste modo, dedico esse espaço do meu trabalho para agradecer aqueles que de modo direto ou indireto auxiliaram para que eu pudesse concluir com êxito essa etapa da minha vida.

Primeiramente agradeço a Deus, pois tudo vem dele e tudo só é possível a partir dele.

Posteriormente agradeço àquelas que durante a minha vida não só acadêmica, mas também pessoal, foram as pessoas mais importantes: minha mãe, Rosa Maria Sarmento Soares, e minha avó, Fátima da Costa Sarmento; pessoas a quais devo toda gratidão e respeito.

Agradeço também a todos os meus familiares: tios, tias, primos, primas, cunhadas e sobrinhos. Em especial meu pai, Raimundo Parecido Gomes Ramos, meu avô, Manoel Soares e meus quatros irmãos, Raiane Soares Ramos, Michel David Soares Ramos, Jhordhan Soares Ramos e Chrisner Soares Ramos.

Todos os meus colegas de curso, com destaque para aqueles que além de colegas se tornaram amigos: Augusto Gomes de Oliveira, Guilherme André Pommer, Eduardo de Souza Brito, Pedro Thiago Ferreira Marques, Raimundo Steven Carvalho de Castro, Rellyson Cardoso da Costa, Romeo Carlos e Vitor Eduardo Pereira Paiva. Pessoas a quem agradeço as descontrações, apoio e cumplicidade nos momentos mais complicados do período de graduação.

Por falar em apoio e cumplicidade, não poderia deixar de agradecer aquela que de início foi colega de curso, mas que posteriormente se tornou companheira de vida: Débora Pereira da Costa. A esta agradeço por toda ajuda, motivação e companheirismo durante esses anos.

Por último, agradeço ao Instituto de Educação Agricultura e Ambiente – IEAA e a todo corpo docente dessa instituição, em especial o meu ex-orientador, Renne

[1] Adaptação de um trecho de uma carta de 5 de Fevereiro de 1676 enviada por Newton para Robert Hooke, baseado numa metáfora atribuída a Bernardo de Chartres.

Garcia Paiva, e ao meu atual orientador, Valdenildo Alves de Araújo, por todos os ensinamentos, liberdade de pensamento, possibilidades de aprendizagem e tempo disponibilizado. Ademais, agradeço também aos membros da banca, Állison Pinto Batista e Gilmar Macedo de Brito, por disponibilizarem seu tempo para darem suas contribuições para a pesquisa.

RESUMO

Ano após ano, pesquisas externas mostram os déficits sofridos na educação brasileira e discorrem sobre as dificuldades apresentadas pelos alunos das escolas de ensino público, apontando que uma dessas dificuldades está desde a base, isto é, as operações fundamentais. Nesse contexto, em nossa pesquisa de caráter qualitativo, visamos compreender as contribuições do Material Dourado no processo ensino e aprendizagem das operações fundamentais sob a perspectiva da Resolução de Problemas. Para isto, tomamos como referencial o roteiro proposto pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GTERP e fazendo o uso deste e do Material Dourado trabalhamos em três encontros as operações fundamentais por meio de problemas contextualizados com alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública estadual do município de Humaitá – AM. Para a composição dos nossos dados de pesquisa coletamos diálogos, gravações de vídeos, registros fotográficos e escritos das respostas elaboradas pelos alunos. A análise desses dados evidenciou que o Material Dourado aliado a Resolução de problemas pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem das operações, possibilitando o entendimento de procedimentos, a aprendizagem de conceitos e significados, o desenvolvimento de autonomia, de novos conhecimentos e a expansão da visão que os alunos já possuem sobre esses conteúdos. Além disso, evidenciou a importância do professor estar bem preparado quando utilizar a resolução de problemas como forma de trabalhar conteúdos matemáticos, pois no momento das atividades podem seguir situações que necessitem a sua intervenção como motivador e/ou mediador.

Palavras-chave: Educação matemática. Ensino e Aprendizagem. Resolução de Problemas. Material Didático. Números naturais.

ABSTRACT

Year after year, external surveys show the deficits suffered in Brazilian education and discuss the difficulties presented by students in public schools, pointing out that one of these difficulties is from the base, that is, the fundamental operations. In this context, in our qualitative research, we aim to understand the contributions of the Golden Material in the teaching and learning process of fundamental operations from the perspective of Problem Solving. For this, we took as a reference the script proposed by the Working Group and Studies in Problem Solving - GTERP and making use of this and the Golden Material, we worked in three meetings on the fundamental operations through contextualized problems with students of the 6th year of elementary school from a state public school in the municipality of Humaitá - AM. For the composition of our research data, we collected dialogues, video recordings, photographic and written records of the answers prepared by the students. The analysis of these data showed that the Golden Material combined with Problem Solving can contribute to the teaching and learning process of operations, enabling the understanding of procedures, the learning of concepts and meanings, the development of autonomy, new knowledge and the expansion of view that students already have about these contents. In addition, it highlighted the importance of the teacher being well prepared when using problem solving as a way of working on mathematical content, because at the time of activities there may be situations that need their intervention as a motivator and/or mediator.

Keywords: Mathematics education. Teaching and learning. Problem solving. Courseware. Natural numbers.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
GEPEP	Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Educação e Pós-modernidade
GPRPEM	Grupo de Pesquisa em Resolução de Problemas e Educação Matemática
GTERP	Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas
MD	Material Didático
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
Pisa	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
QVL	Quadro Valor de Lugar

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Da necessidade do homem em solucionar problemas e suprimir demandas cotidianas inicia-se o desenvolvimento da matemática. Eves (2011) destaca que o conceito de número e o processo de contar desenvolveram-se bem antes dos primeiros registros históricos, sendo razoável admitir que a espécie humana, mesmo nas épocas mais primitivas, tinha algum senso numérico, ao menos ao ponto de reconhecer mais e menos quando se adicionavam ou retiravam alguns objetos de um grupo pequeno.

Essas noções matemáticas expandiram-se mais ainda com a evolução gradual da sociedade, onde tornaram-se inevitáveis contagens simples. Determinado povo tinha que saber qual era a quantidade de seus membros e qual a quantidade de seus inimigos, ainda, fez-se necessário a um homem que soubesse o número de carneiros em seu rebanho e se esse número estava diminuindo (EVES, 2011).

Sabe-se que alguns dos métodos utilizados para contagem na antiguidade eram meramente primitivos, todavia alguns povos desenvolveram artifícios capazes de realizar correspondência entre objetos e o que seria contado. Segundo Roque (2012), devido à necessidade de realizar o controle das ovelhas, alguns pastores tiveram a ideia de relacionar cada ovelha a uma determinada pedra, desta forma podendo perceber caso alguma desaparecesse. Posteriormente, em sociedades mais desenvolvidas e organizadas, como no Egito e na Grécia, os conhecimentos matemáticos foram construídos com base em aplicações, como na agricultura com a medição de terras e tempo necessário para plantio e colheita, entre outras.

Na atualidade esses conhecimentos de contagem são conhecidos como **operações fundamentais**, estão inseridos na unidade temática **números** e sua abordagem nas aulas de matemática visa desenvolver habilidades de resolver e elaborar problemas por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora (BRASIL, 2018, grifo nosso).

O interesse de estudo relacionado a essa temática, por parte do pesquisador, teve motivação inicial durante as experiências nas atividades de estágio supervisionado no decorrer do período de graduação. Nesse período, a partir de conversas com professores, muito pôde-se ouvir que uma das principais dificuldades enfrentadas por eles no processo de ensino estava relacionada à falta, por parte dos alunos, de conhecimentos básicos, isto é, conhecimentos considerados como prévios para o entendimento de novos conteúdos.

Esse interesse intensificou-se ao adentrar na sala de aula, onde foi possível observar que alguns alunos, mesmo os que estavam em séries mais avançadas, tinham dificuldades que não estavam relacionadas aos conteúdos estudados na série cursada. As dificuldades estavam em questões básicas, em especial as operações fundamentais, conhecidas como adição, subtração, multiplicação e divisão, que teoricamente, segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC[2] (BRASIL, 2018), deveriam ter estudado e compreendido nas séries anteriores.

Em um contexto geral, considerando os últimos dados apresentados pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes -Pisa[3] (BRASIL, 2018) no ano de 2018, pode-se constatar que essa não é uma realidade que se resume a apenas poucas escolas ou poucos alunos, pois, segundo esses dados, 68,1% dos alunos brasileiros com 15 anos de idade não possuem nível básico de matemática.

Essas informações, tanto dos alunos que estão em series mais avançadas terem dificuldades com as operações fundamentais, quanto os dados apresentados pelo Pisa, podem ser motivados por alguns fatores. Um deles pode ser relacionado à metodologia adotada pelos professores que, tradicionalmente, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL,1998), adotam como prática mais frequente no ensino de Matemática aquela em que se é apresentado o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação; e pressupõem que o aluno aprenda pela reprodução.

Com relação ao ensino das operações fundamentais, Santos e Pereira (2016) destacam que os professores muitas das vezes utilizam somente o pincel e o quadro para a apresentação desse conteúdo, de tal modo, tornando o ensino mecânico e cansativo.

Com base nisso, refletimos acerca de alternativas para o ensino das operações fundamentais. Daí, após estudos preliminares, surge a ideia da utilização do Material

---

2 "[...] documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica [...]" (BRASIL, 2018, p. 7).

3 Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa/resultados/>

Dourado, material manipulável criado pela médica e educadora italiana Maria Montessori (1870-1952), como auxílio para a prática docente; e também a Resolução de Problemas, tendência matemática que ganhou força no século XX a partir de uma obra publicada em 1945 por George Polya (1887-1985), intitulada *How to Solve it*, no Brasil traduzida para A arte de resolver problemas.

Partimos dessa ideia por acreditamos que a combinação do Material Dourado com a Resolução de Problemas pode ser uma estratégia didática que o professor pode utilizar, pois segundo Santos e Pereira (2016, p. 3),

> Conteúdos antes abordados no ensino tradicional, a partir de treinos cansativos, com alunos sem conseguirem compreender o que fazem, com o Material Dourado a situação é outra: as relações numéricas abstratas passam a ter uma imagem concreta, facilitando a compreensão. Obtém-se, então, além da compreensão dos algoritmos, um notável desenvolvimento do raciocínio e um aprendizado bem mais agradável.

Ainda, conforme constatado por Farias e Daminelli (2016), quando materiais manipuláveis são utilizados em aula, esta torna-se mais prazerosa e agradável. Além disso, os alunos mostram-se mais envolvidos e apresentam melhores resultados de aprendizagem.

Por fim, de acordo com Pimenta e Justulin (2021), a resolução de problemas enquanto estratégia de ensino pode contribuir para que os alunos consigam enxergar a ligação existente entre a matemática ensinada em sala de aula e a praticada no cotidiano. Ademais, pode proporcionar situações de aprendizagem nas quais os alunos participam de forma mais afetiva, sentindo-se capazes da construção do seu próprio conhecimento.

Com base nisso, em nossa pesquisa temos por objetivo responder a seguinte questão orientadora: **Como o Material Dourado aliado à Resolução de Problemas pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem das operações fundamentais?**

A fim de responder nossa questão de pesquisa, tomamos como objetivo geral **compreender as contribuições do Material Dourado na perspectiva da Resolução de Problemas no processo ensino e aprendizagem das operações fundamentais.**

Na busca por alcançarmos esse objetivo geral traçamos três objetivos específicos. O primeiro consiste em **identificar as estratégias utilizadas por alunos**

do 6º ano do ensino fundamental para a resolução de problemas envolvendo as operações fundamentais. O segundo fundamenta-se em **analisar a construção de conhecimentos acerca das quatro operações fundamentais com Material Dourado a partir da resolução problemas contextualizados**. E o terceiro, **avaliar a motivação e o engajamento dos alunos acerca da utilização do Material Dourado na Resolução de Problemas como método de ensino.**

1 O MATERIAL DOURADO

Dentro do ensino de matemática existem discussões e estudos acerca de estratégias que podem ser utilizadas para o favorecimento da aprendizagem de estudantes. Neste contexto surge o material didático (MD), que segundo Lorenzato (2006, p. 18) “é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros.”. Aqueles materiais didáticos que são caracterizados por proporcionarem uma participação ativa dos alunos são chamados manipuláveis; este é o caso do Material Dourado, material didático que será utilizado como suporte em nossa pesquisa.

Inicialmente conhecido como material de contas douradas, o Material Dourado, desenvolvido pela médica e educadora Italiana Maria Montessori[4], foi criado a partir dos mesmos princípios de suas outras criações, a educação sensorial. Segundo Ferrari (2008), esse material foi desenvolvido por Montessori com o objetivo de auxiliar o ensino e aprendizagem do sistema de numeração decimal[5] e dos métodos para efetuar as operações fundamentais.

O modelo de Material Dourado que é mais conhecido e também mais utilizado por professores e pesquisadores é resultado de adaptações feitas por Lubiesnska de Lenval[6], seguidora de Montessori, que construiu seu material em madeira, possuindo como base o sistema de numeração decimal. Esse modelo em madeira também é o mais comum de ser encontrado nos dias atuais, entretanto, conforme afirmam Oliveira *et al.* (2017), este material ainda pode ser encontrado em plástico e material emborrachado. Na figura 1 apresentamos um dos diversos modelos no qual o Material Dourado pode ser encontrado; este feito em madeira.

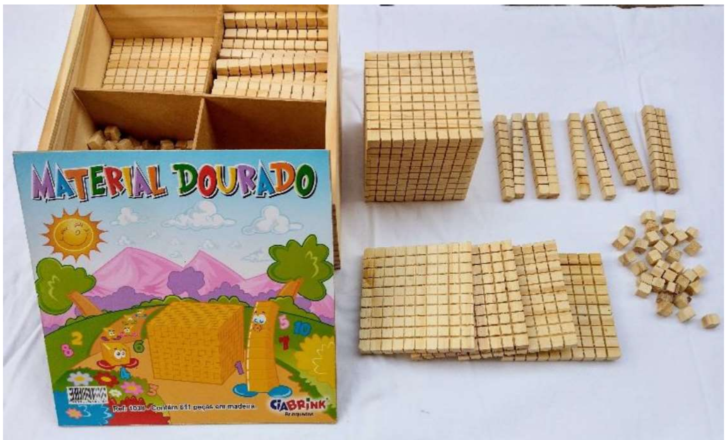
---

[4] Maria Tecla Artemisia Montessori (1870-1952), mais conhecida como Maria Montessori, foi uma médica e educadora italiana que ficou conhecida por ser a criadora do método Montessori e suas contribuições para a educação através do lúdico.

[5] Sistema de numeração que possui base 10, isto é, utiliza 10 algarismos diferentes (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) para representar todos os números.

[6] Hélène Lubienska de Lenval (1895-1972), mais conhecida como Lubienska de Lenval, foi uma pedagoga e pesquisadora italiana que por muitos anos trabalhou na escola Montessori, nesse tempo desenvolvendo ideias especialmente no campo da pedagogia religiosa, centradas na dimensão espiritual.

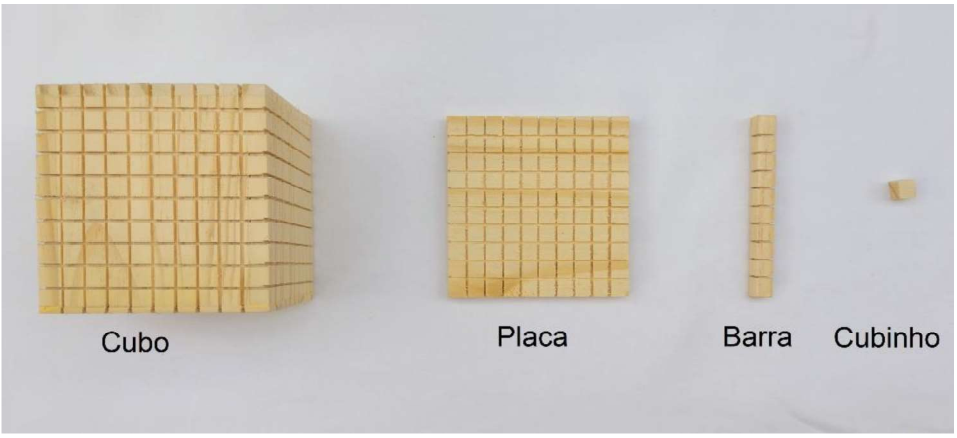
Figura 1 – Material Dourado feito em madeira



Fonte: acervo do autor.

Vale ressaltar que o Material Dourado apresentado na figura 1 é de propriedade pessoal e composto por 611 peças, todavia, este pode ser encontrado com uma variedade de quantidade desses componentes. Característica que não irá variar de material para material é com relação ao nome dado a esses componentes e equivalência existente entre eles e a representação para qual são utilizados. De modo geral, o Material Dourado é composto por um cubo, placas, barras e cubinhos, conforme mostra a figura 2.

Figura 2 - Componentes do Material Dourado



Fonte: acervo do autor.

No caso do Material Dourado apresentado na figura 1, as 611 peças são divididas em: 1 cubo, 10 placas, 100 barras e 500 cubinhos. Assim como em outros modelos com maior ou menor quantidade de peças, cada cubinho representa uma unidade; cada barra, composta por dez cubinhos, representa uma dezena (ou dez unidades); cada placa, composta por dez barras, representa uma centena (dez dezenas ou cem unidades); e o cubo, composto por dez placas, representa um milhar (dez centenas, cem dezenas ou mil unidades).

Conforme destacam Moura e Oliveira (2020), o Material Dourado é um excelente recurso didático a ser utilizado, pois estabelece uma relação entre o concreto e o abstrato, favorecendo o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos e facilitando a compreensão deles. Além disso, este material didático é um grande aliado à prática pedagógica devido a sua praticidade de trabalho em sala de aula, em especial o trabalho com as estruturas de numeração decimal e os algoritmos das operações fundamentais.

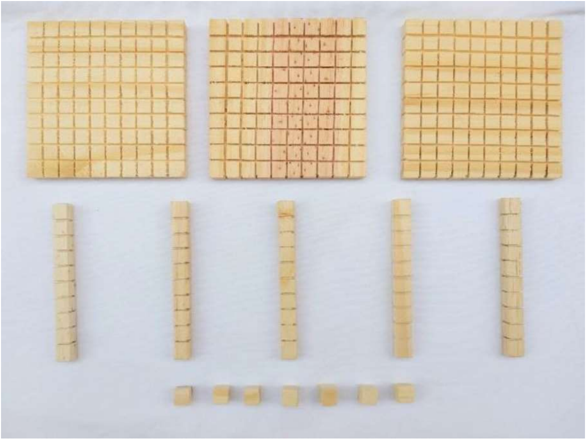
Desse modo, conhecendo os componentes do Material Dourado e a equivalência entre eles e os números, podem ser realizadas representações de números naturais, que consequentemente podem ser utilizados no ensino e aprendizagem das operações fundamentais. Nas figuras 3 e 4, utilizando o Material Dourado, apresentamos a representação dos números 42 e 357, respectivamente.

Figura 3 - Esboço do número 42 com o Material Dourado

Fonte: acervo do autor.

Para a representação do número 42, conforme é apresentado na figura 3, foram utilizadas quatro barras e dois cubinhos. Nessa situação, as quatro barras representam quatro dezenas, que devem ser lidas como quarenta (40), e os dois cubinhos representam duas unidades, que devem ser lidas como dois (2), desta forma formando o número quarenta e dois (42).

Figura 4 - Esboço do número 357 com o Material Dourado



Fonte: acervo do autor.

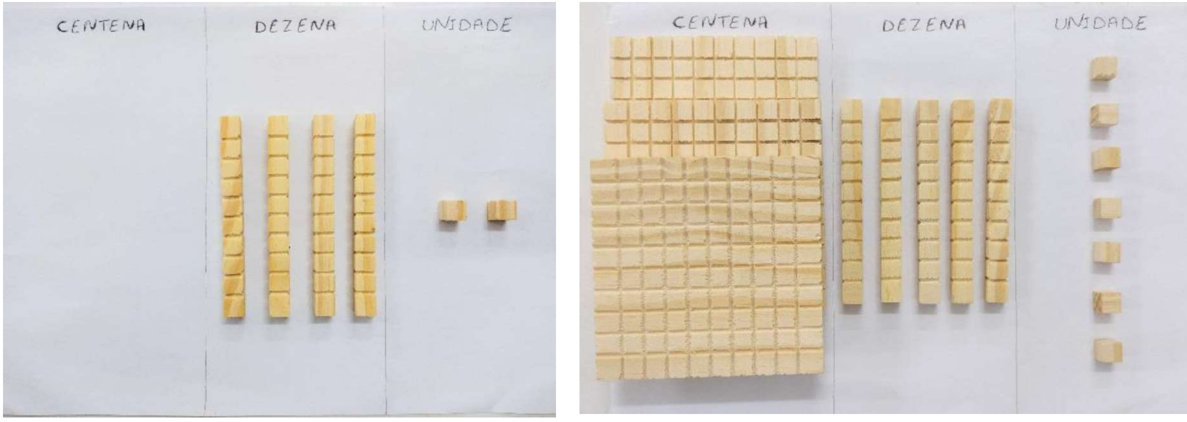
Para a representação do número 357, conforme pode ser visto na figura 4, foram utilizadas três placas, cinco barras e sete cubinhos. Nessa situação as três placas representam três centenas, que devem ser lidas como trezentos (300), as cinco barras representam cinco dezenas, que devem ser lidas como cinquenta (50), e os sete cubinhos representam sete unidades, que devem ser lidas como sete (7), deste modo formando o número trezentos e cinquenta e sete (357).

Para a representação de outros números, basta que o aluno siga as mesmas ideias que são apresentadas nas figuras 3 e 4, respeitando as representações e equivalências existentes entre os componentes e os números.

A fim de trabalhar didaticamente com o Material Dourado, é possível que as representações dos números sejam realizadas em folha de caderno ou sulfite, estas como sendo uma espécie de Quadro Valor de Lugar (QVL)[7], dividindo o esboço dos números em unidades, dezenas, centenas e unidade de milhar, a depender do número que se busca representar. Essa maneira de exposição possui maior organização e possibilita melhor visualização e compreensão dos números que estão sendo representados. Na figura 5 apresentamos o esboço dos números 42 e 357 na folha de sulfite, fazendo uma a divisão entre as unidades, dezenas e centenas desses números.

[7] Material Didático utilizado para a indicação do lugar de unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar.

Figura 5 - Esboço dos números 42 (à esquerda) e 357 (à direita) na folha sulfite



Fonte: acervo do autor.

Para a representação de outros números, basta que os alunos sigam a ideia apresentada na figura 5, desde que respeitem os significados e equivalências de cada componente do Material Dourado.

A fim de realizar operações com o Material Dourado, podem ser feitos agrupamos e desagrupamentos com as suas peças. Na adição, os cubinhos (unidades) devem ser adicionados entre si, bem como as barras (dezenas), as placas (centenas) e o cubo (unidade de milhar). Na subtração deve-se seguir a mesma analogia, os cubinhos (unidades) devem ser subtraídos entre si, bem como as barras (dezenas), as placas (centenas) e o cubo (unidades de milhar).

Além disso, é importante que os alunos compreendam que quando uma dessas peças atingir a quantidade dez, estas podem ser trocadas por outra peça. No caso dos cubinhos, quando atingida a quantidade dez, estes podem ser substituídos por uma barra; no caso das barras, quando atingida a quantidade dez, estas podem ser substituídas por uma placa; assim sucessivamente.

Por fim, ressaltamos que mesmo muito utilizado no ensino das operações fundamentais, o Material Dourado não se limita apenas a isso. Oliveira *et al*. (2017), evidenciam que devido ao seu grande sucesso, o Material Dourado também é utilizado por professores para o ensino de conceitos geométricos, frações, números decimais, porcentagem, áreas e volumes, possibilitando a construção de diferentes conceitos matemáticos. Até por isso, segundo Passos (2006), o Material Dourado pode ser considerado como um bom material didático.

2 REVISÃO TEÓRICA

Para a revisão teórica tomamos como base de pesquisa o Portal de Periódicos da CAPES, onde pesquisamos por trabalhos publicados no período de 2017 a 2021, priorizando a busca por artigos em língua portuguesa e revisados por pares.

Na base de dados da CAPES foram realizadas três pesquisas. Na primeira pesquisa utilizamos as palavras-chave: Resolução problemas, anos iniciais, ensino e Matemática; nessa pesquisa foram encontrados 385 resultados, nos quais, após filtrarmos a partir da leitura flutuante do título e do resumo dos trabalhos, buscando relação entre estes e a temática em estudo, foi selecionado um trabalho.

Na segunda pesquisa foram utilizadas as palavras-chaves: Resolução de problemas, educação e Matemática; na qual foram encontrados 511 resultados, nos quais, após filtrarmos a partir da leitura flutuante do título e do resumo dos trabalhos, buscando relação entre estes e a temática em estudo, foram selecionados dois trabalhos.

Na terceira pesquisa foi utilizada a palavra-chave: Material Dourado; na qual foram encontrados 24 resultados, nos quais, após filtrarmos a partir da leitura flutuante do título e do resumo dos trabalhos, buscando relação entre estes e a temática em estudo, foram selecionados dois trabalhos.

Os trabalhos selecionados foram o de Costa, Allevato e Nunes (2017), intitulado "Trabalhando números e operações com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental sob a ótica da resolução de problemas", de Vieira e Allevato (2021), intitulado "Resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior", de Pimenta e Justulin (2021), intitulado "Uma experiência de ensino-aprendizagem de áreas de figuras planas através da Resolução de Problemas", o de Miola, Afonso e Brandão (2020), intitulado "Contribuições do Material Dourado para o ensino de adição e subtração de números naturais" e o de Ferrugine, Evangelista e Evangelista (2021), intitulado "Contribuições do Material Dourado para o ensino de números decimais numa turma do 6º ano do Ensino Fundamental II"; conforme exposto no quadro abaixo.

Quadro 1 - Trabalhos selecionados para revisão de literatura

Título	Autor	Revista	Ano
Trabalhando números e operações com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental sob a ótica da resolução de problemas	Manoel dos Santos Costa, Norma Suely Gomes Allevato e Célia Barros Nunes	Interfaces da Educação	2017
Resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior	Gilberto Vieira e Norma Suely Gomes Allevato	REMAT: Revista Eletrônica da Matemática	2021
Uma experiência de ensino-aprendizagem de áreas de figuras planas através da Resolução de Problemas	Geferson Luiz Mantanholi Pimenta e Andresa Maria Justulin	Educação Matemática Debate	2021
Contribuições do Material Dourado para o ensino de adição e subtração de números naturais	Adriana Fátima de Souza Miola, Dieine Jaqueline Afonso e Natália Iryna de Sant'Ana Brandão	The Journal of Engineering and Exact Sciences - jCEC	2020
Contribuições do Material Dourado para o ensino de números decimais numa turma do 6º ano do Ensino Fundamental II	Samira Santos Ferrugine, Dilson Henrique Ramos Evangelista e Cristiane Johann Evangelista	Com a Palavra o Professor	2021

Fonte: elaborado pelo autor.

A pesquisa de Costa, Allevato e Nunes (2017), cujo título é "Trabalhando números e operações com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental sob a ótica da resolução de problemas", é de natureza qualitativa e foi aplicado com 18 alunos do 5º ano do ensino fundamental, em uma escola pública estadual na cidade de São Luís, estado do Maranhão. Nela, os autores objetivaram explorar alguns aspectos relacionados ao bloco de Números e Operações, apresentados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, além disso, discutir estratégias/procedimentos utilizados pelos alunos envolvendo números e operações. Para tal, os autores utilizaram como referência a Resolução de Problemas, em especial a metodologia Ensino-Aprendizagem-Avalição de Matemática através da Resolução de Problemas, composta por 10 etapas, das autoras Allevato e Onuchic (2014).

Partindo das ideias propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1997), Onuchic (1999), Allevato e Onuchic (2014), Nunes (2014) e Van de Walle (2009), Costa, Allevato e Nunes (2017), defendem o problema como sendo o ponto de partida para o ensino de matemática e que é a partir dele que começa a construção do conhecimento. Portanto, para a coleta de informações, os autores dividiram os alunos em duplas e propuseram três problemas, no qual a resolução desses problemas, por parte dos alunos, e os registros das observações constituem os dados da pesquisa.

Com as respostas obtidas, os autores realizaram uma análise documental, no qual buscaram evidenciar as estratégias/procedimentos de resolução utilizados pelos alunos, suas dificuldades e como a metodologia da resolução de problemas ajudou a superá-las.

Nesse contexto, a partir da discussão dos dados, Costa, Allevato e Nunes (2017), constataram que a grande dificuldade apresentada pelos alunos está relacionada a linguagem, isto é, na leitura e compreensão dos problemas. De tal modo, sendo necessária a intervenção do professor, e a realização da leitura em grupo, conforme recomendada em uma das etapas propostas por Allevato e Onuchic (2014). Além disso, outra conclusão obtida pelos autores é que, quando trabalhados conteúdos matemáticos através da resolução de problemas, o aluno percebe que é capaz de raciocinar por si, indo a busca de estratégias para a sua resolução.

Em seu estudo qualitativo de natureza descritiva/interpretativa, intitulada “Resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior”, Vieira e Allevato (2021) objetivaram explorar a relação entre resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior. Para tal, os autores realizaram pesquisas com alunos do sexto e do oitavo ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública de ensino da cidade de São José dos campos, interior do estado de São Paulo.

Vieira e Allevato (2021, p. 4), definem as habilidades de pensamento de ordem superior como sendo “[...] aquelas envolvendo processos cognitivos tais como analise, avaliação e síntese, resultando na construção de novos conhecimentos.”. E, por considerarem a resolução de problemas como ponto de partida da construção do conhecimento matemático, para a aplicação em sala de aula, utilizaram em sua pesquisa a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas, proposto por Allevato e Onuchic (2014).

Para a turma de sexto ano foi proposto problema que os autores denominaram como *Retângulos Polêmicos*, este com o intuito de ser o ponto de partida para o estudo das relações entre perímetro e área de regiões retangulares. Este problema era caracterizado por exigir uma série de habilidades, que iam além de conhecimento de cálculos. Uma dessas habilidades estava relacionada à conversão de uma informação passada no enunciado para um registro visual.

Para a turma de oitavo ano foi proposto o problema que os autores denominaram como Concurso dos pisos, este com o intuito de ser o ponto de partida para o estudo de composição e decomposição de áreas de polígonos. Este caracterizado por ser um problema aberto, que possibilita múltiplas soluções, e possuindo como maior característica o estimulo da criatividade, a tomada de decisões e a construção de argumentos.

No decorrer da aplicação da pesquisa foram coletados registros escritos das respostas dos alunos e gravações de áudios das conversas, para que posteriormente esses fossem analisados. Para a análise dos dados obtidos foi adotado o procedimento de Análise Textual Discursiva, para que a partir desta fossem apresentados os resultados obtidos.

Nesse contexto, a partir da análise dos dados obtidos, Vieira e Allevato (2021), constataram que as resoluções apresentadas evidenciam que a resolução de problemas pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior, tais como a construção de representações, a conversão de registros (escritos-visuais), a comparação de diferentes afirmações, a elaboração de justificativas e provas, a argumentação, a comunicação matemática e o desenvolvimento de pensamento crítico. De tal forma, concluindo que os resultados obtidos indicam que a resolução de problemas pode, efetivamente, favorecer o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior pelos alunos.

Pimenta e Justulin (2021), em sua pesquisa de abordagem qualitativa intitulada “Uma experiência de ensino-aprendizagem de áreas de figuras planas através da Resolução de Problemas”, objetivaram analisar as contribuições da Metodologia proposta por Allevato e Onuchic (2014), denominada Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da resolução de problemas, ao trabalhar em sala de aula o conteúdo de área de figuras.

Para isso, os autores realizaram um estudo com 20 alunos do 6º ano do ensino fundamental em uma escola pública da região norte do Paraná, durante o período de 3 aulas de 50 minutos cada uma. Nos quais foram trabalhados um problema encontrado na prova da Olimpíada de Matemática de 2018. Para a coleta de dados foram obtidos registros da discussão do problema, registros do professor e fotos das produções feitas por alunos.

Pimenta e Justulin (2021), afirmam que no decorrer do processo de resolução cada grupo indicou um representante para explicar na lousa como resolveu o problema, destacando que esse foi um momento enriquecedor, pois cada equipe pôde expor o método utilizado para a resolução, mostrando aos demais colegas outras formas de resolver o problema, compartilhando os mais diversos conhecimentos, concluindo que não há um único caminho correto.

Por fim, após a análise dos dados obtidos, os autores constataram que os alunos se mostraram interessados e apresentaram participação ativa durante o decorrer das aulas. Ainda, que eles mostraram capacidade de análise, interpretação e resolução sobre o conteúdo de área do quadrado e do retângulo.

No artigo de Miola, Afonso e Brandão (2020), intitulado “Contribuições do Material Dourado para o ensino de adição e subtração de números naturais”, realizado com a participação de 40 alunos em três encontros em uma escola com menor Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) do município de Dourados/MS, os autores objetivaram apresentar as contribuições do material dourado para o ensino das operações de adição e subtração para alunos do 4º e 5º anos do Ensino Fundamental.

Miola, Afonso e Brandão (2020) destacam que optara pela utilização do material dourado para trabalharem esses conteúdos por entenderem que os alunos poderiam visualizar no material e compreender o que acontece no processo de resolução dessas operações na representação aritmética. Essa linha de raciocínio foi embasada em alguns autores como Pérez (1997), Bittar e Freitas (2005), Nacarato (2005) e Passos (2006), além dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998).

Durante o decorrer das atividades foram produzidos registros escritos das atividades desenvolvidas pelos alunos, a partir de quais Miola, Afonso e Brandão (2020), julgam que o uso do Material Dourado pode ser considerado como um instrumento mediador capaz de auxiliar os alunos a construírem os conceitos de adição e subtração nas turmas de 4º e 5º anos do ensino fundamental, pois auxilia na compreensão dessas operações ao possibilitar que eles pudessem visualizar o que ocorre durante o processo de resolução, como por exemplo, transformações de dezenas em unidades, centenas em dezenas, o por que devemos iniciar a operação pela unidade, dentre outras.

Ferrugine, Evangelista e Evangelistas (2021), em sua pesquisa de natureza qualitativo do tipo pesquisa-ação, objetivaram investigar as contribuições do uso do Material Dourado e o Quadro do Valor de Lugar (QVL) no ensino do sistema decimal de numeração, em especial a representação dos números decimais em uma turma de 6º ano.

Os autores utilizaram ideia da intervenção a proposição de situações desafiadoras para despertar nos alunos o raciocínio lógico e o interesse para resolver os problemas propostos no quadro, utilizando o Material Dourado e o QVL como auxilio para a prática dos alunos.

Ferrugine, Evangelista e Evangelistas (2021) como resultados destacam as contribuições vivenciadas pelos alunos relacionadas à participação na aula, interação com os colegas, socialização de dúvidas e verbalização de conceitos relacionados à representação de números decimais. Além disso a contribuição do material concreto como auxilio para professora para fazer com que o aluno seja ativo na busca por compreensão do sistema de numeração decimal, em especial a representação dos números decimais.

3 REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO

Neste capítulo discorreremos sobre a Resolução de Problemas, tendência matemática a qual adotamos como nosso referencial teórico-metodológico, trazendo uma breve abordagem histórica, alguns conceitos importantes e como a mesma pode ser abordada em aula.

3.1 Resolução de Problemas

A Matemática, por construção histórica, foi desenvolvida para resolver problemas e suprimir necessidades. Pensando em métodos de ensino, resolver problemas é uma tendência matemática que vem ganhando força nos últimos anos, tendência esta conhecida como **Resolução de Problemas.**

O início dos estudos relacionados à Resolução de Problemas como campo da educação matemática data no século XX, em específico no ano de 1940, quando alguns pesquisadores começaram a realizar pesquisas nessa área. Esses estudos chamaram mais atenção a partir do ano de 1945, quando o matemático húngaro George Polya[8], com o intuito de auxiliar alunos e professores no desenvolvimento de habilidades de resolver problemas, apresentou a sua obra *How to Solve it* (A arte de resolver problemas*)*, destacando quatro fases para a resolução de problemas: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

Entretanto, na época, não houve grandes pesquisas relacionadas à Resolução de Problemas. Conforme frisam Onuchic e Allevato (2011), a publicação feita por Polya datava em uma época onde o ensino de matemática estava sendo colocado a partir da aritmética significativa, possuindo como foco a compreensão de ideias e habilidades aritméticas, portanto, estagnando estudos relacionados a essa temática.

Posteriormente a esse período, durante as décadas de 60 e 70, com o movimento de reforma denominado Matemática Moderna, o mundo foi influenciado por recomendações de ensinar matemática através de estruturas lógicas, algébricas, e de ordem, destacando a teoria dos conjuntos. Todavia, segundo Onuchic e Allevato (2011, p. 78), "O tratamento excessivamente abstrato, o despreparo dos professores

[8] George Polya (1887-1985) foi um matemático húngaro, professor universitário e escritor, considerado um dos pioneiros nos estudos relacionados à Resolução de Problemas.

para este trabalho, assim como a falta de participação dos pais de alunos, nesse movimento, fadou-o ao fracasso.”.

Com o fracasso do movimento da Matemática Moderna, alguns pesquisadores que ainda acreditavam na Resolução de Problemas continuaram a desenvolver pesquisas relacionadas à temática. Nesta época, diante dos questionamentos direcionados a qualidade do ensino de matemática, diversos educadores voltaram suas atenções para a Resolução de Problemas, além disso, essa temática começou a ganhar relevância em grande parte dos congressos internacionais.

Foi então, no fim da década de 70, que a Resolução de Problemas como metodologia de ensino começou a ganhar destaque, em especifico quando a National Council of Teachers of Mathematics – NCTM (Conselho Nacional dos Professores de Matemática), em uma publicação, convidou a todos os interessados a iniciarem uma busca por uma melhor educação matemática, ressaltando que a Resolução de Problemas deveria ser o foco da matemática escolar da época (ONUCHIC, 1999).

Devido à grande repercussão da publicação feita pela NCTM, diversos países começaram a pensar acerca da Resolução de Problemas e como ela poderia ser utilizada para ensinar matemática em suas escolas. No Brasil, na década de 90, foram criados os PCN, nestes destacando o ensino por meio da Resolução de Problemas, descrevendo sua importância e contribuições nas aulas, considerando o problema como ponto de partida da atividade matemática e não como definição.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), a resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos, bem como a visão que possuem dos problemas, da Matemática e do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

Ainda sob a ótica da publicação feita pelo NCTM, no Brasil, diversos pesquisadores voltaram-se a realizar estudos relacionados à Resolução de Problemas, apresentando contribuições para a produção e publicação de diversos trabalhos nessa área. Nessa perspectiva, em seus trabalhos, autores como Dante (1996), Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2011), defendem o ensino de matemática por meio da Resolução de Problemas.

Segundo Onuchic (1999, p. 208), “Quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão.”.

Para Onuchic e Allevato (2011, p.81), “[...] o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.”.

Entretanto, conforme destaca Dante (1996), mesmo que muito valorizada ao longo dos anos, a Resolução de Problemas tem sido um dos tópicos mais difíceis de se trabalhar em sala de aula, devido ao fato dos alunos saberem efetuar os algoritmos, mas não saberem aplicá-los durante a resolução de um problema que envolva um ou mais desses algoritmos. Uma consequência disso é com relação às práticas adotadas pelos professores em sala de aula, muitas vezes optando por utilizar o método tradicional de ensino, baseados na reprodução de técnicas, por parte dos alunos.

Nesse contexto, no ensino baseado em reprodução de técnicas, o que é proposto para os alunos são exercícios, que de acordo com Dante (1996, p. 43), “[...] serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo.”. Desse modo, é necessário que se compreenda que existe diferença entre exercício e problema. Enquanto os exercícios são utilizados para praticar um determinado algoritmo ou processo já conhecido, o problema “[...] é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer.” (ONUCHIC, 1999, p. 215), ou ainda, é uma busca por algo desconhecido e que não se tem de modo prévio algoritmos que garantam sua solução (DANTE, 1996).

Quando essa distinção não é feita, os problemas acabam não desempenhando seu verdadeiro papel no ensino, pois na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos (BRASIL, 1998). De tal forma, quando os problemas são utilizados para aplicação de conhecimentos já adquiridos, este está assumindo papel de exercício. Entretanto, quando trabalhada essa metodologia de ensino, o professor deve ficar atento com os riscos de ineficácia, pois conforme afirmam os PCN (BRASIL, 1998, p. 37), “[...] a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos.”.

Nesse contexto, pensando na Resolução de Problemas no processo de ensino e aprendizagem, é de crucial importância que se faça essa distinção entre exercício e problema, e que os problemas sejam selecionados de maneira coerente, pois segundo Van de Walle (2009), selecionar problemas adequados é um elemento-chave para o ensino por meio de problemas.

Para Dante (1996), um bom problema deve: ser desafiador para o aluno; ser real; ser interessante; ser o elemento desconhecido de um problema realmente desconhecido; não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas; e possuir um nível adequado de dificuldade. Portanto, não basta que os problemas sejam apresentados para serem resolvidos, é importante que o aluno possa aprender por meio deles, sinta-se desafiado e interessado na construção da resolução do mesmo.

Quanto à utilização da Resolução de Problemas em sala de aula, não existe um modo especifico de se trabalhar determinados conteúdos, todavia, no Brasil surgiram diversos grupos voltados a realizar pesquisas sobre o ensino e aprendizagem por meio de problemas. Com destaque podem ser citados o Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Educação e Pós-modernidade (GEPEP), o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) e o Grupo de Pesquisa em Resolução de Problemas e Educação Matemática (GPRPEM).

Em nossa pesquisa adotamos como base a metodologia desenvolvida e utilizada pelos participantes do GTERP, liderado pela professora Lourdes de La Rosa Onuchic, e vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista – UNESP, Rio Claro/SP.

O roteiro proposto pelo GTERP, em 2017, é composto por 11 etapas a serem seguidas na prática docente. Andrade, C. e Onuchic (2017) apresentam e caracterizam essas etapas do seguinte modo:

1º etapa - Formar grupos: nessa etapa o professor divide a turma em grupos;

2º etapa - Preparação do problema: Nessa etapa o professor deve elaborar ou escolher o problema que será o ponto de partida para construção do novo conteúdo ou procedimento; esse problema é conhecido como problema gerador. É de fundamental importância que o conteúdo necessário para a resolução do problema proposto não tenha ainda sido trabalhado em sala de aula.

3º etapa - Leitura individual: Nessa etapa o professor expõe o problema para os alunos e solicita que os alunos realizem a leitura do mesmo.

4º etapa - Leitura em conjunto: Nessa etapa o professor solicita que os alunos, em grupo, realizem a leitura do problema. Caso haja dificuldade por parte dos alunos, o professor pode auxiliá-los com a leitura.

5º etapa - Resolução do problema: Posteriormente à leitura e interpretação do enunciado do problema, os alunos, em conjunto, buscam pela solução do mesmo. Nessa parte inicia-se a construção do conhecimento.

6º etapa - Observar e incentivar: Nessa etapa o professor possui papel de observador, analista e estimulador, devendo incentivar os alunos enquanto resolvem o problema. A estimulação deve ser dada por meio de questionamentos que façam com que os alunos pensem e organizem suas ideias, provocando a troca de informações entre os grupos.

7º etapa - Registro das resoluções na lousa: Nessa etapa o professor convida um aluno de cada grupo para que este registre sua resposta na lousa. Todas as resoluções devem ser apresentadas, certas ou erradas, visando que os alunos analisem e discutam sobre os caminhos e resultados obtidos.

8º etapa – Plenária: Nessa etapa todos os alunos são convocados para discutir as resoluções registradas na lousa, visando que exponham suas opiniões e esclareçam possíveis dúvidas. Nessa etapa ocorre a troca de conhecimento e o professor tem a função de mediar as discussões e incentivar a participação ativa e efetiva de todos os alunos.

9º etapa - Busca de consenso: Nessa etapa, após as discussões, análises das resoluções e soluções e sanação das dúvidas, o professor motiva os alunos a chegar a um consenso sobre qual resultado é correto.

10º etapa - Formalização do conteúdo: Nesta etapa o professor registra na lousa uma apresentação “formal” da resolução, a partir de linguagem matemática, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos, dando destaque as técnicas e demonstrações.

11º etapa - Proposição de problemas: Nesta etapa tanto o professor como os alunos podem propor novos problemas. Entretanto, é de crucial importância que esse momento seja dado aos alunos, pois propondo seus próprios problemas eles aprofundam e ampliam suas habilidades de resolver e compreender ideias matemáticas.

Esse roteiro é a versão mais atual proposta pelo grupo e é consequência de uma pesquisa que vem sendo desenvolvida desde 1989. Nele são descritos de forma concisa como as etapas devem ser seguidas pelo professor para que o processo de ensino e aprendizagem por meio da resolução de problemas seja proveitoso.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Em busca de compreendermos as contribuições do Material Dourado na perspectiva da Resolução de Problemas no processo de ensino e aprendizagem das operações fundamentais, adotamos como metodologia a pesquisa de caráter qualitativa.

Segundo Prodanov e Freitas (2013), a pesquisa qualitativa tem o ambiente como fonte direta dos dados, o pesquisador possui contato direto com o ambiente e o objeto de estudo, preocupando-se muito mais com o processo do que com o produto, isto é, com os resultados em si, não visando apenas o levantamento de dados, mas toda a construção da obtenção dos mesmos.

Desse modo, consideramos a pesquisa qualitativa como sendo a mais adequada em relação ao nosso objetivo de pesquisa, haja vista que visamos compreender o processo como um todo e não apenas o resultado final.

Como principal referência para as atividades foram utilizadas as etapas e instruções propostas pelo grupo GTERP. No decorrer da aplicação dessas atividades foram coletados diálogos, gravações de vídeos, registros fotográficos e escritos das respostas apresentadas pelos alunos, sendo estes os dados da nossa pesquisa.

Durante as etapas de resolução dos problemas, o Material Dourado foi disponibilizado como auxílio para as representações numéricas e realizações das operações. Ademais, foi utilizado como recurso para a formalização dos conteúdos trabalhados.

4.1 Caracterização do campo e dos sujeitos da pesquisa

A pesquisa ocorreu em uma escola estadual do município de Humaitá, no estado do Amazonas, no fim do ano letivo de 2022. A escola em questão funciona nos turnos matutino e vespertino, sendo quatro turmas de oitavos e quatro turmas de nonos anos no período matutino e quatro turmas de sextos e quatro turmas sétimos anos no período vespertino.

Devido ao conteúdo a ser trabalhado em nossa pesquisa ser um dos objetos de estudo e fazer parte do componente curricular da Matemática do sexto ano, conforme estabelecido pela BNCC, conversamos com a professora responsável por ministrar aulas de matemática nas turmas de sexto ano dessa escola e pedimos que a mesma indicasse por critério pessoal seis alunos para participarem de forma voluntária da pesquisa.

Todavia, ressaltamos que mesmo selecionados seis alunos, apenas três compareceram aos encontros; sendo esses os sujeitos da pesquisa. Para preservar suas identidades, em menções futuras os chamaremos de Montessori[9], Pitágoras[10] e Platão[11].

Conforme descrito pela professora da escola, os alunos selecionados, bem como os colegas de turma, vieram das escolas do município após um período pandêmico, tendo somente aulas remotas durante dois anos e, devido a muitos não possuírem celular ou computador, não conseguiram acompanhar integralmente as aulas. Desse modo, chegaram à escola com muitas dificuldades relacionadas a conhecimentos matemáticos e leitura.

Devido aos sujeitos da pesquisa terem aulas regulares no período da tarde, nossa pesquisa foi realizada no período da manhã, na biblioteca da escola, em 3 encontros, sendo cada um deles com duração de 2 horas. No primeiro encontro foram apresentados o projeto e o Material Dourado e proposto o primeiro problema. Nos demais encontros, foram propostos os demais problemas, sendo um problema em cada encontro.

Por fim, ressaltamos que por se tratar de uma pesquisa com alunos de idade inferior a 18 anos, em busca de realizarmos nossa pesquisa dentro das normas de ética e antes de iniciarmos os trabalhos com os alunos, tomamos a iniciativa de buscarmos os seus responsáveis, para que eles indicassem seu consentimento através da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os Pais ou Responsáveis.

4.2 Problemas e materiais utilizados

Para a elaboração dos problemas para o trabalho das operações fundamentais nos encontros, foram adotados como referência 4 livros do 6º ano do ensino

---

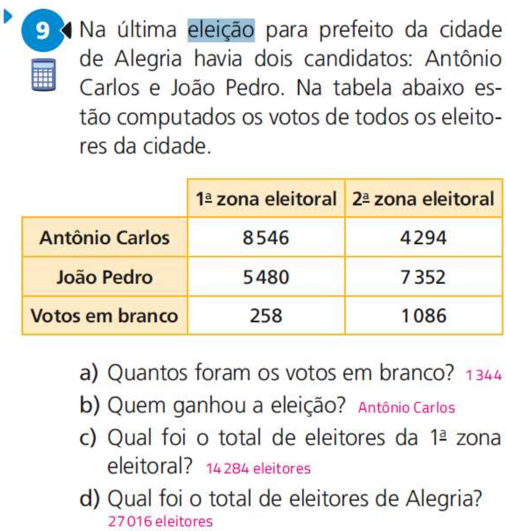
[9] Em homenagem a Maria Montessori (1870-1952), médica e educadora italiana, desenvolvedora do Material Dourado.
[10] Em homenagem a Pitágoras (582-497 a. C.), matemático e filosofo grego que em vida proporcionou diversas contribuições para a Matemática, como o teorema que recebeu seu nome - “teorema de Pitágoras”.
[11] Em homenagem a Platão (427-347 a.C.), matemático e filosofo grego, que em vida proporcionou diversas contribuições para a Matemática, em especial para a geometria.

fundamental, sendo eles: A conquista da matemática; Matemática e realidade; Matemática essencial; e Trilhas da Matemática.

Após a análise dos problemas propostos nesses livros, ficou perceptível que grande parte deles não se adequavam às abordagens que gostaríamos de ter com os alunos participantes da pesquisa, haja vista que esses problemas tratavam de situações abstratas. Ademais, os problemas que atraíram nosso interesse não abordavam situações que se enquadrassem à realidade local. Desse modo, optamos por adaptar os problemas que nos interessaram e criar alguns para as operações onde não havia problemas que poderiam servir como referencial para a elaboração de outro.

Para as operações de adição e subtração foi elaborado o problema denominado como “Problema 1”, este sendo uma adaptação de um problema proposto no livro Matemática e realidade (figura 6).

Figura 6 - Problema proposto no livro Matemática e realidade



9 Na última eleição para prefeito da cidade de Alegria havia dois candidatos: Antônio Carlos e João Pedro. Na tabela abaixo estão computados os votos de todos os eleitores da cidade.

	1ª zona eleitoral	2ª zona eleitoral
Antônio Carlos	8546	4294
João Pedro	5480	7352
Votos em branco	258	1086

a) Quantos foram os votos em branco? 1344
b) Quem ganhou a eleição? Antônio Carlos
c) Qual foi o total de eleitores da 1ª zona eleitoral? 14284 eleitores
d) Qual foi o total de eleitores de Alegria? 27016 eleitores

Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2018, p. 31.

Esse problema chamou nossa atenção devido ao contexto abordado nele, o qual se encaixava em um contexto da época da pesquisa, período pós-eleitoral. Dessa maneira, acreditávamos que a resolução desse problema, além de desenvolver conhecimentos relacionados a adição e subtração de números naturais, poderia desenvolver ou ampliar os conhecimentos que os alunos já possuíam sobre eleições.

Outro fator que levou a escolha desse problema foi o fato de que, mesmo que voltado para a adição de números naturais, observamos que o contexto apresentado dele poderia ser utilizado para que fosse abordado o conteúdo de subtração de números naturais. Desse modo, após conversas e adaptações, chegamos ao problema exposto na figura 7.

Figura 7 - Problema 1

Problema 1: Na última eleição para presidente de bairro em Humaitá havia dois candidatos concorrendo no bairro Jatuarana: Antônio do cacau e João das castanhas. Na tabela abaixo estão computados os votos de todos os eleitores da do bairro em questão.

-	1ª zona eleitoral	2ª zona eleitoral
Antônio do cacau	446	294
João das castanhas	320	352
Votos em branco	128	86

a) Quantos foram os votos na 1º zona eleitoral?

b) Quantos foram os votos na 2º zona eleitoral?

c) Quem venceu a eleição?

d) Qual a diferença de votos entre a 1º e a 2º zona eleitoral?

e) Ignorando os votos em branco, qual a diferença entre os votos de Antônio do cacau e João das castanhas?

Fonte: acervo do autor.

Para a multiplicação de números naturais não encontramos um problema que se encaixasse em nossas perspectivas, dessa maneira, discutimos e elaboramos um problema que foi denominado como "Problema 2", conforme evidencia a figura 8.

Figura 8 - Problema 2

Problema 2: Em um determinado mês, a Garena, desenvolvedora do game Free Fire, fez uma promoção onde um pacote com 99 diamantes custava 5 reais e um pacote com 199 diamantes custava 10 reais. Sabendo dessas informações, respondam os questionamentos abaixo:

a) Felipe comprou 6 pacotes que custavam 5 reais cada, nessa situação, quantos diamantes Felipe comprou?

b) Manoel comprou 3 pacotes que custavam 10 reais cada, quantos diamantes Manoel comprou?

c) Qual compra foi mais vantajosa, a de Felipe ou a de Manoel?

Fonte: acervo do autor.

O problema elaborado possuía como contexto um game popular entre jovens e adultos, o qual foi escolhido com o intuito de cativar o interesse dos alunos, pois poderia ser uma situação que já conhecessem vagamente ou com propriedade. Além disso, visava que, além de os alunos desenvolvessem conhecimentos relacionados a multiplicação, desenvolvessem conhecimentos que pudessem utilizar em seu cotidiano, como a noção de compra mais vantajosa.

Para a divisão de números naturais foi elaborado o problema denominado como "Problema 3", este sendo uma adaptação de um problema proposto no livro A conquista da matemática (figura 9).

Figura 9 - Problema proposto no livro A conquista da matemática

3. Em um restaurante, a despesa de um grupo de 8 pessoas foi 344 reais. Sabendo que todos darão a mesma quantia para pagar a conta, determine o valor que cada um pagará. 43 reais.

Fonte: Júnior e Castrucci, 2018, p. 56.

Esse problema foi escolhido devido ao fato de podermos o adaptar para um ponto turístico da cidade de Humaitá, em especifico a orla municipal. Ademais, por abordar uma situação cotidiana onde um grupo de amigos sai para jantar; situação que poderia ser adaptada para uma realidade mais comum para a idade dos alunos participantes da pesquisa. Desse modo, após diálogos e adaptações, chegamos ao seguinte problema a ser utilizado.

Figura 10 - Problema 3

Problema 3: 5 amigos, Maria, Joana, Pedro, José e Chico combinaram de pedir dinheiro de seus pais para irem lanchar na orla de Humaitá. Maria conseguiu 30 reais, Joana conseguiu 25 reais, Pedro conseguiu 27, José conseguiu 32 e Chico conseguiu 28. Sabendo que eles combinaram de dividir as despesas igualmente, respondam os questionamentos abaixo:

a)Se a despesa foi de 135 reais, os amigos possuem dinheiro suficiente para pagar a conta?

b)Caso a resposta do item anterior seja sim, quanto cada um pagou?

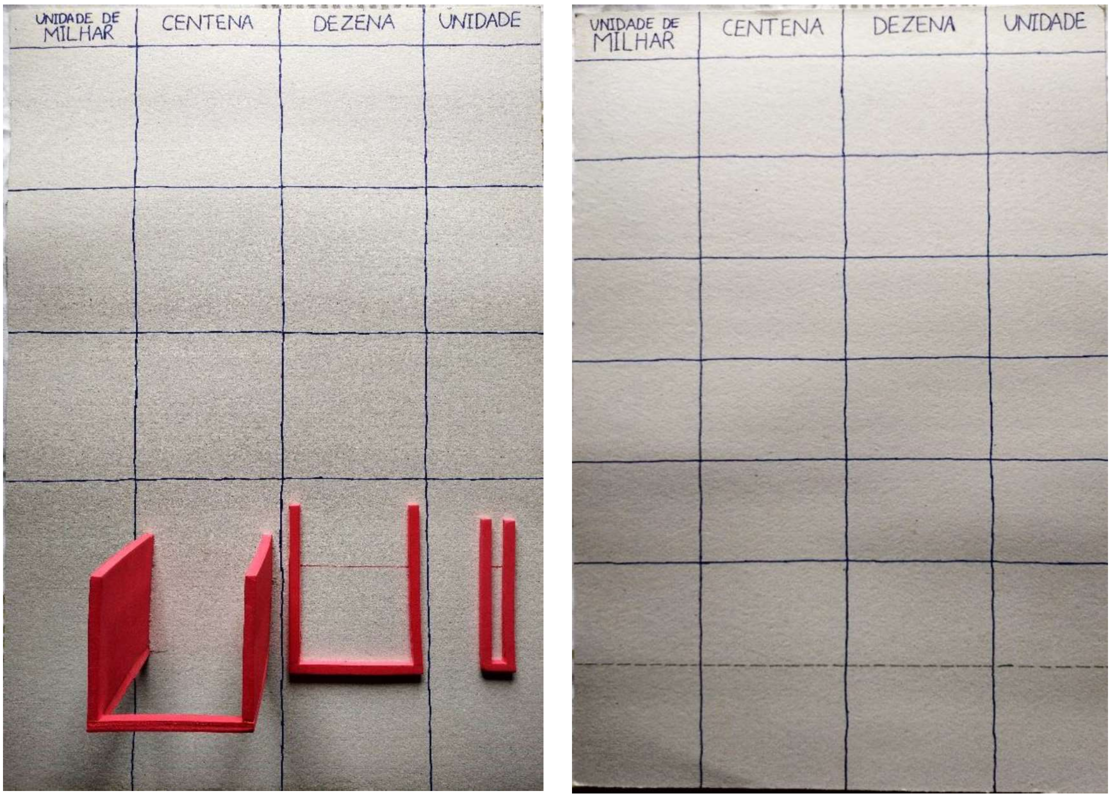
Fonte: acervo do autor.

Ainda com relação ao problema 3, ressaltamos que o mesmo além de possuir como intuito desenvolver conhecimentos relacionados a divisão, possuía como objetivo que os alunos praticassem conhecimentos de adição (item a).

Já com relação aos problemas de modo geral, ressaltamos que tratam de situações fictícias, nas quais o contexto, os nomes e os valores apresentados são meramente ilustrativos; estes sendo escolhidos com o intuito de cativar o interesse dos alunos e que abordassem situações que viessem a se encaixar nas características recomendadas por Dante (1996).

Como suporte para as representações numéricas durante as resoluções dos problemas elaborados, elaboramos dois modelos de materias. O primeiro utilizando papel Paraná e EVA (à esquerda na figura 11), e o segundo utilizando apenas papel Paraná (à direita na figura 11); ambos os tipos tendo como base o sistema de numeração decimal.

Figura 11 - Materiais elaborados



Fonte: acervo do autor.

No primeiro modelo (modelo 1), elaborado para ser utilizado durante a resolução do problema 1, foram feitas divisões de espaços na vertical para as unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar, e divisões na horizontal para a separação e organização dos números formados. Ainda, com EVA, foram construídos compartimentos para a representação dos resultados finais, sendo dois no formato de “u”, para o encaixe dos cubinhos e barras, e um em formato de “caixa”, para o encaixe das placas. Desse modo, nesse modelo poderiam ser representados até três números e um resultado final.

No segundo modelo (modelo 2), elaborado para ser utilizado durante a resolução dos problemas 2 e 3, foram feitas as divisões de espaços na vertical para as unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar, e na horizontal para a separação e organização dos números formados. Esse modelo foi construído sem os compartimentos para a representação das repostas finais, pois as situações no qual seria utilizado necessitavam de mais locais para as representações numéricas. Desse modo, esse material foi construído para possibilitar a representação de até sete números.

5 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES E ANÁLISE DOS DADOS

No decorrer dos encontros e realização das atividades, utilizamos como referencial o roteiro proposto pelo grupo GTERP, todavia, ressaltamos que devido ao contexto no qual ocorreu a pesquisa, não seguimos todas as etapas estritamente como o roteiro propõe. Em especial a etapa 7, que precisou ser adaptada devido ao fato de a biblioteca da escola não possuir uma lousa; em alguns casos essa etapa foi realizada em conjunto com a etapa 8, momento onde os alunos apresentavam seus procedimentos e respostas para os colegas e era realizada uma discussão a partir dessa apresentação.

Em todos os encontros entregamos o problema escolhido para aquele determinado dia e, conforme estabelecido pelo grupo GTERP, solicitamos a leitura do mesmo de forma individual, posteriormente realizamos a leitura em grupo, nesta etapa explicando eventuais dúvidas relacionadas ao enunciado. Posteriormente à leitura individual e em conjunto, foi autorizado o início da resolução do problema proposto; nesta etapa, nós, pesquisadores, assumimos o papel de incentivadores e motivadores.

5.1 Primeiro encontro: adição e subtração de números naturais

No primeiro encontro, antes de propormos o problema 1, tivemos uma breve conversa com os alunos. Nessa ocasião, nos apresentamos, apresentamos a pesquisa, pedimos que os alunos se apresentassem e, em seguida, apresentamos o Material Dourado e o modelo 1 do material confeccionado para as representações numéricas e resultados finais. Durante essa apresentação um dos alunos afirmou não conhecer o Material Dourado e dois alunos afirmaram que já haviam visto, mas que não lembravam como utilizá-lo. Desse modo, tornando necessária uma pequena introdução sobre seus componentes e como realizar representações numéricas com eles.

Após o contato inicial com os alunos, propomos para eles o problema 1, que tinha como contexto as eleições e visava que a partir da resolução deste os alunos desenvolvessem conhecimentos relacionados a adição e a subtração de números naturais. Nesse momento solicitamos que os alunos fizessem a leitura individual e posteriormente realizamos a leitura em conjunto.

No primeiro momento foi perceptível que os alunos conseguiram ler o enunciado do problema, entretanto, mostraram-se inseguros quanto a interpretação obtida por eles, passando a questionar os pesquisadores sobre o que deveria ser feito, tendo como base o que eles haviam entendido.

Albuquerque (2019), destaca que a interpretação é uma das principais dificuldades dos alunos diante da Resolução de Problemas, fator que acreditam ser em decorrência dos métodos tradicionais de ensino, onde os professores sempre sugerem o que os alunos devem fazer, desse modo, minimizando os esforços dos alunos para chegarem a sua própria conclusão do que deve ser feito. Com isso, deixando-os acostumados a sempre terem um comando direto sobre o caminho a seguir. Abaixo expomos um diálogo referente ao item “a”, que vai de encontro a essa situação.

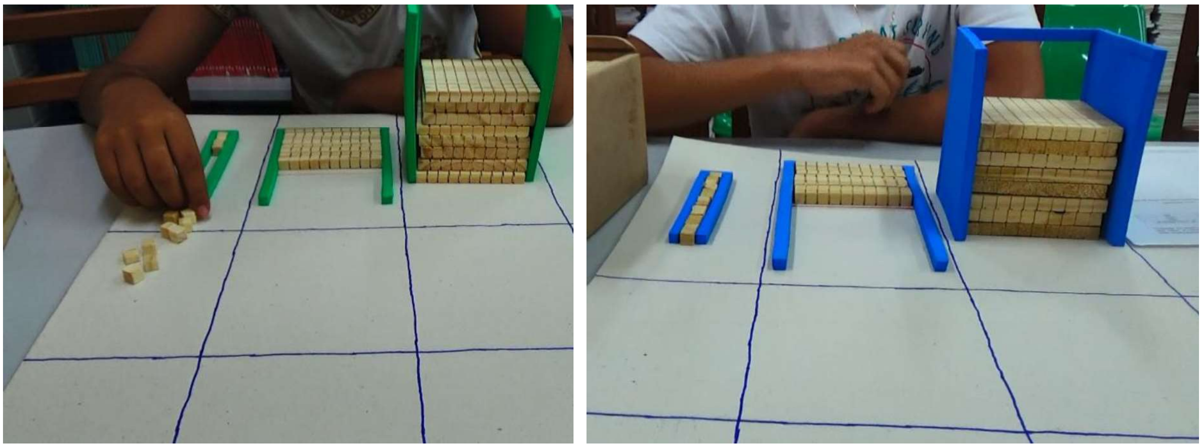
> Pitágoras: É para somar?
> Pesquisador: Você acha que é para somar?
> Pitágoras: Sim.
> Pesquisador: Por que você acha que é para somar?
> Pitágoras: Porque “tá” perguntando a quantidade de votos.
> Pesquisador: E como faz para encontrar?
> Pitágoras: Tem que somar.
> (Diálogo entre pesquisador e aluno, 2022).

Quando questionados, Montessori e Platão confirmaram que também achavam que era para somar, partindo do mesmo princípio de Pitágoras, relacionando o termo quantidade com somar. Com base nisso, concluímos que os alunos sabiam o que deveriam fazer, entretanto, divido ao problema não explicitar o que deveria ser feito, os alunos precisaram de uma confirmação por parte dos pesquisadores.

Posteriormente a chegarem em um consenso sobre o que fazer e terem confirmação sobre isso, cada aluno, de forma individual, iniciou a etapa da resolução desse item. Nesse momento, observamos os alunos de perto e acompanhamos os procedimentos adotados por eles. Nessa etapa foi possível notar a ansiedade dos alunos para encontrarem o quanto antes a resposta do problema, evidenciando a peculiaridade de cada um no processo de resolução.

Enquanto Montessori e Pitágoras tentaram encontrar a resposta de forma direta, adicionando os componentes do Material Dourado nos compartimentos reservados para a resposta do problema (figura 12), Platão tentou encontrar a resposta fazendo passo a passo, representando os números e depois adicionando-os (figura 13), esse último caso sendo conforme esperávamos quando elaboramos o material que seria utilizado na pesquisa.

Figura 12 - Procedimento de Montessori (à esquerda) e de Pitágoras (à direita) para o item “a” do problema 1



Fonte: acervo do autor.

Figura 13 - Procedimento de Platão para o item “a” do problema 1

Fonte: acervo do autor.

Com relação aos procedimentos adotados pelos alunos Montessori e Pitágoras, quando questionados sobre como pensaram em resolver o problema, a aluna Montessori argumentou que contou a quantidade total que tinha na casa das unidades, das dezenas e das centenas, respectivamente, e depois adicionou essa quantidade nos compartimentos. Enquanto Pitágoras afirmou que olhou número por número e foi adicionando a quantidade que tinha em cada um deles, um por vez.

Quando os alunos finalizaram seus procedimentos, estes chamaram os pesquisadores e afirmaram ter encontrado a resposta para o item “a”. Nesse momento iniciou-se um diálogo, de modo individual, para a verificação da resposta encontrada por cada um deles.

> Pesquisador: Você encontrou a resposta?
> Montessori: Sim.
> Pesquisador: Quanto deu?
> Montessori: Oitocentos e oitenta e ...
> Pesquisador: Oitocentos e oitenta e?
> Montessori: Aqui tem quatorze (apontando para a casa das unidades).
> Pesquisador: Então dá quanto?
> Montessori: Então dá oitocentos e noventa e quatro.
> Pesquisador: Você não tinha falado que era oitocentos e oitenta e alguma coisa?
> Montessori: Sim, mas é porque aqui tinha quatorze (novamente se referindo a casa das unidades).
> Pesquisador: Mas para ser oitocentos e noventa e quatro não tinha que ter mais uma dezena aqui (apontando para as dezenas) e apenas quatro cubinhos aqui (apontando para as unidades)?
> Montessori: Sim.
> Pesquisador: Mas então?
> Montessori: Então vou ter que tirar dez daqui (referindo-se as unidades).
> Pesquisador: E vai fazer o que com eles?
> Montessori: Acho que vou colocar aqui (apontando para a casa das dezenas).
> Pesquisador: E agora, como ficou?
> Montessori: Oitocentos e noventa e quatro.
> (Diálogo entre pesquisador e aluna, 2022)

Com relação ao aluno Pitágoras, este encontrou o mesmo problema encontrado pela aluna Montessori. No momento que induzido a apresentar sua resposta, ele apontou que havia encontrado oitocentos e noventa e quatro, todavia, na casa das unidades constava o número quatorze. Nesse momento inicia-se uma conversa para a verificação da resposta encontrada.

> Pesquisador: Deu quanto?
> Pitágoras: Oitocentos e noventa e quatro.
> Pesquisador: Mas aqui na casa das dezenas tem apenas oito.
> Pitágoras: Mas é porque até aqui (apontando para a casa das dezenas) tem oitocentos e oitenta, e aqui tem mais quatorze (apontando para a casa das unidades).
> Pesquisador: Você acha que tem problema ficar quatorze aqui (referindo-se a casa das unidades)?
> Pitágoras: Eu acho que sim.

> Pesquisador: Por que?
> Pitágoras: Porque “tá” dando um número muito grande.
> Pesquisador: E o que você faria para resolver?
> Pitágoras: Eu ia emprestar para outro (referindo-se a casa das dezenas).
> Pesquisador: Emprestar quanto?
> Pitágoras: Dez.
> Pesquisador: E vai dar quanto?
> Pitágoras: Oitocentos e noventa e quatro.
> (Diálogo entre pesquisador e aluno, 2022)

Com base nos diálogos, percebemos que os alunos Montessori e Pitágoras, que percorreram caminhos semelhante para a resolução, conseguiram chegar na resposta correta para o problema. Além disso, durante esse processo, eles puderam desenvolver conhecimentos relacionados a adição, percebendo, ao encontrarem um problema de leitura do número formado, que poderiam trocar a quantidade de dez unidades por uma dezena. Essa situação foi possível a partir do manuseio do Material Dourado, que possibilitou que os alunos visualizassem a relação existente entre seus componentes, em especial a equivalência existente entre dez unidades e uma dezena, tal como é apresentado nos resultados encontrados no trabalho de Ferrugine, Evangelista e Evangelista (2021).

Essa situação também vai de encontro aos resultados encontrados na pesquisa de Miola, Afonso e Brandão (2020), que constataram que o Material Dourado auxilia na compreensão da adição, possibilitando a visualização do que ocorre no processo de resolução, como exemplo as trocas de unidades por dezenas e dezenas por centenas.

Com relação ao aluno Platão, este seguiu seu procedimento e ao fim encontrou setecentos e vinte e dois (resposta incorreta), todavia, no momento da plenária, observando a resposta apresentada pelos colegas, este conseguiu perceber onde errou e afirmou ter “se confundido” com o manuseio dos componentes durante o processo de resolução.

O item “b” do problema 1 era semelhante ao o item “a”, desse modo, após a plenária da resolução do item “a”, todos os alunos conseguiram chegar na reposta correta para o questionamento, seguindo os mesmos procedimentos que adotaram para a resolução do item anterior; nesse momento evidenciando que compreenderam o processo aditivo que deveria ser realizado e as trocas entre unidades e dezenas e entre dezenas e centenas, pois chegaram as suas repostas sem necessidade de intervenção dos pesquisadores.

Já com relação ao item "c", os alunos mostraram dificuldade com o entendimento do enunciado, onde após a leitura do mesmo de forma individual e em conjunto, os três alunos afirmaram não ter entendido o que era pedido. Sob essa ótica, tivemos que intervir supondo novas situações as quais não dissessem diretamente o que os alunos deveriam fazer, mas que os guiassem para concluir por conta própria o caminho que deveriam seguir.

> Pesquisador: O que a questão pergunta?
> Montessori, Pitágoras e Platão: Quem venceu a eleição.
> Pesquisador: Vocês acompanham quando tem eleição aqui na cidade? Vocês sabem quem é que ganha?
> Platão: Quem tem mais votos.
> Pesquisador: Vocês concordam (referindo-se aos alunos Montessori e Pitágoras)? É quem tem mais votos?
> Montessori e Pitágoras: Sim.
> Platão: Mas então tem que olhar só a zona 2?
> Pesquisador: Por que você acha que tem que olhar só a zona 2?
> Platão: porque se olhar a 1 e a 2 vai dar um número muito grande.
> Pesquisador: O que você acha, Montessori?
> Montessori: Acho que tem que olhas as duas.
> Pesquisador: Quando tem eleição aqui na cidade contam os votos só de uma escola ou de todas as escolas?
> Montessori, Pitágoras e Platão: Todas.
> Pesquisador: E nesse caso, o que vocês acham?
> Montessori, Pitágoras e Platão: As duas.
> (Diálogo entre pesquisador e alunos, 2022)

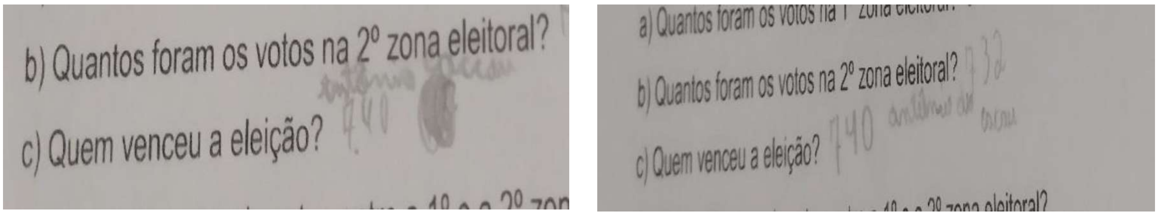
Conforme apresentado na transcrição do diálogo, os alunos, a partir da associação entre o problema apresentado e uma situação do seu cotidiano, conseguiram entender o que deveria ser feito. Essa situação também pode ser vista na obra de Pimenta e Justulin (2021), que constatam que a Resolução de Problemas enquanto estratégia de ensino pode contribuir para que os alunos consigam enxergar a ligação existente entre a matemática ensinada em sala de aula e a praticada no cotidiano.

Durante a resolução desse item, novamente foi perceptível a ansiedade por parte dos alunos para encontrarem a resposta do problema e, nesse momento, o aluno Pitágoras questionou sobre a possibilidade de utilizar caneta e papel para a resolução. Quando questionado sobre o motivo, ele afirmou que saberia fazer, mas que a conta era muito grande e que ia demorar para ser feita com o Material Dourado; nesse momento encontramos a primeira aversão quanto a utilização desse material na Resolução de Problemas. Diante disso, autorizamos que o aluno utilizasse o procedimento que achasse que seria melhor para ele.

De início os alunos não mostraram dificuldades com relação aos valores a serem somados, apenas o aluno Platão questionou se deveria somar os valores contidos nas linhas horizontais ou nas linhas verticais, mas a partir da indicação para que ele analisasse novamente o quadro de votos, o aluno conseguiu concluir que deveria somar os valores expostos nas linhas na horizontal.

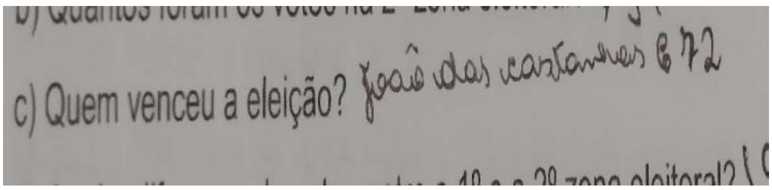
Após os alunos finalizarem as suas resoluções para o item “c”, ficou constatado que os alunos que utilizaram o Material Dourado conseguiram chegar na resposta correta para o problema, enquanto o aluno que optou por utilizar caneta e papel encontrou um valor incorreto, conforme mostram os valores registrados por eles na folha de questão. Esta etapa, assim como as anteriores, evidenciou que os alunos que utilizaram o Material Dourado entenderam o processo aditivo que deveria ser realizado.

Figura 14 - Resposta de Montessori (à esquerda) e de Platão (à direita) para o item “c” do problema 1



Fonte: acervo do autor.

Figura 15 - Resposta de Pitágoras para o item “c” do problema 1



Fonte: acervo do autor.

Após a resolução do item “c” iniciamos a parte da formalização do estudo relacionado à adição de números naturais. Nesse momento apresentamos, utilizando o Material Dourado, papel e caneta, a resposta de um dos itens referentes à adição, expondo propriedades referentes a essa operação fundamental, como o caso da troca de dez unidades por uma dezena, dez dezenas por uma centena e dez centenas por uma unidade de milhar.

Durante essa formalização um dos alunos apresentou uma situação interessante quanto ao estudo da adição em suas aulas regulares. No momento que uma das somas atingiu o número 14 (quatorze) na casa das unidades, o aluno citou que deveríamos deixar o 4 (quatro) e “emprestar” o 1 (um) para o “vizinho”. Nesse momento iniciamos um diálogo para averiguar a forma que ele tinha visto esse conteúdo.

> Pesquisador: Por que você acha que tem que emprestar para o “vizinho”?
> Platão: A professora falou que quando dá dois números (dois algarismos) a gente tem que emprestar para o “vizinho”.
> Pesquisador: Mas por que você acha que deve fazer isso?
> Platão: Acho que é por que dá um número muito grande.
> (Diálogo entre pesquisador e aluno, 2022)

A partir desse diálogo percebemos que o aluno possuía conhecimentos mecânicos de procedimentos relacionados a adição, mas que não sabia o motivo de realizar esse procedimento. Nesse momento iniciou-se uma explicação com o Material Dourado visando expandir a visão que o aluno possuía sobre essa operação fundamental; essa situação também serviu para explicar o motivo pelo qual os compartimentos tinham uma marcação, no qual foi mostrado que até aquela marca cabiam dez componentes, significando que ali era um limite que quando atingido deveria ser realizada uma troca. Desse modo, concluindo que o termo “emprestar” na verdade significava que você estava transformando dez unidades em uma única dezena.

Finalizada a formalização do conteúdo de adição, foi iniciado o estudo da subtração de números naturais, este a partir da resolução do item “d” do problema 1. Após a leitura individual desse item, os alunos afirmaram não ter entendido o que era pedido, apresentando como principal dificuldade o entendimento do termo “diferença”. Nesse momento iniciamos um diálogo com os alunos para tentar explicar o significado dessa palavra e, durante esse diálogo, ficou perceptível o conhecimento que eles possuíam sobre ela, apresentando sempre como resposta associações realizadas no sentido literal da palavra.

Quando questionada sobre a diferença existente entre os votos da 1º e da 2º zona eleitoral, Montessori afirmou que a diferença estava nos algarismos, onde para o primeiro caso tinha a presença do número 8, por exemplo. Já Pitágoras argumentou que a diferença era que na 1º zona eleitoral havia tido mais votos que na 2º, isto é, havia diferença na quantidade. O aluno Platão concordou com os dois colegas, havia diferença nos algarismos e em quantidade.

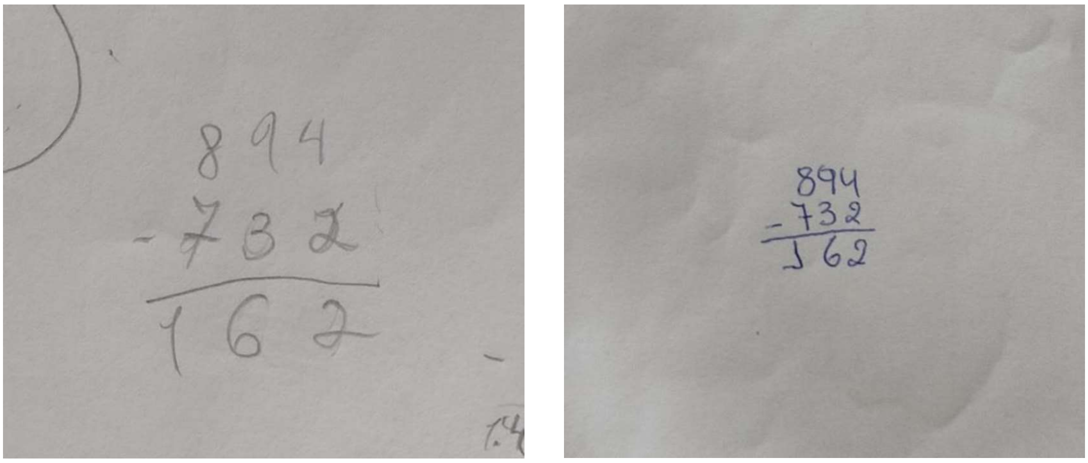
Percebendo as dificuldades apresentadas pelos alunos, constatamos que estávamos diante de um problema secundário, que de acordo com Andrade e Onuchic (2017), é aquele que surge dentro do problema gerador, devido à dificuldade de entendimento por parte do aluno. Com base nisso, começamos a apresentar situações as quais levassem os alunos a constatarem o caminho que deveriam seguir.

> Pesquisador: Você tem irmão ou irmã (referindo-se a Platão)?
> Platão: Sim, irmã.
> Pesquisador: Vamos supor que você tem dez bombons e a sua irmã tem cinco, qual seria a diferença entre a quantidade de bombons que vocês têm?
> Platão: É que dez tem dois números e cinco só tem um.
> Pesquisador: E se você tivesse oito e sua irmã tivesse cinco?
> Platão: Oito é maior que cinco.
> Pesquisador: Maior quanto?
> (Nesse momento Platão fica pensativo e Pitágoras responde que é três)
> Pesquisador: Essa poderia ser uma diferença?
> Pitágoras: Sim.
> Pesquisador: E então?
> Platão: Então tem que ver quanto um tem mais que o outro? É de menos?
> Pesquisador: O que vocês acham?
> Montessori, Pitágoras e Platão: Sim.
> (Diálogo entre pesquisador e alunos, 2022)

A partir do diálogo apresentado anteriormente, compreendemos que os alunos saberiam como proceder e a operação que deveria ser realizada, todavia, devido a incialmente não conseguirem relacionar o termo “diferença” a essa operação, não conseguiram iniciar suas resoluções sem a nossa intervenção. Após isso, os alunos iniciaram a resolução desse item e nós, pesquisadores, acompanhamos de perto os procedimentos adotados por eles.

Nessa etapa, como os alunos já haviam compreendido o que deveria ser feito, já haviam obtido nos itens anteriores os valores a serem utilizados e por não se tratar de uma situação complexa, como exemplo uma situação que envolvesse a troca de centenas para dezenas ou dezenas para unidades, os alunos chegaram à resposta correta sem muitas dificuldades. Durante a obtenção dessas respostas, dois alunos utilizaram papel e lápis/caneta e um aluno utilizou o Material Dourado.

Figura 16 – Procedimento de Montessori (à esquerda) e de Platão (à direita) para o item “d” do problema 1



Fonte: acervo do autor.

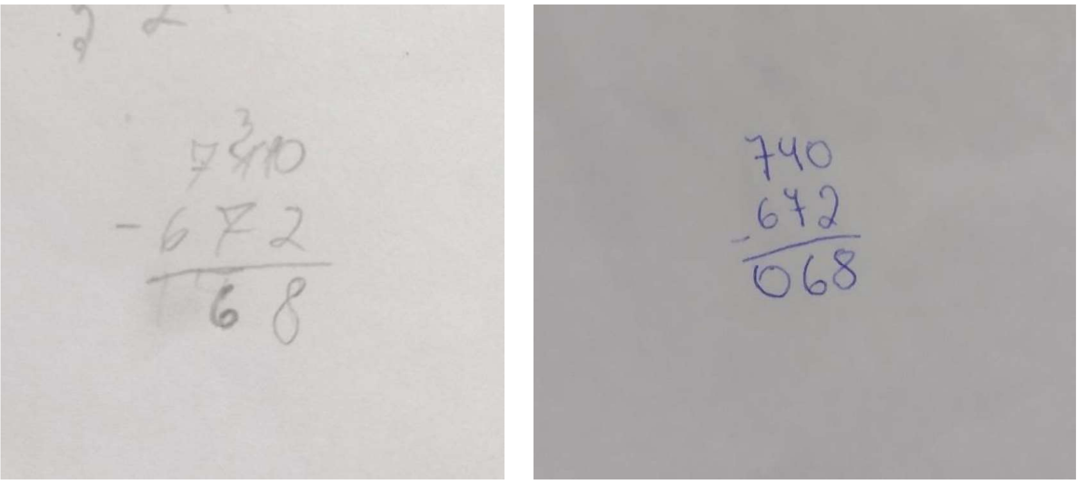
Figura 17 – Resultado obtido por Pitágoras para o item “d” do problema 1

Fonte: acervo do autor.

Como os três alunos chegaram na resposta correta, a plenária foi utilizada para que os alunos explicassem como pensaram em resolver esse item e como chegaram em seus resultados. Nesse momento, os alunos Montessori e Platão descreveram uma maneira semelhante de pensamento, ambos associando o termo diferença à subtração, haja vista que para saber a diferença deviam retirar valores; por esse motivo estruturaram a conta conforme apresentado na figura 16. O aluno Pitágoras argumentou que representou o número oitocentos e noventa e quatro com o Material Dourado e depois foi retirando as quantidades na casa das unidades, dezenas e centenas, respectivamente; desse modo chegando ao resultado apresentado na figura 17.

A partir das respostas apresentadas pelos alunos, notamos que eles possuíam alguns conhecimentos relacionados a subtração. Isso ficou mais evidente a partir das respostas apresentadas pelos alunos Montessori e Platão para o item “e”, onde eles estruturaram a conta e, quando necessário, realizaram os procedimentos “emprestando um para o vizinho” (descrição feita por eles).

Figura 18 – Resolução de Montessori (à esquerda) e de Platão (à direita) para o item “e” do problema 1



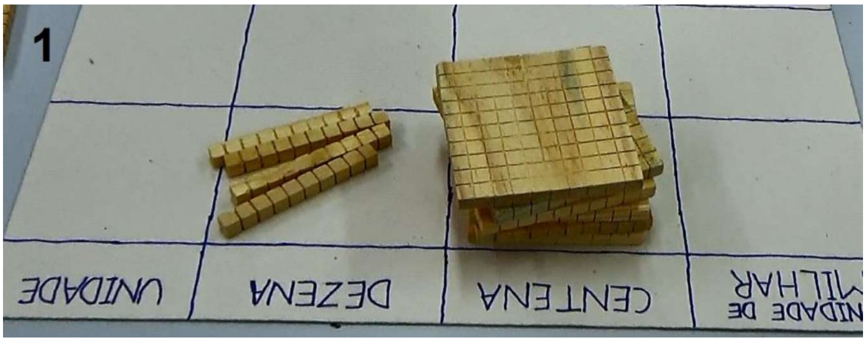
Fonte: acervo do autor.

Quando questionados sobre o motivo de terem “emprestado do vizinho”, os alunos descreveram que foi como viram em aula, e quando questionados sobre o porquê de poderem fazer isso, eles afirmaram que não sabiam. Nesse momento foi perceptível a importância do Material Dourado para essa atividade, haja vista que, conforme afirmam Miola, Afonso e Brandão (2020), realizar essas operações com Material Dourado faz com que muitos alunos compreendam o porquê “riscam” o valor, o substituem por um valor menor e acrescentam o número um ao lado do outro para qual está sendo emprestado. Todavia, devido aos alunos terem encontrado a resposta correta, deixamos essa explicação apenas para o momento de formalização desse conteúdo.

O aluno Pitágoras, diferentemente dos alunos Montessori e Platão, utilizou o Material Dourado como auxílio na sua resolução. De início o aluno representou o número de votos de Antônio do Cacau (figura 19) e, conforme fez para responder o item anterior, pensou em retirar nas unidades, dezenas e centenas a quantidade existente no outro número.

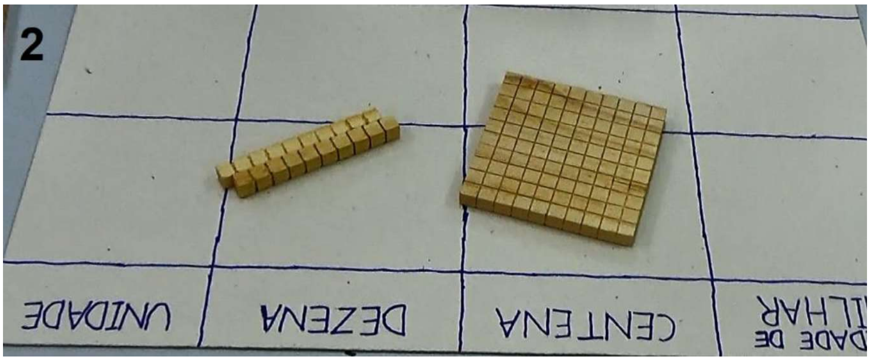
Dessa forma o aluno iniciou sua resolução, começando a retirar a partir das centenas, todavia, ao chegar nas unidades encontrou um problema: essa casa não tinha um valor (componentes), impossibilitando o prosseguimento do seu procedimento (Figura 20). Nesse momento, o aluno chama os pesquisadores e afirma não conseguir prosseguir com a sua resolução, pois não havia como retirar dois na casa das unidades, haja vista que não tinham nada lá.

Figura 19 – Representação feita por Pitágoras do número de votos obtidos por Antônio do Cacau



Fonte: acervo do autor.

Figura 20 – Momento em que Pitágoras afirma não conseguir prosseguir com a resolução



Fonte: acervo do autor.

Observando a dificuldade enfrentada pelo aluno, o encorajamos para que continuasse a sua resolução. Nesse momento, lembrando do termo utilizado pelos alunos Montessori e Platão, questionamos se ele já tinha ouvido o termo “emprestar do vizinho” e ele, com reação de espanto, afirma que sim e que então deveria pegar um componente da casa das dezenas e emprestar para a casa das unidades; desse modo encontrando a resposta correta para o item “e”.

A partir desse diálogo com o aluno Pitágoras, pudemos perceber que ele tinha conhecimentos sobre o conteúdo, mas não sabia utilizá-lo no contexto que era cobrado no problema. Essa situação vai de encontro as ideias apresentadas por Dante (1996) e os PCN (1999), que destacam que muitas das vezes os alunos sabem efetuar algarismos, mas devido ao fato de não terem realmente aprendido o conteúdo, não sabem aplicá-los em contextos. Situação qual Pimenta e Justulin (2021, p. 16), afirmam que pode ser causada pelo fato de que "[...] ainda hoje muitos professores têm dificuldade em construir conteúdos, trabalhando na maioria das vezes apenas com exercício algorítmico, visando a memorização.".

Finalizamos esse encontro com a formalização do conteúdo de subtração de números naturais, nessa parte explicando que de fato quando um número é menor que o outro devemos "emprestar do vizinho", todavia, destacando que a subtração não se resumia apenas a isso ou que era algo a ser decorado. Nesse momento, o Material Dourado foi peça fundamental para explicação de que "emprestar do vizinho" não significava que você estava simplesmente emprestando um; quando você empresta uma dezena, na verdade você está transformando uma dezena em dez unidades, quando você empresta uma centena, na verdade você está transformando uma centena em dez dezenas e assim sucessivamente.

5.2 Segundo encontro: multiplicação de número naturais

No segundo encontro foi proposto o problema denominado como problema 2, que tinha como contexto um *game* popular entre jovens e adultos. Esse problema possuía como objetivo que, a partir da resolução do mesmo, os alunos desenvolvessem conhecimentos relacionados a multiplicação de números naturais e noções cotidianas.

Inicialmente disponibilizamos para cada aluno o Material Dourado, o Modelo 2 do material elaborado para as representações numéricas e uma folha sulfite contendo o problema 2. Após isso solicitamos que os mesmos realizassem a leitura individual do problema e em seguida iniciamos a leitura em conjunto. As etapas de leitura ocorreram sem dificuldades, evidenciando que os alunos haviam entendido o que fazer, haja vista que todos eles afirmaram que a situação apresentada tratava de multiplicação. Desse modo, autorizamos que os mesmos iniciassem a resolução do item “a” e passamos a acompanhá-los de perto, observando os procedimentos adotados por eles.

Passados poucos minutos, o aluno Platão chamou os pesquisadores e afirmou ter encontrado o valor da resposta do item, dizendo que era seiscentos. Percebendo que se tratava de uma resposta incorreta, solicitamos que o aluno explicasse como fez para encontrar esse valor.

> Pesquisador: Como você fez?
> Platão: Eu fiz seis vezes cem.
> Pesquisador: O problema pede isso?
> Platão: Sim, porque são seis pacotes de noventa e nove.
> Pesquisador: Você fez a conta “de cabeça”?
> Platão: Sim.
> Pesquisador: Mas porque você usou cem?
> Platão: Porque quando a gente compra coisa de R$ 1,99, a gente paga com dois reais.
> (Diálogo entre pesquisador e aluno, 2022)

Nesse momento percebemos que o aluno lembrou de uma situação do cotidiano e tentou relacioná-la com a situação apresentada no problema, todavia, de modo incorreto. Desse modo, nos deparamos novamente com um problema secundário, portanto, surgindo a necessidade de intervenção para a explicação da situação apresentada pelo aluno, o encaminhando para o caminho que deveria seguir.

> Pesquisador: Quando a gente compra coisas de R$ 1,99, a gente paga com dois reais porque não tem como formar noventa e nove centavos de moeda, nem tem como a gente receber um centavo de troco. Por isso que o preço acaba ficando por dois reais. Mas no caso dessa questão, isso não acontece.
> Platão: Então tenho que usar noventa e nove?
> Pesquisador: Quanto a questão diz que é?
> Platão: Noventa e nove.
> (Diálogo entre pesquisador e aluno, 2022)

A partir dessa intervenção, o aluno pôde compreender que deveria utilizar em seu procedimento o valor que era informado no enunciado, desse modo, após esse diálogo, ele reiniciou a sua resolução.

Passados alguns minutos do diálogo com o aluno Platão, o aluno Pitágoras chama os pesquisadores e diz ter encontrado a resposta para o problema, afirmando ser seiscentos e seis. Novamente, ao observarmos que se tratava de uma resposta incorreta, iniciamos uma conversa com o aluno para que pudéssemos entender o procedimento adotado por ele.

> Pesquisador: Como você fez?
> Pitágoras: Eu fiz seis vezes noventa e nove, mas como não é um número exato, como o cem, então eu coloquei mais seis.
> Pesquisador: Você fez a conta “de cabeça”.
> Pitágoras: Sim.
> Pesquisador: E deu quanto?
> Pitágoras: seiscentos e seis.
> (Diálogo entre professor e aluno, 2022)

Como é possível notar através dos diálogos, até aquele momento, os alunos estavam tentando elaborar estratégias para obter a resolução a partir de cálculos mentais. No caso do aluno Pitágoras, a estratégia utilizada foi fazer seis vezes cem e depois adicionar mais seis, todavia, cometendo um erro, pois na verdade ele deveria ter retirado seis. Percebendo isso, perguntamos como eles fariam para representar a conta e nesse momento nos deparamos com uma situação peculiar: a representação adotada por dois alunos (figura 21) foi semelhante ao que frequentemente é ensinado no método tradicional de ensino, onde os números a serem multiplicados ficam um embaixo do outro.

Figura 21 - Representação de multiplicação feita por Pitágoras (à esquerda) e por Platão (à direita)

Fonte: acervo do autor.

Essas representações feitas pelos alunos explicaram o fato de estarem tentando fazer cálculos mentais, haja vista que essa é uma situação comum quando a conta de multiplicação é estruturada dessa maneira. Desse modo, com base nessas representações e estratégias que eles vinham adotando, pudemos perceber que os alunos tinham noções acerca da multiplicação. Portanto, começamos a questioná-los, buscando compreender o nível de conhecimento que eles possuíam sobre esse assunto.

A partir dos questionamentos feitos, constatamos que de fato os alunos, em especial o aluno Platão, possuíam conhecimentos sobre multiplicação, todavia, que esses eram abstratos. Haja vista que eles mostraram saber alguns resultados de multiplicação, como exemplo quatro vezes o cinco, mas não sabiam o porquê de ser esse resultado, descrevendo que dava esse valor porque tinham visto na tabuada. Um fator que pode ser causador disso é o fato de que, conforme descrito pelos alunos, eles só haviam visto problemas de multiplicação através de estruturas, assim como nas representações feitas por eles (figura 21).

Nesse momento ficou evidente a situação apresentada no primeiro encontro, onde os alunos precisaram confirmar as interpretações obtidas por eles, fator acarretado por sempre terem de maneira direta o que deveria ser feito, sem necessitar que se esforcem para chegarem em suas próprias conclusões. E as ideias apresentadas por Pimenta e Justulin (2021), sobre o trabalho de conteúdos a partir de exercícios algorítmicos.

Desse modo, percebendo as dificuldades encontradas pelos alunos, a fim de verificarmos como eles procederiam na resolução, passamos a engajá-los através de questionamentos que abordavam números menores.

> Pesquisador: Se fosse duas vezes o dois, como você faria (referindo-se a Pitágoras)?
> Pitágoras: Eu colocaria o dois duas vezes.
> Pesquisador: E se fosse três vezes o dois, como você faria (referindo-se a Montessori)?
> Montessori: Eu colocaria o dois três vezes.
> Pesquisador: E se fosse três vezes o três, como você faria (referindo-se a Platão)?
> Platão: Eu colocaria o 3 três vezes.
> Pesquisador: E no caso de seis vezes o neventa e nove, como faz?
> (Nesse momento os alunos passam a refletir e aparentam ter compreendido que a multiplicação é a soma de um mesmo número uma determinada quantidade de vezes).
> (Diálogo entre pesquisador e alunos, 2022)

Após esse diálogo, os alunos reiniciaram sua resolução e, novamente, evidenciaram a peculiaridade de cada um em seus procedimentos. Dois alunos, Montessori e Pitágoras, encontraram a resposta do item “a” após somarem seis vezes o número noventa e nove, enquanto o aluno Platão, que já possuía conhecimento mais desenvolvido sobre a tabuada, encontrou a resposta correta a partir da multiplicação direta de números. Na figura 22 expomos os procedimentos adotados por Pitágoras e Platão.

Figura 22 - Procedimento adotado por Pitágoras (à esquerda) e por Platão (à direita) para a resolução do item “a” do problema 2

Fonte: acervo do autor.

Uma observação importante com relação ao procedimento adotado por Pitágoras, é o fato de que mesmo que o aluno tenha encontrado sua resposta através da soma e tenha evidenciado que compreendeu os processos envolvidos, o mesmo ainda apresenta em seus procedimentos resquícios dos procedimentos mecânicos que são ensinados no ensino tradicional, onde na soma você “deixa um e sobe o outro”. Essa situação pode ser vista em cima da escrita “dezena” (olhando de baixo para cima) na figura 22, onde para representar uma dezena quando atingidas dez unidades, o aluno utilizou um cubinho (que representa uma unidade); todavia, isso não o impediu de chegar a resposta correta do problema, uma vez que no momento de realizar a soma das dezenas, ele considerou o cubinho como sendo uma dezena.

Como todos os alunos encontraram a resposta correta para esse item, a plenária foi utilizada para que os alunos pudessem compartilhar seu método de resolução com os colegas. Além disso, serviu para evidenciar a independência dos alunos em suas resoluções; os alunos Montessori e Pitágoras, sem precisar de ajuda, mostraram os conhecimentos de adição obtidos no encontro anterior e o aluno Platão mostrou personalidade ao adotar um método diferente dos colegas.

Com relação ao item “b”, este era semelhante ao item “a”, deste modo, os alunos adotaram os mesmos procedimentos para a resolução, com exceção a aluna Montessori, que desta vez tentou proceder do mesmo modo apresentado por Platão, porém, sem sucesso, conforme pode ser visto na terceira divisão horizontal (olhando de baixo para cima) na figura 23.

Figura 23 – Procedimento de Montessori (à esquerda) e de Platão (à direita) para o item “b” do problema 2

Fonte: acervo do autor.

Como podemos notar, o erro cometido por Montessori está a partir da casa das dezenas onde, no momento da plenária, a aluna afirmou ter errado no momento de multiplicar, “de cabeça”, o valor que estava nessa casa. Com relação ao aluno Platão, este encontrou a resposta correta para o item (quarta divisão horizontal, olhando de baixo para cima na figura 23), bem como o aluno Pitágoras, conforme pode ser visto na quarta divisão horizontal (olhando de baixo para cima) na figura 24.

Figura 24 - Procedimento adotado por Pitágoras para a resolução do item “b” do problema 2

Fonte: acervo do autor.

Com relação aos procedimentos adotados pelos alunos, novamente podemos ver a presença da utilização de um cubinho como representação de outro componente. Desta vez esse comportamento pôde ser visto nos procedimentos dos alunos Montessori, Pitágoras e Platão, onde na casa das dezenas foram utilizados dois cubinhos como sendo duas dezenas. Também na casa das centenas, onde Pitágoras e Platão adotaram dois cubinhos como sendo duas centenas, além disso, nos procedimentos de Montessori, onde três cubinhos foram utilizados como três centenas.

Posteriormente a terem encontrado as repostas dos itens “a” e “b”, os alunos iniciaram uma discussão para verificarem qual compra foi mais vantajosa, item “c”. Nesse momento, foi consensual que a compra mais vantajosa foi a realizada por Manoel (item b), com a justificativa de que ambos gastaram o mesmo valor, mas que Manoel obteve três diamantes a mais que Felipe.

Por fim, após os alunos responderem todos os itens, iniciamos a formalização do conteúdo. Nesse momento passamos a abordar valores que os alunos conheciam da tabua e, com o auxílio do Material Dourado, passamos a explicar o motivo daqueles resultados.

Para o valor de quatro vezes cinco, um dos alunos respondeu que o resultado era vinte, a partir disso mostramos que o resultado era esse devido ao fato de que quando você está multiplicando, na verdade você está somando um mesmo número uma determinada quantidade de vezes. Para esse caso, estávamos somando o número cinco por quatro vezes.

Nesse momento também mostramos que essa conta era semelhante a que eles fizeram para seis vezes o número noventa e nove, onde os alunos Montessori e Pitágoras somaram o número noventa e nove por seis vezes. E semelhante a conta que fizeram para três vezes cento e noventa e nove, onde o aluno Pitágoras somou o número cento e noventa e nove por três vezes (figura 24).

5.3 Terceiro encontro: divisão de números naturais

No terceiro encontro foi proposto o problema denominado como problema 3, que tinha como contexto um grupo de amigos que foi a um ponto turístico da cidade de Humaitá. Esse problema possuía como objetivo que os alunos desenvolvessem conhecimentos relacionados à divisão de números naturais e exercitassem os conhecimentos trabalhados nos encontros anteriores.

Inicialmente o problema foi disponibilizado para os alunos em uma folha de papel sulfite e foi solicitado que eles realizassem a leitura individual do mesmo. Após essa leitura, iniciamos a leitura em conjunto; nesse momento todos os alunos afirmaram que compreenderam o que o problema pedia, portanto, autorizamos que eles iniciassem a resolução do item “a” e os acompanhamos de perto.

A partir do acompanhamento dos alunos no decorrer a resolução desse item, percebemos que eles já haviam desenvolvido sua autonomia com relação a adição, em nenhum momento solicitando ajuda para chegarem em suas respostas. Essa situação ficou mais evidente na resolução apresentada pelo aluno Pitágoras, que utilizou dois métodos para resolver esse item: primeiro papel e caneta para encontrar a resposta e depois o Material Dourado para a confirmação da mesma, conforme apresentado na figura 25.

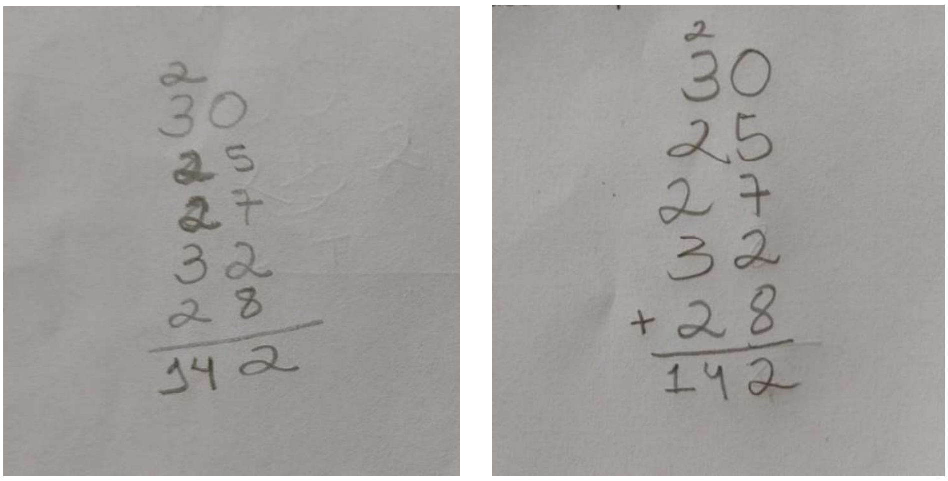
Figura 25 – Procedimento adotado por Pitágoras para a resolução do item “a” do problema 3

Fonte: acervo do autor.

No momento da plenária o aluno explicou que havia encontrado a resposta utilizando papel e caneta, mas que também realizou a conta utilizando o Material Dourado para verificar se chegaria na mesma resposta, desse modo, em ambos os casos encontrando cento e quarenta e dois como resultado. Portanto, concluindo que os amigos possuíam dinheiro suficiente para pagar a conta.

Os alunos Montessori e Platão descreveram que encontraram a resposta para esse item do mesmo modo que o aluno Pitágoras, entretanto, seguindo apenas um método, que foi o da adição direta utilizando papel e lápis, conforme mostra a figura 26.

Figura 26 – Procedimento de Montessori (à esquerda) e de Platão (à direita) para resolução do item “a” do problema 3



Fonte: acervo do autor.

Posteriormente as resoluções apresentadas para o item “a”, iniciou-se a resolução do item “b”. Nesse momento, os alunos descreveram que tinham que dividir, porém alegaram que tinham dificuldade com relação a esse conteúdo. Desse modo, tivemos que intervir apresentando situações quais os alunos pudessem concluir como deveriam fazer.

> Pesquisador: Vamos supor que esses cinco cubinhos são bombons e que queremos dividir esses cinco bombons entre cinco pessoas, como poderíamos fazer isso?
> Pitágoras: Dava um para cada.
> Montessori e Platão: um para cada.
> Pesquisador: E se fossem dez bombons?
> Montessori, Pitágoras e Platão: Dois para cada.
> (Nesse momento o pesquisador representa o número 135 com o material dourado)
> Pesquisador: Mas e se fossem 135 bombons (valor da conta dos amigos), dava de dar um para cada?
> Pitágoras: Não, porque aqui (apontando para as centenas) só tem um (uma centena), então alguém ia ficar com menos.
> Montessori e Platão concordam.
> Pesquisador: Então todos tem que ganhar o mesmo tanto?
> Montessori, Pitágoras e Platão: Sim.
> (Diálogo entre pesquisador e alunos, 2022)

A partir desse diálogo percebemos que a partir da analogia feita, os alunos conseguiram compreender que a divisão tratava de uma situação onde todos deveriam receber o mesmo valor, desse modo desenvolvendo um dos conhecimentos esperados ao propor esse problema. Posteriormente a isso, os alunos iniciaram suas resoluções, tentando chegar em uma maneira de fazer com que o cento e trinta e cinco pudesse ser divido igual entre os cinco amigos.

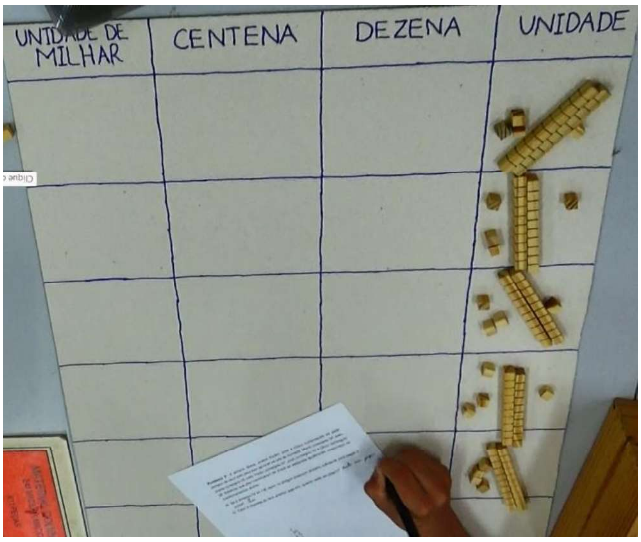
Passados alguns minutos do diálogo anterior, o aluno Pitágoras chama os pesquisadores e afirma ter encontrado a resposta para o item, argumentando que como não tinham como dividir a centena entre os cinco amigos (para esse caso o aluno adotou cinco cubinhos como sendo os cinco amigos e os localizou nas divisões feitas para as unidades), ele trocou a centena por dez dezenas, desse modo, obtendo duas dezenas para cada amigo (figura 27).

Figura 27 – Procedimento de Pitágoras para a resolução do item “b” do problema 3

Fonte: acervo do autor.

Dando continuidade à sua resolução, o aluno argumentou que para as dezenas seguiu o mesmo procedimento, as dividiu em dez unidades, desse modo chegando a quantidade de quinze unidades a serem divididas entre cinco pessoas, resultando em uma resposta final igual a vinte e quatro (figura 28).

Figura 28 – Resultado encontrado por Pitágoras para o item “b” do problema 3



Fonte: acervo do autor.

Posteriormente a resposta apresentada por esse aluno, percebemos que mesmo que ele tenha realizado as trocas necessárias, acabou cometendo um erro de procedimento, mesmo erro que foi apresentado pela aluna Montessori, que assim como o aluno Pitágoras, percebeu que poderia decompor a centena em dez dezenas e as dezenas em unidades, desse modo obtendo vinte e quatro como resultado (figura 29).

Figura 29 – Resultado encontrado por Montessori para o item “b” do problema 3

Fonte: acervo do autor.

Com base nos argumentos e procedimentos apresentados por Pitágoras e Montessori, pudemos perceber que os alunos mostraram autonomia em seus procedimentos, pensando por conta própria e chamando para si a responsabilidade de encontrar uma solução para o problema encontrado. Essa é uma situação esperada quando utilizada a Resolução de Problemas no ensino de matemática, pois conforme afirmam Costa, Allevato e Nunes (2017, p. 248) “[...] quando exploramos os conteúdos matemáticos através da resolução de problemas, o aluno percebe que é capaz de raciocinar por si mesmo, indo à busca de estratégias para a sua resolução.”.

Além disso, foi perceptível que os alunos saíram de uma situação abstrata para uma situação concreta, apresentando justificativas e argumentos para os procedimentos adotados por eles. Tal acontecimento vai de encontro ao que é mostrado no trabalho de Vieira e Allevato (2021), onde constatam que a Resolução de Problemas pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades de construção de representações, elaboração de justificativas e provas, argumentação, comunicação matemática e o pensamento criativo.

O aluno Platão descreveu que não conseguiu pensar em uma maneira de solucionar o problema, mas era perceptível que em alguns momentos ele observava os procedimentos adotados pelos colegas e tentava copiá-los.

As respostas apresentadas pelos alunos Montessori e Pitágoras, mesmo que incorretas, evidenciam que o Material Dourado auxiliou para que os alunos conseguissem encontrar uma resposta para o problema, percebendo que pela quantidade de peças não conseguiriam dividir de forma igual entre todos, mas que poderiam as decompor em outras peças, como fizeram com as centenas e dezenas. Desse modo, desenvolvendo o segundo conhecimento esperado para o problema proposto.

Esse procedimento de troca entre componentes ficou mais evidente no momento da formalização do conteúdo, onde a partir da resolução do item “b” do problema 3, apresentamos para os alunos uma maneira de como proceder diante daquela situação. Mostrando durante a resolução que quando um número não pudesse ser dividido em iguais quantidades entre um determinado número, eles em vez de utilizarem apenas a casa das centenas, poderiam utilizar a casa das centenas e dezenas (procedimento semelhante ao adotado pelos alunos Montessori e Pitágoras, mesmo que inconscientemente).

Além disso, durante a formalização, os alunos Montessori e Pitágoras puderam notar o erro de procedimento cometido por eles. Nesse momento, esses alunos constataram que durante a resolução apresentada por eles, na troca da centena por dez dezenas, retiram duas dezenas que já estavam sendo utilizadas na representação do número cento e trinta e cinco. Deste modo, deixando como resto apenas a representação do número quinze (figura 27), sendo que o correto seria ter resto trinta e cinco.

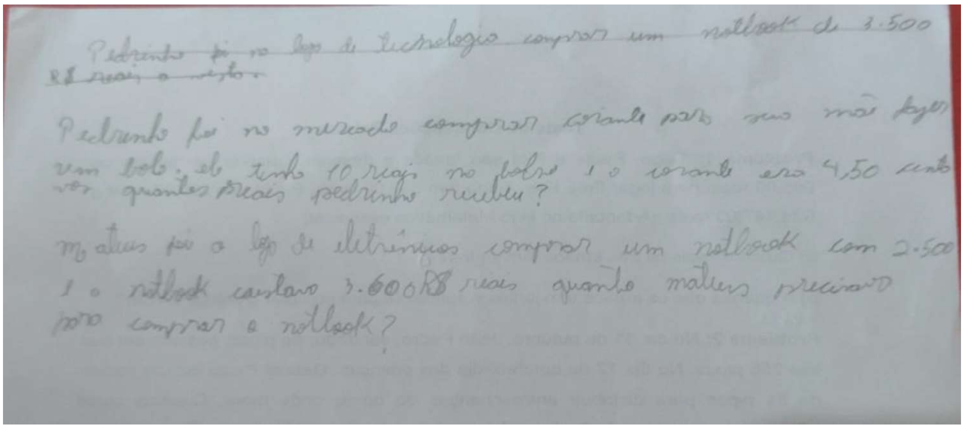
Após a formalização do conteúdo de divisão, utilizamos os últimos minutos desse encontro para o cumprimento da etapa 11 do roteiro adotado como referência, isto é, a proposição de novos problemas. Nesse momento solicitamos que os alunos escrevessem em uma folha de papel alguns problemas relacionados às temáticas que foram trabalhadas durante os três encontros.

De início alguns alunos não se sentiram seguros para a participação dessa atividade, em muitos casos afirmando não conseguirem pensar em um problema que se encaixasse nos conteúdos estudados. Nesse momento passamos a engajá-los e motivá-los para que se sentissem confortáveis.

Diante disso, os alunos começaram a escrever os enunciados dos problemas em uma folha sulfite e, após finalizarem, nos chamaram e as entregaram. Nesse momento foi perceptível que os problemas propostos por eles abordavam, em sua maioria, a adição ou subtração de números naturais, além de situações que envolviam a compra de algo. Acreditamos que isso se deu devido ao fato de serem situações que estão mais presentes na vida cotidiana deles, consequentemente facilitando a elaboração de um enunciado.

A aluna Montessori elaborou dois problemas (figura 30), ambos envolvendo subtração. Um ponto a se ressaltar é que um dos enunciados elaborados por ela aborda um número que não é pertencente ao conjunto dos números naturais, fator que reforça a ideia de que os alunos estavam pegando situações do seu cotidiano e utilizando na elaboração dos problemas. No caso da aluna Montessori, ela utilizou 4,50 como sendo o preço de um produto e perguntava quanto Pedrinho, personagem adotado por ela, receberia de troco caso pagasse com dez reais.

Figura 30 - Problemas elaborados por Montessori


~~Pedrinho foi na loja de tecnologia comprar um notbook de 3.500 R$ reais a vista.~~

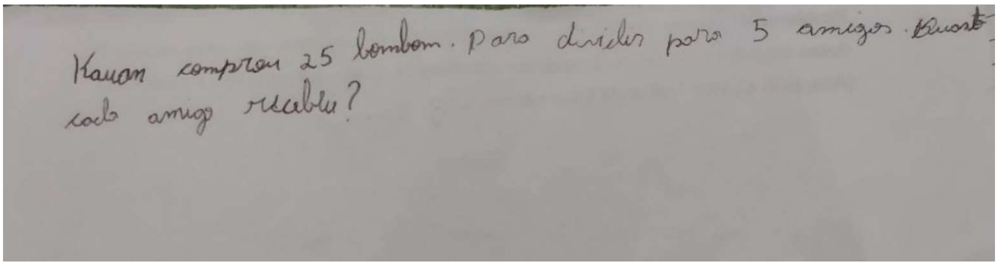
Pedrinho foi no mercado comprar corante para sua mãe fazer um bolo. ele tinha 10 reais no bolso, o corante era 4,50 centavos quantos reais pedrinho recebeu?

matheus foi a loja de eletrônicos comprar um notbook com 2.500 e o notbook custava 3.600 R$ reais quanto matheus precisava para comprar o notbook?

Fonte: acervo do autor.

O aluno Pitágoras elaborou um único problema, este por sua vez abordando a divisão de números naturais. No enunciado elaborado pelo aluno é apresentada uma situação onde tinham vinte e cinco bombons a serem divididos entre cinco amigos, desse modo sendo solicitado quanto cada um receberia, conforme evidencia a figura 31.

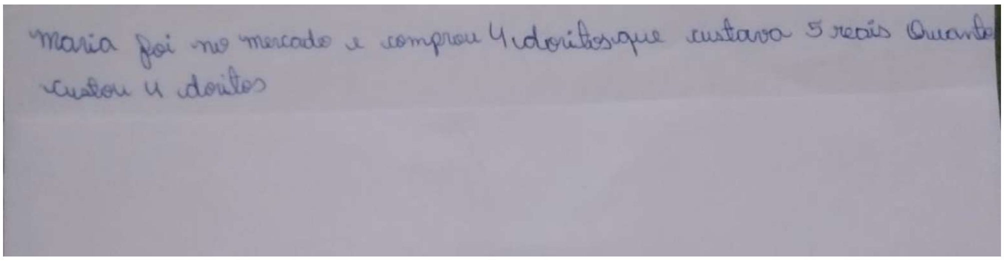
Figura 31 - Problema elaborado por Pitágoras



Fonte: acervo do autor.

Já o aluno Platão, assim como como o aluno Pitágoras, elaborou um único problema que, assim como os problemas propostos por Montessori e Pitágoras, envolvia compra. Nesse caso, o enunciado elaborado solicitava o preço pago na compra de quatro Doritos[12] ao preço de cinco reais cada.

Figura 32 - Problema elaborado por Platão



Fonte: acervo do autor.

Um comentário pertinente a ser feito sobre o problema proposto pelo aluno Platão é que quando questionado sobre como resolver o problema elaborado por ele, o mesmo descreveu que era por multiplicação. Todavia, conforme podemos notar, ele também pode ser resolvido através da adição.

Por fim, gostaríamos de ressaltar que conforme apresentado no começo das análises dos dados, não seguimos todas as etapas de forma assídua. Desse modo, a atividade de elaboração de problemas se limitou apenas a elaboração em si, portanto, não foi pedido que os alunos propusessem aos colegas.

[12] Salgadinho de tortilha lançado no mercado norte-americano no ano de 1964.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em nossa pesquisa objetivamos responder como o Material Dourado aliado a Resolução de Problemas poderia contribuir no processo de ensino e aprendizagem das operações fundamentais. Esta ocorreu com a participação de três alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Humaitá, município do estado do Amazonas, com os quais foram aplicados três problemas conhecidos como problemas geradores.

O decorrer dos encontros e aplicação das atividades evidenciaram que os alunos tiveram um bom desempenho com relação às respostas encontradas para os problemas propostos bem como com relação aos procedimentos adotados, todavia que mostraram dificuldades com relação ao entendimento do enunciado dos problemas geradores; em alguns casos surgindo problemas secundários.

O surgimento de problemas secundários destaca a importância dos professores que utilizarão a Resolução de Problemas como forma de trabalhar conteúdos matemáticos estarem preparados para possíveis situações apresentadas pelos alunos. Nesse caso, assumindo o papel de gerar novos contextos que levem os alunos a pensarem sobre o caminho que devem seguir, sem dizer diretamente para eles o que fazer.

Com relação ao trabalho das operações fundamentais com o Material Dourado e a Resolução de problemas, as atividades evidenciaram que em muitos casos os alunos já possuíam alguns conhecimentos sobre essas operações, seja em consequência do seu cotidiano ou em consequência da escola, mas na maioria das vezes sendo conhecimentos mecânicos. Desse modo, muitas das vezes não conseguindo aplicá-los em um contexto. Isso evidencia a importância da Resolução de Problemas e o Material Dourado nesse processo de ensino e aprendizagem, haja vista que, conforme apresentado na análise dos dados obtidos, quando aliados, além de possibilitarem situações de desenvolvimento de novos conhecimentos, sejam conceituais ou práticos, possibilitam que os alunos expandam a visão que já possuem desses conteúdos, em ambos os casos entendendo os processos envolvidos.

O desenvolvimento de novos conhecimentos ficou evidente na soma de números naturais, onde alguns alunos puderam perceber a troca existente entre unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar quando atingida a quantidade dez. Além disso, na divisão de números naturais, onde os alunos que descreveram que possuíam dificuldades com relação a divisão, conseguiram entender que se tratava de uma situação em que ninguém poderia receber um valor diferente do outro.

A situação de expansão da visão que os alunos já possuíam sobre esses conteúdos ficou evidente no trabalho com subtração de números naturais, onde os alunos puderam compreender o processo de “emprestar para o vizinho”, e na multiplicação de números naturais, onde os alunos puderam compreender o significado de alguns resultados que são expostos na tabuada.

As atividades realizadas também mostram a importância da Resolução de Problemas no ensino de matemática, pois possibilita que os alunos consigam enxergar a relação existente entre a matemática da sala de aula e a matemática de situações cotidianas. Além disso, que desenvolvam a independência de chegarem em suas próprias conclusões a partir da leitura do enunciado de um problema, desenvolvam autonomia em suas resoluções e elaborem argumentos que defendam as respostas encontradas.

Entretanto, cabe a ressalva de que quando utilizado o Material Dourado na Resolução de Problemas como maneira de trabalhar as operações fundamentais, em alguns casos, os alunos que já compreenderam os processos podem se evadir da continuação da utilização desse material. Esse fator torna-se comum quando é interligado com a ansiedade dos alunos para encontrar a resposta do problema e quando a operação precisa ser realizada com muitos números, como foi descrito na análise dos resultados obtidos na adição de números naturais e na divisão de números naturais; neste último, alguns alunos optando por utilizarem apenas papel e lápis no momento de responder o item “a”.

Por fim, gostaríamos de destacar que compreendemos que nossa pesquisa é limitada diante das diversas possibilidades de ensino e aprendizagem das operações fundamentais, no entanto, acreditamos que os resultados obtidos podem contribuir para pesquisas futuras e mais amplas dentro dessa temática e de outras temáticas que podem ser trabalhadas com o Material Dourado e a Resolução de Problemas, como o ensino de conceitos geométricos e o ensino de frações.

Ademais, esperamos que os resultados obtidos possam evidenciar as potencialidades do Material Dourado aliado a Resolução de Problemas no processo de ensino e aprendizagem das operações fundamentais, contribuindo para futuras práticas em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Brenda Silva Martins de. **A resolução de problemas como metodologia de ensino:** possibilidades no ensino de geometria. Orientador: Fabíola da Cruz Martins. 2019. 61 p. Monografia (Licenciatura) – Centro de Educação e Saúde, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2019.

ANDRADE, Cecília Pereira de. ONUCHUIC, Lourdes de La Rosa. Perspectivas para a Resolução de Problemas no GTERP. In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Márcio (org.). **Perspectivas para Resolução de Problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017, p. 433-466.

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G.; NUNES, C. B. Trabalhando números e operações com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental sob a ótica da resolução de problemas. **INTERFACES DA EDUCAÇÃO**, *[S. l.]*, v. 8, n. 23, p. 230–252, 2017. DOI: 10.26514/inter.v8i23.1557. Disponível em: <https://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/1557>. Acesso em: 21 jun. 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática.** São Paulo: Editora Ática, 1996. 176 p.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**; tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FARIAS, M. D. de Souza.; DAMINELLI, Elisa. Material concreto nas aulas de Matemática: estudo com alunos do 2º ano do Ensino Fundamental. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 2, n. 1, p. 87–97, 2016. DOI: 10.35819/remat2016v2i1id1290. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/1290>. Acesso em: 28 jul. 2022.

FERRARI, Márcio. Maria Montessori, a médica que valorizou o aluno. Revista nova escola: Especial Grandes Pensadores. São Paulo: FVC, out. 2008.

FERRUGINE, S. S.; EVANGELISTA, D. H. R. .; EVANGELISTA, C. J. Contribuições do Material Dourado para o ensino de números decimais numa turma do 6º ano do Ensino Fundamental II. **The Journal of Engineering and Exact Sciences**, Viçosa/MG, BR, v. 7, n. 1, p. 12155–01, 2021. DOI: 10.18540/jcecvl7iss1pp12155-01-10e. Disponível em: https://periodicos.ufv.br/jcec/article/view/12155. Acesso em: 6 jan. 2023.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática 6º ano**: ensino fundamental, anos finais. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade 6º ano**: ensino fundamental, anos finais. 9. ed. São Paulo: Atual Editora, 2018.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas: Autores Associados, 2006, p. 3-37.

MIOLA, A. F. de S.; AFONSO, D. J.; SANT'ANA BRANDÃO, N. I. de. Contribuições do Material Dourado para o ensino de adição e subtração de números naturais. **Com a Palavra, o Professor**, *[S. l.]*, v. 5, n. 11, p. 29–40, 2020. DOI: 10.23864/cpp.v5i11.266. Disponível em: http://revista.geem.mat.br/index.php/CPP/article/view/266. Acesso em: 19 dez. 2022.

MOURA, Josenildo Silva de; OLIVEIRA, Ítalo Augusto Albuquerque de. **O Ensino da Adição e Subtração no Ensino Fundamental com o auxílio do Material Dourado.** In: Revista Multidebates, v.4. n.5. Palmas - TO, agosto de 2020.

OLIVEIRA, M. K.; FLÔRES, A. M. R. S.; SILVA, J. F.; RIZZATTI, I. M.; COUTINHO, L. C. S.; SOUZA, J. S. Material dourado como recurso pedagógico para o ensino das quatro operações matemáticas. **Ambiente: Gestão e Desenvolvimento**, *[S. l.]*, v. 9, n. 2, p. 114–130, 2017. DOI: 10.24979/14. Disponível em: https://periodicos.uerr.edu.br/index.php/ambiente/article/view/14. Acesso em: 13 jul. 2022.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p, 199-220.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática – Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p.73-98, 2011. Disponível em: https://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf. Acesso em: 25 jun. 2022.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, S (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas: Autores Associados, 2006, p. 77-92.

PATARO, Patricia Moreno; BALESTRI, Rodrigo. **Matemática essencial 6º ano**: ensino fundamental, anos finais**.** 1. ed. São Paulo: Scipione, 2018.

PIMENTA, Geferson Luiz Montanholi; JUSTULIN, Andresa Maria. Uma experiência de ensino-aprendizagem de áreas de figuras planas através da Resolução de Problemas. **Educação Matemática Debate**, [S.L.], v. 5, n. 11, p. 1-17, 18 ago. 2021. Universidade Estadual de Montes Claros (UNIIMONTES). DOI: 10.46551/emd.e202116. Disponível em: <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/3472/4559>. Acesso em: 13 jul. 2022.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. 203p.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico:** métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2ª ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SAMPAIO, Fausto Arnaud. **Trilhas da Matemática 6º ano**: ensino fundamental, anos finais. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2018.

SANTOS, L. S.; PEREIRA, P. E. D. O uso do material dourado como recurso no ensino de Matemática: adição e subtração em foco. IN: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPBEM**,** 9. 2016, Campina Grande, **Anais.** Campina Grande: SBEM/PB, 2016. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2016/TRABALHO_EV065_MD1_SPLATÃO_ID370_30102016210025.pdf>. Acesso em: 28 de junho de 2022.

VAN DE WALLE, J. A. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIEIRA, G.; ALLEVATO, N. S. G. Resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 7, n. especial, p. e4001, 2021. DOI: 10.35819/remat2021v7iespecialid5485. Disponível em: https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/5485. Acesso em: 14 jul. 2022.

APÊNDICE A – PROBLEMAS UTILIZADOS NA PESQUISA [13]

Problemas 1: Na última eleição para presidente de bairro em Humaitá havia dois candidatos concorrendo no bairro Jatuarana: Antônio do cacau e João das castanhas. Na tabela abaixo estão computados os votos de todos os eleitores da do bairro em questão.

-	1ª zona eleitoral	2ª zona eleitoral
Antônio do cacau	446	294
João das castanhas	320	352
Votos em branco	128	86

a) Quantos foram os votos na 1º zona eleitoral?

b) Quantos foram os votos na 2º zona eleitoral?

c) Quem venceu a eleição?

d) Qual a diferença de votos entre a 1º e a 2º zona eleitoral?

e) Ignorando os votos em branco, qual a diferença entre os votos de Antônio do cacau e João das castanhas?

Problema 2: Em um determinado mês, a Garena, desenvolvedora do game Free Fire, fez uma promoção onde um pacote com 99 diamantes custava 5 reais e um pacote com 199 diamantes custava 10 reais. Sabendo dessas informações, respondam os questionamentos abaixo:

a) Felipe comprou 6 pacotes que custavam 5 reais cada, nessa situação, quantos diamantes Felipe comprou?

b) Manoel comprou 3 pacotes que custavam 10 reais cada, quantos diamantes Manoel comprou?

c) Qual compra foi mais vantajosa, a de Felipe ou a de Manoel?

Problema 3: 5 amigos, Maria, Joana, Pedro, José e Chico combinaram de pedir dinheiro de seus pais para irem lanchar na orla de Humaitá. Maria conseguiu 30 reais, Joana conseguiu 25 reais, Pedro conseguiu 27, José conseguiu 32 e Chico conseguiu

---

[13] **Nota dos autores:** ressaltamos que os problemas apresentados tratam de situações fictícias onde os valores apresentados são meramente ilustrativos. Ressaltamos ainda que as situações apresentadas foram escolhidas na busca por cativar o interesse dos alunos.

28. Sabendo que eles combinaram de dividir as despesas igualmente, respondam os questionamentos abaixo:

a) Se a despesa foi de 135 reais, os amigos possuem dinheiro suficiente para pagar a conta?
b) Caso a resposta do item anterior seja sim, quanto cada um pagou?

APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA PAIS OU RESPONSÁVEIS LEGAIS

O(A) seu(sua) filho(a) está sendo convidado como voluntário(a) a participar da pesquisa **ESTUDO DAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS COM O MATERIAL DOURADO SOB A PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**, sob responsabilidade do pesquisador Jonas Soares Ramos e orientação do Prof. Me. Valdenildo Alves de Araújo.

OS OBJETIVOS E OS PROCEDIMENTOS: O objetivo geral desta pesquisa é compreender as contribuições do Material Dourado na perspectiva da Resolução de Problemas no processo de ensino-aprendizagem das operações fundamentais, tendo como objetivos específicos: identificar as estratégias utilizadas por alunos do 6º ano do ensino fundamental para a resolução de problemas envolvendo as operações fundamentais; analisar a construção de conhecimentos acerca das operações fundamentais com o material dourado a partir da resolução de problemas contextualizados; e avaliar a motivação e o engajamento dos alunos acerca da utilização do material dourado na resolução de problemas como método de ensino.

O(os) procedimento(s) de coleta de dados serão da seguinte forma: aplicaremos as sequências de atividades elaboradas a fim de obtermos os dados para a nossa pesquisa, que será realizada em 5(cinco) encontros de 2 horas cada, na Escola Estadual Tancredo Neves. Utilizaremos como dados para a análise as observações feitas durante a realização das atividades, as produções dos(as) alunos(as) e de gravações das sessões.

DESCONFORTOS E RISCOS E BENEFÍCIOS: Toda pesquisa com seres humanos envolve **riscos e/ou desconfortos.** Os riscos quanto a essa pesquisa estão relacionados as atividades desenvolvidas. Nela os/as estudantes poderão se sentir constrangido por uma pergunta e há possibilidade de alguma dessas perguntas lhe trazer à memória fatos desagradáveis quanto às dimensões físicas, psíquicas, morais, intelectuais, sociais, culturais ou espirituais. Na tentativa de minimizar tais riscos, algumas medidas serão tomadas: as atividades ocorrerão em um local reservado da escola e **a identidade dos estudantes não serão divulgadas, sendo guardada em sigilo** – mesmo com a publicação dos resultados. Além disso, a realização desta pesquisa poderá ser **suspensa/interrompida sem nenhuma penalização**, a critério do aluno ou responsável, por quaisquer motivos ou caso a pesquisa em desenvolvimento gere conflitos e/ou qualquer tipo de mal estar dentro da escola.

Dessa maneira o participante da pesquisa que vier a sofrer qualquer tipo de dano resultante de sua participação, previsto ou não no Registro de Consentimento Livre e Esclarecido, tem direito a assistência e a buscar indenização conforme a Resolução CNS no 510, de 2016, capítulo IV, Art. 19º, parágrafo 2; logo haverá obrigação se de reparar o dano, independentemente de culpa, nos casos especificados em lei, ou quando a atividade normalmente desenvolvida pelo autor do dano implicar, por sua natureza, risco para os direitos de outrem, conforme a Código Civil, Lei 10.406, de 2002, artigos 927 a 954, Capítulos I, "Da Obrigação de Indenizar", e II, "Da Indenização", Título IX, "Da Responsabilidade Civil".

Os benefícios esperados visam contribuir para a promoção do respeito e da valorização da diversidade. Além disso, auxiliar no processo ensino e aprendizagem nas escolas do nosso Estado, vista a necessidade de diversificação no processo de ensino e as experiências de sala, onde é perceptível a dificuldade que os professores apresentam para ensinar novos conteúdos devido ao fato de os alunos não possuírem conhecimentos básicos necessários, como as operações fundamentais. Fator que comprovado pelos últimos dados apresentados Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – Pisa no ano de 2018, que aponta que 68,1% dos alunos brasileiros com 15 anos de idade não possuem nível básico de matemática. Ademais, esperamos contribuir para a aprendizagem dos alunos participantes e que os resultados obtidos auxiliem futuras pesquisas e a prática de docente.

GARANTIA DE ESCLARECIMENTO, LIBERDADE DE RECUSA E GARANTIA DE SIGILO: Você será esclarecido(a) sobre a pesquisa em qualquer aspecto que desejar. Você é livre para recusar-se a participar, retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento, seja antes ou depois da coleta dos dados, independente do motivo e sem nenhum prejuízo à sua pessoa. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade ou perda de benefícios. Os pesquisadores irão tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Fotografias e filmagem do(a) aluno(a) sob sua responsabilidade somente serão feitas e divulgadas com sua autorização. Os resultados das análises das entrevistas serão enviados para você e permanecerão confidenciais. Você não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar deste estudo. Uma cópia deste consentimento informado será arquivada no Curso de Ciências: Matemática e Física do Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente da Universidade Federal do Amazonas e outra será fornecida a você.

CUSTOS DA PARTICIPAÇÃO, RESSARCIMENTO E INDENIZAÇÃO POR EVENTUAIS DANOS: A participação no estudo não acarretará custos para você e não será disponível nenhuma compensação financeira adicional. Os procedimentos adotados nesta pesquisa obedecem a todos os Critérios de Ética em Pesquisa com seres Humanos conforme a resolução N° 446/2012 do Conselho Nacional de Saúde, estando sujeitos a indenização material para reparação de danos caso houver.

OUTRAS DISPOSIÇÕES: Para qualquer outra informação, o(a) Sr.(a) poderá entrar em contato com o pesquisador e com o orientador no endereço: Universidade Federal do Amazonas - Rua 29 de Agosto, 786 - Centro, CEP: 69800-000, pelo telefone: (97) 3373-1180, ou poderá entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UFAM, na Rua Teresina, 495, Adrianópolis, Manaus-AM, telefone (92) 3305-1181, Ramal 2004. Se julgar necessário, o(a) Sr(a) dispõe de tempo para que possa refletir sobre a participação do seu filho(a), consultando, se necessário, seus familiares ou outras pessoas que possam ajudá-los na tomada de decisão livre e esclarecida. Este documento (TCLE) será elaborado em duas VIAS, que serão rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término pelo(a) Sr(a)., e pelo pesquisador responsável, ficando uma via com cada um.

CONSENTIMENTO PÓS-INFORMAÇÃO

Declaro que concordo que meu(minha) filho(a) ____ participe desta pesquisa. Fui informada(o) dos objetivos da pesquisa acima de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que em qualquer momento poderei solicitar novas informações e motivar minha decisão se assim o desejar. Recebi uma cópia deste termo de consentimento livre e esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Humaitá - AM, ____/_____/_____

____
Assinatura do Responsável Legal

IMPRESSÃO DACTILOSCÓPICA

____
Assinatura do Pesquisador Responsável