UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
CENTRO DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA
ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
PARA O ENSINO MÉDIO NA MODALIDADE À DISTÂNCIA

# ESTUDO DE PROBABILIDADE UTILIZANDO O JOGO DO BINGO NO ENSINO MÉDIO

Suzy Corrêa Guimarães

Manaus – AM
MARÇO, 2023

Suzy Corrêa Guimarães

# ESTUDO DE PROBABILIDADE UTILIZANDO O JOGO DO BINGO NO ENSINO MÉDIO

Monografia apresentada ao Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal do Amazonas como requisito parcial para a obtenção do grau de especialista em Matemática.

Orientador(a)
Dra. Agnes Cristina Oliveira Mafra

Universidade Federal do Amazonas – UFAM
Centro de Educação à Distância – CED

Manaus-AM
MARÇO, 2023

## Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

G963e

Guimarães, Suzy Corrêa
Estudo de probabilidade utilizando o jogo do bingo no ensino médio. / Suzy Corrêa Guimarães . 2023
57 f.: il. color; 31 cm.

Orientadora: Agnes Cristina Oliveira Mafra
TCC de Especialização (Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio - EAD) - Universidade Federal do Amazonas.

1. Probabilidade. 2. Gamificação. 3. Bingo. 4. Ensino médio. I. Mafra, Agnes Cristina Oliveira. II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

Monografia de Especialização sob o título "Estudo de probabilidade utilizando o jogo do bingo no Ensino Médio", apresentada por Suzy Corrêa Guimarães e aceita pelo Centro de Educação à Distância da Universidade Federal do Amazonas, sendo aprovada por todos os membros da banca examinadora abaixo especificada:

Profa. Dra. Agnes Cristina Oliveira Mafra
Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente
Universidade Federal do Amazonas

Profa. Dra. Aliuandra Barroso Cardoso Heimbecker
Centro Educacional à Distância - CEO
Universidade Federal do Amazonas

Prof. Dr. Disney Douglas de Lima Oliveira
Centro Educacional à Distância - CEO
Universidade Federal do Amazonas

Humaitá-AM, 24 de Abril de 2023.

Dedico este trabalho a Deus, pois a Ele devo tudo o que sou e ao meu filho, pra que nunca esqueça que tudo o que fiz, foi por ele.

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por me dá força e coragem, para seguir em frente, em busca de um sonho quase esquecido. A minha tia Wanda, por acreditar que eu seria capaz e me incentivar a retornar aos estudos. A meu amado filho Fernando, pela compreensão, ajuda, amor e principalmente paciência, por aceitar minha ausência na sua adolescência e ainda assim me apoiar nessa jornada. A minha família, por me incentivar e me apoiar durante todo o processo acadêmico e as professoras, alunos e todo corpo administrativo e pedagógico da escola, pela acolhida à pesquisa. Enfim, agradeço a todos pela colaboração da realização desse trabalho.

*"O êxito da vida não se mede pelo caminho que você conquistou, mas sim pelas dificuldades que superou no caminho."*

Abraham Lincoln

# Estudo de probabilidade utilizando o jogo do bingo no Ensino Médio

Autor(a): Suzy Corrêa Guimarães
Orientador(a): Dra. Agnes Cristina Oliveira Mafra

## RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma aula inédita, baseada em uma metodologia diferenciada, visando auxiliar os alunos a compreenderem a Probabilidade e a incentivar os professores a trabalharem com a ludicidade. A metodologia escolhida foi a gamificação através do jogo de azar, empregando o Jogo de Bingo. A aula foi aplicada na cidade de Manaus, em uma escola Estadual, com 21 alunos do 1° ano do Ensino Médio. Os resultados indicaram que a metodologia aplicada foi bem aceita pelos estudantes, contribuindo na elaboração do conceito de probabilidade. Porém, para uma aprendizagem mais significativa, faz-se necessário um tempo maior e a aplicação de outros jogos para reforçar o estudo do lúdico com a probabilidade.

*Palavras-chave:* Probabilidade, Gamificação, Ensino Médio.

# Study of probability using the game of bingo in high school.

Author: Suzy Corrêa Guimarães

Advisor: Dra. Agnes Cristina Oliveira Mafra

## ABSTRACT

The present work aims to present an unprecedented class, based on a differentiated methodology, aiming to help students to understand Probability and to encourage teachers to work with playfulness. The chosen methodology was the gamification through the game of chance, using the Bingo Game. The class was applied in the city of Manaus, in a State school, with 21 students of the 1st year of High School. The results indicated that the applied methodology was well accepted by the students, contributing to the elaboration of the concept of probability. However, for a more meaningful learning, it is necessary a longer time and the application of other games to reinforce the study of the ludic with the probability.

*Keywords:* Probability, Gamification, High School.

# Lista de figuras

# Lista de tabelas

# Lista de Quadros

# Lista de abreviaturas e siglas

UFAM – Universidade Federal do Amazonas

PIBID – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

UEA – Universidade do Estado do Amazonas

# Lista de símbolos

$\in$ - Pertence

$\notin$ - Não Pertence

$\subset$ - Está contido

$\supset$ - Contém

$=$ - Igual

$\neq$ - Diferente

$\emptyset$ - Conjunto Vazio

$\cup$ - União

$\cap$ - Interseção

$|$ - Tal que

$\Omega$ - Ômega

# Sumário

# 1 Introdução

A matemática é a ciência do raciocino logico, ela busca estudar os sistemas de numeração, formas, estruturas, organizações, combinações e variações. Tal conceito leva a uma prática pedagógica impessoal, onde alguns docentes pregam um modelo de professor transmissor de conteúdo e alunos meros receptores de informações (DANTAS, 2013)

Esse conceito de que o aprendizado se baseia em uma simples memorização e repetição de cálculos e formulas, tem se tornado o terror de muitos alunos. Mas será que a Matemática é exclusivamente culpada por esses arrepios e depressão causados após a expressão “resolva o problema”?

A Matemática está em tudo que nos rodeia e pode sim ser aprendida de uma maneira mais leve, dinâmica, lúdica e divertida. Desse modo, este trabalho, de maneira orientada, visa reconhecer a importância de trabalhar o lúdico no ensino da Probabilidade, consolidando conceitos e ideias através da pratica do jogo do Bingo.

## 1.1 Contextualização ou definição do problema

Durante meu curso de Licenciatura de Matemática e ao participar de um processo seletivo para Mestrado em Matemática, senti a necessidade de investigar como ocorre a compreensão dos conceitos probabilísticos dos estudantes do Ensino Médio.

Usando a ludicidade e o ensino da Matemática, nas quais o conceito de probabilidade pode ser explorado, espera-se, com o desenvolvimento deste trabalho, estimular a prática desse conhecimento de sala de aula, através de uma atividade que pode está incluída no dia a dia desse aluno.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivo Geral

Reconhecer a importância de trabalhar a ludicidade no Ensino da Probabilidade no 1° ano do Ensino Médio.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Mostrar conceitos sobre Experimento Aleatório, Espaço Amostral e Eventos;
- Identificar as potencialidades e dificuldades dos estudantes na compreensão de conceitos probabilísticos;
- Subsidiar a prática docente em sala de aula no ensino da Probabilidade nas turmas do 1° ano do Ensino Médio;
- Propiciar ao aluno um momento específico de aprendizagem e reflexão com a aula prática.

## 1.3 Organização do trabalho

Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) está organizado da seguinte forma: Além desta Introdução (Capítulo 1), no Capítulo 2 será feita uma abordagem sobre a história da probabilidade, do seu início até o período moderno. O Capítulo 3 trata dos conceitos da Probabilidade, seus axiomas, probabilidade condicional e eventos independentes. O Capítulo 4 fala sobre o uso dos jogos no ensino da Probabilidade além de uma abordagem pedagógica do tema, conceituando também os jogos de azar e o Jogo de Bingo. O Capítulo 5 apresenta detalhes dos procedimentos metodológicos das atividades desenvolvidas, junto com a descrição e a análise dos resultados das atividades aplicadas. O Capítulo 6 apresenta as Considerações Finais. Para terminar temos as Referências Bibliográficas, os Apêndice e Anexos.

# 2 Capítulo 2
# Abordagem Histórica da Probabilidade

## 2.1 O início da Probabilidade – Até o século XVII

Os jogos de azar já eram praticados entre os povos por muitos anos, sendo feitas análises, estratégias e comparações sobre as frequências das ocorrências que aconteciam nas apostas, sempre como uma forma de lazer, sem qualquer preocupação para explicar o acaso dos resultados (ANDRADE, 2017).

A partir do século XV, o matemático, médico e filósofo italiano Girolamo Cardano (1501-1576) começou a estudar sobre as estratégias de jogos de azar, isso porque um dos seus afazeres era apostar financeiramente. Isso o fez estudar sobre as estratégias e probabilidades de eventos e situações nos jogos em que apostava. De acordo com Warsi (2020, p. 162 *apud* Vasconcelos, 2022, p. 6), foi Cardano que "produziu análises profundas de lances de dados", devido ao seu grande envolvimento com jogos.

Foi Cardano que escreveu o manual do jogador que abordava questões de probabilidade, sendo publicado após um século, em 1623, em sua obra póstuma intitulada de Líber De Ludo Aleae (O Livro dos Jogos de Azar).

Ainda no século XVII, o Chevalier de Méré, pseudônimo de Antoine Gombauld (1607-1684), criado por ele próprio para o personagem de seus diálogos, que representavam suas próprias opiniões, embora não fosse nobre, adotou o título de Chevalier (Cavaleiro) e Méré, por ter sido educado em Méré. Matemático e viciado em jogos de azar, o Cavaleiro de Méré achou que fosse ficar rico, pois pensou ter solucionado um problema simples.

Se um dado possui seis possíveis números que podem sair em um jogo, sendo eles: 1, 2, 3, 4, 5 e 6, então a probabilidade de qualquer um desses números sair será sempre 1/6 = 16%. Ao compor um jogo onde era arremessado quatro dados, em momentos distintos e apostando sempre no número 6, a probabilidade seria:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 67\%$$

Percebendo que a probabilidade seria maior, Méré começou a prosperar muito, pois notou que a cada três apostas, venceria duas. Mas com o intuito de ganhar ainda mais dinheiro, ele começou a apostar em 24 lançamentos de dois dados simultaneamente e usando a mesma lógica da aposta anterior, teríamos:

$$\frac{1}{36} \text{ de 24 lançamentos} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3} = 67\%$$

Essa aposta o levou a falência, fazendo-o buscar auxilio ao grande amigo matemático francês Blaise Pascal (1623-1662), que por sua vez, decidiu expor suas reflexões ao seu amigo matemático e advogado, Pierre de Fermat (1601 - 1665), passando então a se corresponderem por cartas, cada um pensou de maneira diferente, mas chegaram à mesma solução, que continha a famosa fórmula:

$$P(A) = \frac{\textit{números de casos favoráveis}}{\textit{números de casos possíveis}} \quad (1)$$

Para ajudar o amigo, Pascal decidiu fazer o reverso: Qual seria a probabilidade de não sair o número 6 no lançamento dos dados?

- A probabilidade de não sair um 6 em 1 lançamento:

$$\frac{5}{6} \text{ de 1 lançamento} = 83\%$$

- A probabilidade de não sair um 6 em 4 lançamento:

$$\frac{6}{6} - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \text{ de 4 lançamentos} = 1 - \frac{625}{1296} = 52\%$$

Porém a dúvida era sobre de pares de dados, logo, precisou ser respondida à pergunta: Qual seria a probabilidade em que um lançamento de um par de dados não resulte em 6? Como existem $\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$ possibilidades de um par de 6 aparecer, saberemos que há $\frac{35}{36}$ de um par de 6 não aparecer, logo:

$$\frac{36}{36} - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} \text{ de 24 lançamentos } = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} = 49\%$$

Conforme mostrado na Dissertação de Dantas (DANTAS, 2013), foi respondido então o questionamento de Méré, porém, foi Cristiann Huygens (1629-1695) que, após ser informado das cartas de Fermat e Pascal, escreveu o primeiro tratado sobre teoria das probabilidades, De rariocinillis in ludo aleae ("Sobre o raciocínio em jogos de azar", 1657), exclusivo à Teoria da Probabilidade que lida em particular, o problema de pontos.

No final do século XVII, entre 1684 e 1689, Jacob Bernoulli (1654 - 1705), começa a revisar trabalhos de outros sobre probabilidade, em particular o trabalho de van Schooten, Leibniz e Prestet e começa a confrontar as ideias deterministas com a noção de probabilidade. Na obra Ars Conjectandi (A arte da Conjectura), concluída e publicada oito anos após sua morte, por seu sobrinho Nicolaus(I) Bernoulli (1687–1759) (VASCONCELOS, 2022), se inicia uma visão frequentista da probabilidade, a probabilidade de um evento pela sua frequência relativa observada quando a experiência é repetida um grande número de vezes.

## 2.2 A maturação da probabilidade - século XVIII e XIX

O início da teoria da Probabilidade foi tratado no século XVII, as ideias de Fermat, Pascal e Huygens foram trabalhadas consideravelmente no século XVIII, sendo mais notáveis as contribuições dadas por Bernoulli, DeMoivre e Laplace.

A partir do século XIX temos o avanço da Teoria da Probabilidade, agora com formulação teórica e as aplicações do uso da probabilidade em outras áreas da ciência. Mas, foi Thomas Bayes (1702–1761) que escreveu um único trabalho matemático, sendo publicado em 1763, três anos após sua morte pela Royal, La Doutrine des Chances (A Doutrina do acaso). Esse trabalho trouxe uma nova concepção de probabilidade, trazendo o conceito de probabilidade inversa introduzido por Bayes, que mostra como alterar as probabilidades a priori tendo em conta novas evidências, a partir das quais foi possível obter probabilidades a posteriori (DANTAS, 2013).

Como descrito por Dantas (DANTAS,2013), em 1812, com a publicação de Théorie Analytique des Probabilités (Teoria Analítica da Probabilidade) escrito com base em trabalhos que desenvolveu entre 1771 e 1786 e com as cinco publicações de Éssai philosophique sur les probabilités (Ensaio Filosófico sobre Probabilidade), que Laplace (1749 - 1827) coloca a probabilidade, hoje dita como clássica, finalmente, no quadro matemático com a sistematização da probabilidade e com a introdução de axiomas e conceitos básicos desenvolvidos por seus antecessores.

## 2.3 O período moderno - século XX

Para Vasconcelos (VASCONCELOS, 2022), Andrei Kolmogorov (1903-1987) foi um dos mais importantes matemáticos do século XX, sua genialidade era notória e um de seus principais trabalhos publicados foi em 1983, Foundations of the Theory of Probability (Fundamentos de Teoria das Probabilidades).

É nesse trabalho que Kolmogorov lança as bases da axiomatização da teoria das probabilidades e esboça o que seria a teoria da medida e estabelece sua reputação como o maior especialista mundial neste campo (GADELHA, 2004). Essa fase foi de grande avanço cientifico, tornou a Teoria das Probabilidades uma parte autônoma dentro da Matemática.

# 3 Capítulo 3

# Os conceitos da Probabilidade

## 3.1 Conjunto, subconjuntos e conjunto vazio

O conceito de conjuntos é fundamental, não somente para a Probabilidade, mas para a Matemática como um todo, como o seu conteúdo é muito extenso, trataremos aqui somente o que será necessário para a compreensão da Probabilidade.

De acordo com Spiegel[1], o conjunto nada mais é do que uma coleção de objetos, chamados de membros ou elementos do conjunto. Em geral, o conjunto é denotado por uma letra maiúscula (A, B, C, D, ...) e o os elementos do conjunto, por uma letra minúscula (a, b, c, d, ...).

Se o elemento a pertence ao conjunto B, escrevemos $a \in B$. Se o elemento a não pertence ao conjunto B, escrevemos $a \notin B$. Se tanto o elemento a como o elemento b pertencem a D, escrevemos $a, b \in B$.

Se todos os elementos do conjunto A também são elementos do conjunto B, dizemos que A é subconjunto[2] de B e escrevemos $A \subset B$ (A está contido em B) ou $B \supset A$ (B contém A). Se $A \subset B$ e $B \supset A$ dizemos que A e B são iguais e escrevemos $A = B$ tendo, portanto, os mesmos elementos. Se A e B não são iguais, não possuindo os mesmos elementos, dizemos que A e B são diferentes e escrevemos $A \neq B$.

O conjunto que contém todos os elementos que estão sendo estudados é chamado o conjunto universal[3], representado por U, e o conjunto que não possui nenhum elemento é chamado de conjunto vazio ou nulo, denotado por $\emptyset$. O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto.

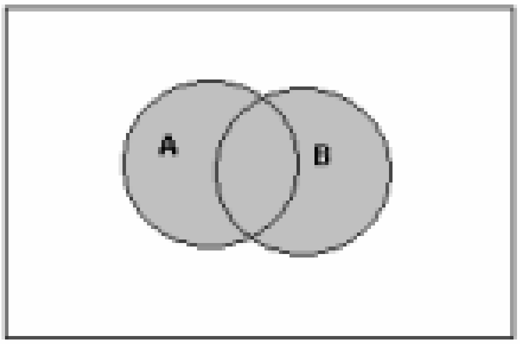
É possível unir conjuntos. O conjunto de todos os elementos que pertencem a A, ou a B, ou a ambos, é chamado de união de A e B, escrevemos $A \cup B$ (figura 1).

---

[1] SPIEGEL, 1978, p. 1
[2] SPIEGEL, op. cit, p. 2
[3] SPIEGEL, op. cit, p. 2

$$A \cup B = \{x \in U \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

**Figura 1-** Diagrama de Venn para A ∪ B

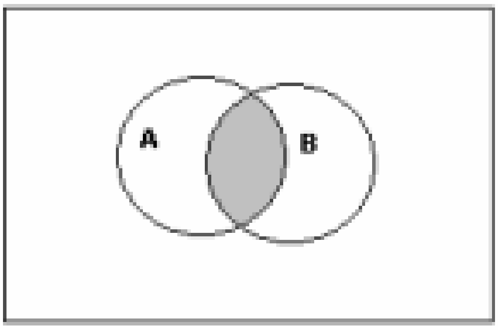



Fonte: FURG, 2008 (<https://coperse.furg.br/images/provasanteriores/2008inverno-mat.ps.pdf>, acessado em março de 2023)

O conjunto de elementos que pertencem tanto a A como a B é chamado de interseção de A e B e escrevemos A ∩ B (figura 2).

$$A \cap B = \{x \in U \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

**Figura 2 -** Diagrama de Venn para A ∩ B

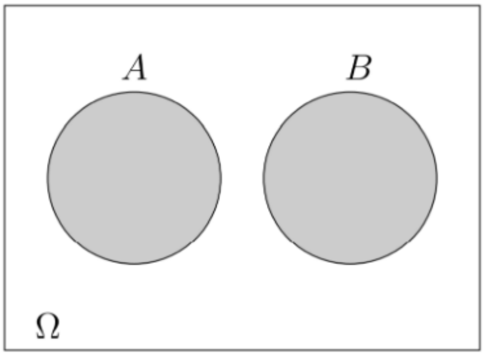



Fonte: FURG, 2008 (<https://coperse.furg.br/images/provasanteriores/2008inverno-mat.ps.pdf>, acessado em março de 2023)

Dois conjuntos A e B, cuja interseção é vazia, chama-se conjuntos disjuntos, denota-se por $A \cap B = \emptyset$ (figura 3).

$$A \cap B = \emptyset$$

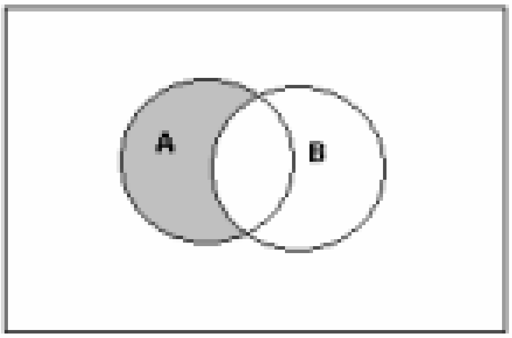
**Figura 3 -** Diagrama de Venn para Conjuntos Disjuntos




Fonte: https://quantiproject.com/2022/01/06/regras-de-probabilidade-fundamentais/, acessado em março de 2023)

O conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B são chamados de diferença de A e B e escrevemos A – B (figura 4).

**Figura 4 -** Diagrama de Venn para Diferença entre conjunto A e B

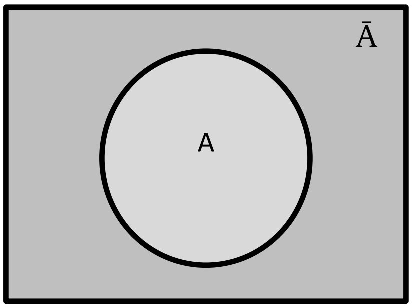



Fonte: FURG, 2008 (<https://coperse.furg.br/images/provasanteriores/2008inverno-mat.ps.pdf>, acessado em março de 2023)

Dado o conjunto universal U, $A \subset U$ e o conjunto dos elementos de U que não estão em A é definido como conjunto complementar de A, $\bar{A}$ (figura 5).

$$\bar{A} = \{x \in U \mid x \notin A\}$$

**Figura 5 -** Diagrama de Venn para Ā




Fonte: Autor (2023)

## 3.2 Experimentos aleatórios, espaço amostral e eventos

Como descrito por Spiegel[4], um experimento aleatório, Є, é um experimento cujo resultado não é exatamente o mesmo. Alguns exemplos de experimento aleatório são: o lançamento de uma moeda, lançamento de um dado, tirar uma bola de uma urna, contar o número de peças defeituosas de uma linha de produção.

O espaço amostral é um conjunto Ω, que representa todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Cada resultado é conhecido como ponto amostral. Considerando o experimento Є = o lançamento de um dado, o espaço amostral de todos os resultados possíveis é Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, já em outro espaço, temos Ω = {impar, par}.

Um evento associado a um experimento é um subconjunto dos resultados possíveis contidos em Ω. Se o resultado do experimento é elemento de Ω, podemos dizer que o evento ocorreu, o próprio Ω também é um evento, e é chamado de evento certo, e o conjunto vazio ∅ é o evento impossível[5].

No caso do experimento Є = lançar uma moeda duas vezes, denotando C para cara e K para coroa, o espaço amostral deste experimento é Ω = {CC, CK, KC, KK}, poderíamos definir evento A como A = "sair pelo ao menos uma Coroa", nesse caso, podemos dizer que o evento A ocorre, pois o resultado do experimento pertence a A.

---

[4] SPIEGEL, 1978, p. 5
[5] SPIEGEL, op. cit, p. 7

Aplicando aos eventos, as operações sobre conjuntos, obtemos outros eventos. Assim, se A e B são eventos, então:

a) $A \cup B$ é o evento em que pelo ao menos um dos dois eventos ocorre.

b) $A \cap B$ é o evento em que ambos os eventos ocorrem.

c) O evento complementar de A, $\bar{A}$, significa não ocorrência de A.

d) $A - B$ é o evento "A mas não B".

e) Se os conjuntos A e B são disjuntos, $A \cap B = \emptyset$, significa que ambos os eventos não podem ocorrer simultaneamente.

No experimento $\epsilon$ = lançar uma moeda duas vezes, definindo os seguintes eventos:

A = sair pelo menos uma coroa.

B = sair pelo menos uma cara.

C = sair coroa nos dois lançamentos.

Temos A = {KK, KC, CK}, B = {CC, CK, KC} e C = {KK}.

Portanto:

a) $A \cup B$ = {CC, CK, KC, KK}.

b) $A \cap B$ = {CK, KC}.

c) $A \cap C = \emptyset$, e portanto A e C são eventos disjuntos.

## 3.3 Os axiomas e as propriedades da Probabilidade

Ao escolher o experimento de lançar dois dados simultaneamente e associarmos a ele o evento de sair um número par em ambos os dados, será observado que o experimento contará com 36 combinações possíveis, mas não sabemos se esse evento irá ocorrer ou não (Tabela 1).

**Tabela 1 -** Tabela para o espaço amostral do lançamento de dois dados

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| 2 | (2,1) | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| 3 | (3,1) | (3,2) | (3,3) | (3,4) | (3,5) | (3,6) |
| 4 | (4,1) | (4,2) | (4,3) | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| 5 | (5,1) | (5,2) | (5,3) | (5,4) | (5,5) | (5,6) |
| 6 | (6,1) | (6,2) | (6,3) | (6,4) | (6,5) | (6,6) |

Fonte: Autor (2023)

Nesse sentido, a cada evento A, associamos um número real P(A), Onde P é uma função de probabilidade, e P(A) é a probabilidade de o evento ocorrer, desde que satisfaçam os seguintes axiomas citados por Spiegel (SPIEGEL, 1978):

a) 0 ≤ P(A) ≤ 1 para qualquer evento A

b) P(S) = 1

c) Se $A_1$, $A_2, \ldots, A_n$ forem eventos mutuamente exclusivos, então,

P($A_1$ ∪ $A_2$ ∪ … ∪ $A_n$ ) = P($A_1$) + P($A_2$) + … + P($A_n$ )

Partindo desses axiomas, podemos obter algumas propriedades:

1) P(Ā) = 1 - P(A)

2) P(∅) = 0

3) P(A ∪ B) = P(A) + P(B) – P(A ∩ B)

4) P(A ∪ B ∪ C) = P(A) + P(B) + P(C) – P(A ∩ B) – P(A ∩ C) – P(B ∩ C) + P(A ∩ B ∩ C)

Como descrito por Andrade (ANDRADE, 2017), digamos que em um determinado experimento, Є = o lançamento de um dado, conforme espaço amostral representado na Tabela 1, então iremos determinar a probabilidade de aparecer o número 3 ou 5. O espaço amostral de todos os resultados possíveis é Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Atribuindo a probabilidade igual a quantidade de pontos amostrais, temos:

$$P(1) = P(2) = \ldots = P(6) = \frac{1}{6}$$

Agora, indicando o evento “2 ou 5”, temos:

$$P(2 \cup 5) = P(2) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

## 3.4 Probabilidade Condicional

Considerando dois eventos A e B, com probabilidade atribuída a partir das informações iniciais sobre o experimento, suponhamos que o evento B interfira na probabilidade de A. Assim, será denotado por P(B|A), a probabilidade de ocorrência de B, na hipótese de A ter ocorrido. Chegamos então à definição:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \qquad (2)$$

ou

$$P(A \cap B) = P(A)\ P(B|A) \tag{3}$$

Suponhamos que em um determinado experimento, Є = o lançamento de um dado, iremos determinar: a) a probabilidade de aparecer um número maior que 3 e b) sabendo-se que o resultado é um número par:

a) Seja A o evento {maior que 3}, sendo A a união de eventos, temos:

$$P(A) = P(4) + P(5) + P(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

b) Seja B o evento {número par}, temos:

como $P(A) = \frac{1}{2}$ e $P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ então,

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/3}{1/2} = \frac{2}{3}$$

## 3.5 Eventos independentes

Se a probabilidade da ocorrência de B não for afetada pela ocorrência ou não de A ou vice e versa, P(B|A) = P(B) ou P(A|B) = P(A), dizemos que A e B são eventos independentes.

Consequentemente, Spiegel (SPIEGEL, 1978) fala que há uma simplificação na regra do produto quando os eventos são independentes:

$$P(A \cap B) = P(A)\ P(B)$$

Essa regra pode ser ampliada para n eventos independentes:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)$$

# 4 Capítulo 4
# O uso de jogos no Ensino da Matemática

Por muito tempo a matemática tem sido tratada como um problema para muitos alunos, escolher qual a melhor forma de passar esse conhecimento e enriquecer essa relação entre professor e aluno, está se tornando cada vez mais difícil.

Vivemos cercados de tanta tecnologia, independente do nosso modo de vida, nossas preocupações, nosso caráter, cercados de tantas informações que já se tornou inviável ministrar uma aula usando somente os métodos de ensino tradicional, onde o professor é o único que possui o maior controle das aulas e dos conteúdos.

De acordo com Parras (2009, p. 19), o maior problema será em decidir "como" educar esse homem informático. Tanto a escola como o professor devem entender que as pessoas não são as mesmas de anos atrás, hoje para se ter aprendizado, precisamos usar a internet e isso não é exagero no mundo atual, pois notamos que o quadro negro não tem mais tanta funcionalidade como antigamente.

Claro que nem todas as escolas estão equipadas com dispositivos eletrônicos e a falta de familiaridade de alguns professores com os dispositivos tecnológicos ainda é muito grande, porém "A vida tem se tornado mais difícil, e a escola deve evoluir para preparar indivíduos com capacidade para atuar nesse mundo complexo e diversificado" PARRAS (2009, p. 19).

## 4.1 A ludicidade no Ensino da Probabilidade

Brincar é uma atividade natural de qualquer criança; é brincando que ela faz de conta, imaginando ser o que não é, demonstrando o que gostariam de ser, isso porque é na infância que tudo se torna possível. "Nela que se pode projetar a esperança de mudança e de transformação social" (ALCÂNTARA, 2019 p. 29).

Levando em consideração o fato de atualmente os jogos estarem cada vez mais presentes em nosso cotidiano, desde nossa primeira infância até nossa fase adulta, porque não podemos utilizar esses jogos em ambiente escolar, tornando a matemática mais atrativa para os alunos, proporcionando curiosidade e explorando cada vez mais a ludicidade?

Estudar a Probabilidade, saber emprega-la e principalmente, entender a sua importância em nosso cotidiano é algo fundamental para a formação do ser humano e para isso o professor precisa entender que o objetivo proposto aqui é trazer a disciplina para a vivencia do aluno e um jeito bem simples de fazer isso, é explicando sobre os jogos de azar.

## 4.2 Os jogos de azar

Conforme mostrado na Dissertação de Andrade[6], os jogos de azar são os jogos onde quem têm sorte ganham à custa do azar dos seus adversários. Como a possibilidade de perder é bem maior do que a de ganhar, nota-se então que o sucesso não depende da habilidade do jogador, mas sim das probabilidades matemáticas. São considerados também jogos de azar, os jogos que envolvem apostas e dinheiro, sendo legalizado no Brasil, somente os jogos da Loteria Federal.

No Brasil[7] os jogos ilícitos foram proibidos em 1941 por Getúlio Vargas, ao assinar o Decreto-lei n° 3.688, por praticamente dois motivos: 1° essa atividade é altamente viciante e 2° a lavagem de dinheiro.

Jogar é algo que faz parte do ser humano desde a infância, porém, a pratica em excesso de jogos com apostas envolvendo dinheiro, podem levar a pessoa ao descontrole. Mesmo perdendo quantias altas de dinheiro, ela continua a apostar, com o objetivo de lucrar alto com essas partidas e isso pode levar ao endividamento[8] das famílias e a destruição de patrimônios, tudo por que os jogos de azar tem um efeito similar ao cérebro, do uso da cocaína, viciando igual a uma droga, causando dependência química.

---

[6] ANDRADE, 2017, p. 16
[7] ANDRADE, op. cit, p. 15
[8] ANDRADE, op. cit, p. 16

## 4.3 O bingo

Entre os jogos ilícitos, temos o tão conhecido Bingo. Que é um jogo de azar onde bolas numeradas são sorteadas dentro de um globo, uma a uma, fazendo com que o jogador marque os números que foram tirados em uma cartela aleatória, até o suposto vencedor ser o primeiro a completar uma linha, uma coluna, a transversal ou até mesmo ao fechar a cartela completa.

No Brasil, a Lei Zico (8.672/93) autorizou o funcionamento das maquinas caça-níqueis e das casas de Bingo, instituindo-o como jogo oficial (ANDRADE, 2017). Essa lei foi reafirmada com a Lei Pelé (9.615/98) que destinava 7% do faturamento dessas casas a entidades que participavam de modalidades olímpicas e paraolímpicas.

No governo do presidente Lula, com a Medida Provisória n° 168/04, essas casas foram novamente proibidas, após um escândalo que ficou conhecido como “Escândalo Waldomiro Diniz” ou o “Escândalo dos Bingos[9]”, na época, o assessor do ministro da Casa Civil José Dirceu, estava extorquindo dinheiro de empresários com a finalidade de arrecadar fundos partidários.

Por conta disso, o presidente Lula proibiu o funcionamento das casas de Bingo, dos caça-níqueis e qualquer outra casa de jogos de azar em todo território Brasileiro. Mas, o jogo continua muito popular durante as festividades juninas, arrecadações beneficentes e principalmente pela turma da Terceira Idade.

[9] ESCÂNDALO DOS BINGOS. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2023. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Esc%C3%A2ndalo_dos_bingos&oldid=65282168>. Acesso em: 11 mar. 2023

# 5 Capítulo 5

# Apresentação e análise dos Resultados

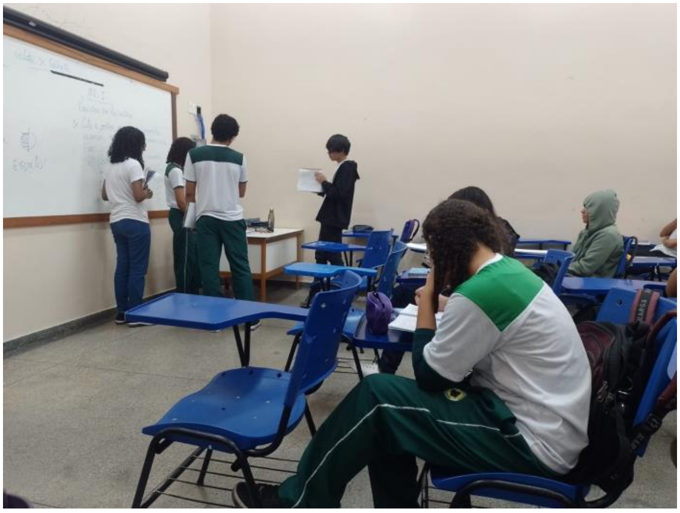
A pesquisa intitulada “Estudo de Probabilidade utilizando o Jogo do Bingo no Ensino Médio” foi aplicada durante uma aula inédita em uma escola pública da zona Centro-sul de Manaus, conhecida como Escola Estadual Solón de Lucena, a pesquisa contou com a colaboração dos 21 alunos presentes de uma turma do 1º ano do Ensino Médio, do turno vespertino, precisamente no dia 23 de março de 2023.

Antes de iniciar a pesquisa foi entregue ao gestor da escola a Carta de Pré-Apresentação (ANEXO A), que estabelece a atividades e período em que foi realizado a pesquisa, o qual foi assinado concordando com a participação na mesma.

## 5.1 Materiais e métodos

Com o objetivo de conhecer melhor a turma em que será aplicada a aula inédita e por participar do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID, pelo curso de Licenciatura em Matemática na Universidade do Estado do Amazonas – UEA, o pesquisador solicitou ao professor regente a permissão para realizar algumas observações durante as atividades realizadas em sala de aula antes da aula inédita (figura 6).

**Figura 6 -** Interação dos alunos com o professor regente, antes da aula inédita.



Fonte: Autor (2023)

O pesquisador optou em aplicar a aula inédita em uma turma do 1° ano do Ensino Médio do turno vespertino, o próximo passo foi a elaboração do plano de aula (APÊNDICE A), onde foi descrito detalhadamente a metodologia que seria usada na mesma, afim de tanto o gestor escolar, como o professor regente, estarem ciente do que seria aplicado no momento.

Foi previsto uma aula onde foi ministrada uma breve apresentação sobre a história da probabilidade, conceitos sobre experimentos aleatórios, espaço amostral, eventos e suas propriedades e a relação dos jogos de azar com a probabilidade, utilizando como atividade lúdica, o Jogo do Bingo.

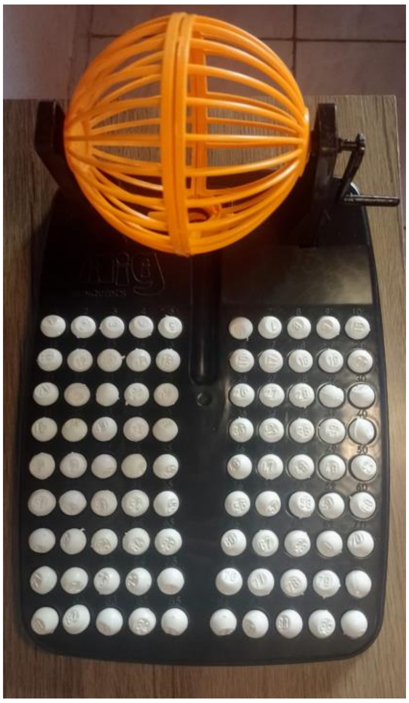
No início da aula inédita, foi passado um questionário de coleta de dados (APÊNDICE B), no intuito de observar e analisar quantos alunos estavam presentes na sala, gênero, se gostam ou não de Matemática e se compreendem a aula do professor regente.

Esse questionário teve a função de ajudar no estudo da probabilidade, pois, com base nos dados preenchidos, o pesquisador poderia realizar perguntas para usá-las como exemplos durante a explicação do tema abordado.

Com base nas observações que foram feitas antes da aula inédita, pôde ser observado que a escola não possui equipamento de Datashow disponível, para atender o pesquisador quando fosse necessário, visto que esta escola possui 27 salas de aulas, todas utilizadas para o Novo Ensino Médio, porém, somente com um aparelho de Datashow disponível para toda unidade.

Diante da precariedade do material eletrônico, o pesquisador decidiu optar pelo o globo de bingo para a prática do Jogo, esse globo foi adquirido em uma loja de brinquedos da cidade, com bolas numeradas de 01 a 90, reforçando a pesquisa sobre o lúdico a favor da matemática (figura 7).

**Figura 7 –** Globo de bingo, com bolas numeradas de 01 a 90.



Fonte: Autor (2023)

Como o tempo da aula inédita será somente de 45 minutos, o pesquisador resolveu adequar o globo de bingo à necessidade da atual situação, deixando assim, somente as bolas numeradas de 01 a 35 disponíveis para o jogo (figura 8).

**Figura 8 -** Globo de bingo, com bolas selecionadas e numeradas de 01 a 35.

Fonte: Autor (2023)

Essas bolas possuem a numeração em alto relevo, facilitando a visualização de quem for utiliza-la (figura 9).

**Figura 9 –** Bola utilizada no globo, com número em alto relevo.

Fonte: Autor (2023)

Após selecionar o espaço amostral do nosso jogo, representado aqui pela quantidade de bolas a serem sorteadas, contidas no globo de bingo, foi o momento de confeccionar as cartelas que foram utilizadas para a brincadeira. As cartelas foram confeccionadas pelo pesquisador, utilizando uma matriz 5X5, no site https://www.doug.dev.br/geradorcartelabingo/. A cartela totalizou 24 números, formados por números aleatório entre o 01 e 35 e um espaço central já preenchido, denominado aqui de coringa (figura 10).

**Figura 10 -** Modelo da cartela de Bingo.

| BINGO | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 9 | 14 | 19 | 28 |
| 5 | 10 | 16 | 20 | 31 |
| 6 | 11 | | 21 | 32 |
| 7 | 12 | 17 | 23 | 33 |
| 8 | 13 | 18 | 24 | 34 |

Fonte: Autor (2023)

Cada aluno recebeu uma cartela, que foi marcada de caneta ou lapiseira, de uso pessoal de cada estudante. A cada giro do globo, um número será sorteado e o aluno deverá observar se o número chamado está disponível em sua cartela, se sim, deverá marca-lo, se não, deverá esperar que a próxima bola seja chamada.

O jogador tinha que completar a cartela marcando os números sorteados aleatoriamente, com o objetivo de formar linhas, colunas ou diagonais, conforme os padrões de marcações considerados válidos para ganhar (APÊNDICE C), conforme apresentado aos alunos no dia da aula inédita.

Durante o desenvolvimento do jogo, conforme determinada quantidade de bolas iam sendo chamadas, o pesquisador interrogava os alunos, com o intuito de questioná-los a probabilidade que cada um tinha de ganhar. Com isso, o pesquisador permitia com que os próprios alunos observassem se haveria a probabilidade de ganharem ou não o jogo.

Como de costume em todo jogo de bingo, não poderia faltar um prêmio, para o suposto primeiro e segundo ganhador. O pesquisador resolveu sortear uma caixa de chocolate, um kit de canetas e um kit de lápis (figura 11).

**Figura 11 -** Brindes para os ganhadores do Jogo de Bingo


Fonte: Autor (2023)

A seguir, algumas questões que poderão ser feitas após o preenchimento do questionário e durante a aplicação do jogo de bingo:

**Questão 1**

Qual o espaço amostral da sala de aula?

**Questão 2**

Qual a probabilidade de o pesquisador sortear uma menina para ajudar no experimento?

**Questão 3**

Qual a probabilidade de o pesquisador sortear um menino para ajudar no experimento?

**Questão 4**

Qual a probabilidade de ser sorteado um aluno maior de 15 anos?

**Questão 5**

Qual a probabilidade de ser sorteado dois alunos maiores de 15 anos?

**Questão 6**

Qual o espaço amostral do Jogo de Bingo?

**Questão 7**

Qual a probabilidade de um menino ganhar no jogo?

**<u>Questão 8</u>**

Qual a probabilidade de uma menina ganhar no jogo?

**<u>Questão 9</u>**

Qual a probabilidade do aluno X ganhar no jogo, após ele ter marcado 5 bolas na cartela dele?

**<u>Questão 10</u>**

Qual a probabilidade do aluno X ganhar no jogo, após ele ter marcado 10 bolas na cartela dele?

**<u>Questão 11</u>**

Qual a probabilidade do aluno X ganhar no jogo, após ele ter marcado 15 bolas na cartela dele?

**<u>Questão 12</u>**

Qual a probabilidade do aluno X ganhar no jogo, após ter saído o primeiro colocado?

## 5.2 Descrição da aula

Para a descrição da aula foram identificadas cenas significativas, falas, gestos e expressões que mais chamaram a atenção do pesquisador, no que se refere ao interesse dado em sala de aula, mediante grau de satisfação da proposta e todas as dificuldades que obtivemos no decorrer da aula inédita.

Para maior identificação, foi realizado a descrição dos momentos apresentados em sala de aula, através do que chamamos de Quadros Descritivos. No cabeçalho desse quadro, há uma síntese do que teria sido planejado para cada momento, sendo indicado pelo objetivo, o recurso utilizado e o procedimento previsto.

Em seguida, o quadro descritivo aponta dois registros importantes; na coluna da esquerda, denominada "Descrição do ocorrido" será descrito o que foi possível perceber, por linguagem oral verbalizada ou não, que pôde ser traduzida em comportamento e/ou atitudes, no decorrer do momento. Na coluna da direita, denominada "'Interpretação do Pesquisador' descreve-se segundo a opinião do Professor-Pesquisador, relatando o que lhe chamou a atenção como observador (Quadro 1).

**Quadro 1 –** Descrição da Cena Significativa do 1° Momento

<table>
<tr><th colspan="2">Cena significativa da Aula Inédita – 1° Momento</th></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivos: Apresentação do pesquisador e dos objetivos da aplicação da Aula Inédita.<br>Recurso: Quadro branco, pincel e apagador.<br>Procedimento: Utilizando o quadro branco foi possível demonstrar como seria feito o preenchimento do questionário.</td></tr>
<tr><th>Descrição do ocorrido</th><th>Interpretação do Pesquisador</th></tr>
<tr><td>Quando o pesquisador entrou em sala, os alunos se demostraram desinteressados. Porém, logo após o pesquisador se apresentar e anunciar que naquele momento haveria uma aula inédita, os alunos mostraram-se mais interessados (figura 12).<br><br>Destacam-se então, algumas perguntas feitas pelos alunos:<br>Aluno 1: “A Senhora trouxe um bingo?”<br>Aluno 2: “Nós vamos poder jogar?”<br>Aluno 3: “Qual vai ser o prêmio?”<br><br>Depois de um breve diálogo com os alunos, a pesquisadora deu início a pesquisa e explicou como seria feito o preenchimento do questionário (APÊNDICE B), e sua intenção para com o mesmo.</td><td>O desinteresse demonstrado no primeiro momento pode ser justificado pelo fato do pesquisador frequentar semanalmente a escola e em especial, essa turma do 1° ano do Ensino Médio, pois o mesmo participa do PIBID, vinculado a outra instituição de Ensino Superior da Capital do Amazonas.<br><br>A motivação dos alunos surgiu após a apresentação do objetivo da aula, no exato momento em que os alunos notaram o globo do Bingo sobre a mesa. Pode-se observar inicialmente que o interesse se deu mais em relação ao jogo, do que ao conteúdo que será aprendido nessa aula.<br><br>Com o decorrer das explicações, pode-se notar que os alunos ficaram mais participativos e na expectativa para o momento do jogo, com o intuito de ganhar o brinde que seria ofertado. Pôde ser observado certa curiosidade sobre a metodologia que seria aplicada e até um certo espanto, pois o fato de introduzir o jogo em sala de aula, ainda não tinha ocorrido.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Figura 12 – Explicação da proposta da aula inédita<br><br>Fonte: Autor (2023)</td><td></td></tr>
</table>

Fonte: Autor (2023)

No segundo momento (Quadro 2), foi apresentado alguns fatos históricos que levaram ao desenvolvimento da Teoria da Probabilidade, que começou a partir do século XV, passou por um processo de maturação entre o século XVIII e XIX, até o período moderno do século XX.

**Quadro 2** - Descrição da Cena Significativa do 2° Momento

<table>
<tr><th colspan="2">Cena significativa da Aula Inédita – 2° Momento</th></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivos: Apresentar fatos históricos que levaram ao desenvolvimento da Teoria da Probabilidade<br>Recurso: Quadro branco, pincel e apagador.<br>Procedimento: Utilizando o quadro branco foi possível demonstrar qual foi o pensamento utilizado pelo Cavaleiro de Méré.</td></tr>
<tr><th>Descrição do ocorrido</th><th>Interpretação do Pesquisador</th></tr>
<tr><td>O pesquisador contou de forma breve como se deu o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade, contando todo o processo desde o século XV, até o período moderno do século XX.<br><br>Durante todo esse momento explicativo, os alunos se permaneceram em silêncio e atentos ao que era repassado, chegando até a tomar nota da fórmula que foi anotado no quadro (figura 13).</td><td>Pôde-se observar o total interesse da sala a respeito do que estava sendo passado durante a aula inédita; o que leva o pesquisador a refletir sobre a carência de informações de toda a história que se envolve com a matemática.<br><br>Era a primeira vez que os alunos estavam tendo contato com a história da probabilidade; o que</td></tr>
</table>

| | |
|---|---|
| Estavam motivados, interessados e principalmente, atentos. | realmente tinha acontecido, até chegar os tempos atuais. O que gera certo questionamento, pois o educador está tão acostumado a ministrar o que está programado no conteúdo escolar, que acaba esquecendo de comentar sobre detalhes que talvez ajudariam a envolver esse aluno com a matéria em si. |
| **Figura 13 -** Pesquisador explicando sobre a fórmula da probabilidade.  Fonte: Autor (2023) | |

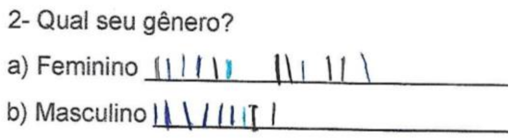
Fonte: Autor (2023)

Nesse terceiro momento (Quadro 3), foi recolhido o questionário (APÊNDICA D) já preenchido pelos alunos e também foi apresentado sobre os conceitos de experimentos aleatórios, espaço amostral, eventos e suas propriedades.

**Quadro 3 -** Descrição da Cena Significativa do 3° Momento

| **Cena significativa da Aula Inédita – 3° Momento** |
|---|
| **Objetivos:** Apresentar os conceitos básicos da Probabilidade.<br>**Recurso:** Quadro branco, pincel e apagador. |

<table>
<tr><td colspan="2">Procedimento: Utilizando o quadro branco foi possível demonstrar exemplos sobre eventos e espaços amostrais, além de fazer o cálculo de algumas probabilidades em porcentagem.</td></tr>
<tr><th>Descrição do ocorrido</th><th>Interpretação do Pesquisador</th></tr>
<tr><td>Nesse momento foi ensinado os conceitos básicos de probabilidade, alguns alunos já tinham noção sobre espaço amostral e eventos, porém não reconheciam por esses nomes.<br><br>No decorrer dessa explicação, os alunos se tornaram bem participativos, interagindo com o pesquisar quando lhe era perguntado, de forma bem sucinta (figura 14).<br><br>Foi recolhido o questionário já preenchido pelos alunos (APÊNDICE D) e utilizando desses dados (figura 15), o pesquisador pôde fazer exemplos de espaço amostral e possíveis eventos que poderiam ocorrer em sala de aula.<br><br>Destacam-se então, algumas perguntas feitas pelo pesquisador e as respostas dadas pelos alunos (levando em consideração somente a quantidade de alunos):<br>Pesquisador: “Qual o espaço amostral da sala de aula?”<br>Aluno 1: “Eu sei! 21.”<br>Pesquisador: “Qual a probabilidade de o pesquisador chamar uma menina para ajudar na aula?”<br>Aluno 2: “12/21?”<br>Pesquisador: “Qual a probabilidade de um menino pedir ao pesquisador para tomar água?”<br>Aluno 3: “9 / 21”<br>Pesquisador: “Podemos simplificar essa resposta?”<br>Aluno 3: “Sim. Dá 3 / 7”</td><td>Percebi que a maioria dos alunos estavam bem empolgados com a aula. Estavam ansiosos para o momento do jogo do Bingo e talvez por essa motivação, que os mesmos estavam cada vez mais participativos.<br><br>Para o pesquisador, que já vinha acompanhando essa turma bem antes da aula inédita, foi nítido perceber o interesse que estava ocorrendo nesse 3° momento, que não foi visto em nenhum outro momento, das aulas que se antecederam a essa.<br><br>Tentar trazer esse aluno que as vezes está tão ausente, mesmo estando em sala de aula, se torna essencial para contribuir com a formação desse indivíduo.<br><br>É necessário também, fazer com que este aluno perceba de forma mais prática, o que o professor está pondo como exemplo em sala de aula. Nesse caso, foi nítido a facilidade como os alunos conseguiram entender bem melhor o conceito de espaço amostral, depois que o mesmo foi feito utilizando o próprio quantitativo de alunos que estavam presentes.<br>Com isso, foi possível que cada aluno visualizasse de forma mais prática o que lhe era pedido.</td></tr>
</table>

| | |
|---|---|
| **Figura 14** – Momento da explicação sobre espaço amostral e eventos.<br><br>Fonte: Autor (2023) | **Figura 15 –** Trecho do questionário preenchido pelos alunos.<br><br><br>Fonte: Autor (2023) |

Fonte: Autor (2023)

Nesse quarto momento, foi possível falar sobre os jogos de azar, reforçando o fato de serem proibidos e principalmente o por que são proibidos. O pesquisador falou sobre o jogo da Loteria, que é o único jogo de azar legalizado no Brasil e o porquê de escolher o jogo do Bingo como aliado a essa aula (Quadro 4). Esse momento se divide em duas partes, antes e depois do primeiro ganhador (Quadro 5).

**Quadro 4 -** Descrição da Cena Significativa do 4° Momento – Parte 01

| **Cena significativa da Aula Inédita – 4° Momento – Parte 01** | |
|---|---|
| **Objetivos:** Apresentar os Jogos de azar, em especial o Jogo de Bingo.<br>**Recurso:** Quadro branco, pincel e apagador.<br>**Procedimento:** Utilizando o quadro branco foi possível demonstrar as regras do Jogo do Bingo e solucionar cálculos envolvendo a probabilidade, quando solicitado pelo pesquisar, durante o jogo. | |
| **Descrição do ocorrido** | **Interpretação do Pesquisador** |
| Esse foi o momento do jogo do Bingo. Antes que o mesmo ocorresse, o pesquisador falou sobre os jogos de azar, os jogos que são permitidos por lei no Brasil e deu ênfase ao jogo do Bingo. | Aqui foi o exato momento onde tudo mudou. Mesmo os alunos estando todos comportados e participativos, aqui foi o momento exato onde eles ficaram deslumbrados com o que estava acontecendo. |

| | |
|---|---|
| O pesquisador perguntou se algum aluno se voluntariaria para ajuda-lo e quatro alunos se disponibilizaram para isso. Após ser escolhido o aluno voluntário (figura 16) foi ensinado as regras do jogo de Bingo (APÊNDICE C) e logo em seguida, foram distribuídas as cartelas do jogo para os alunos (figura 17). | Foi satisfatório observar que a maior parte da turma estava bem envolvida e mais satisfatório ainda, foi perceber que havia alunos de outras salas, observando pelas janelas o que estava acontecendo naquele momento. |
| Com a ajuda do aluno voluntário, foi possível conferir se todas as bolas do bingo, entre 01 e 35, estavam presentes no globo. Em seguida, a pesquisadora comunicou aos alunos que a cada 5 números sorteados, seriam feitas perguntas sobre o tema abordado, para que assim, pudesse dar continuidade ao jogo. | Infelizmente esse fato não pôde ser registrado, mas pude notar que até os alunos de outras turmas, que já haviam sido liberados, por falta de professor, ao invés de estarem indo para suas residências, estavam observando a aula inédita através do basculante que tem no fundo da sala de aula, que dá acesso ao estacionamento da escola. |
| Destacam-se então, algumas perguntas feitas pelo pesquisador e as respostas dadas pelos alunos (levando em consideração somente o espaço amostral do bingo):<br><br>**Pesquisador:** “Qual o espaço amostral do jogo do Bingo?”<br>**Aluno 1:** “35 bolas?”<br>**Pesquisador: “**Qual a probabilidade do aluno, que ainda não marcou nenhum número na cartela, ganhar o jogo, sendo que já foram sorteados 5 números?”<br>**Aluno 2:** “5/35?”<br>**Aluno 3:** “24/30”<br>**Pesquisador:** “Está correto?”<br>**Aluno 3:** “Está sim professora, a cartela vai ter 24 espaços pra marcar e ainda tem 30 bolas no globo!” | Foi possível observar que independente do prêmio que fosse sorteado, esses alunos ainda assim estariam encantados com o que estava acontecendo em sala de aula naquele momento.<br><br>Para muitos, isso foi uma experiência única e que para eles, talvez nunca fosse acontecer e isso foi muito satisfatório de ser observado. |

| | |
|---|---|
| **Figura 16 –** Pesquisador ensinando aluno voluntario como utilizar o globo do Bingo.<br><br>Fonte: Autor (2023) | **Figura 17 -** Pesquisador distribuindo cartelas do jogo de bingo.<br><br>Fonte: Autor (2023) |

Fonte: Autor (2023)

**Quadro 5 -** Descrição da Cena Significativa do 4° Momento – Parte 02

| **Cena significativa da Aula Inédita – 4° Momento – Parte 02** | |
|---|---|
| **Objetivos:** Apresentar os Jogos de azar, em especial o Jogo de Bingo.<br>**Recurso:** Quadro branco, pincel e apagador.<br>**Procedimento:** Utilizando o quadro branco foi possível demonstrar as regras do Jogo do Bingo e solucionar cálculos envolvendo a probabilidade, quando solicitado pelo pesquisar, durante o jogo. | |
| **Descrição do ocorrido** | **Interpretação do Pesquisador** |
| O jogo do Bingo deu continuidade e com isso e continuou sendo interrogado aos alunos, sobre o tema abordado (figura18).<br><br>**Pesquisador:** "Quem aí está esperando só um número para ganhar?"<br>**Aluno 1:** "Eu"<br>**Aluno 2:** "Eu"<br>**Pesquisador:** "Se ainda restam 9 bolas no globo, qual a probabilidade | Levando em consideração que estava sendo ministrado uma aula inédita, o clima da sala estava bem tranquilo e descontraído. Foi fácil prender a atenção dos alunos e no máximo dois alunos se mantiveram um pouco mais tímidos em relação ao que estava acontecendo.<br><br>A cada bola que saia do globo, dava pra perceber o espanto dos alunos, |

| | |
|---|---|
| de um dos dois ganharem com o próximo número que sair?<br>**Aluno 2:** "1/9"<br>**Pesquisador:** "E quem está precisando de dois números, qual a probabilidade de ganhar?"<br>**Aluno 3:** "1/9 + 1/8"<br>**Pesquisador:** "Perfeito"<br>**Pesquisador:** "Quem tem mais chances de ganhar? O aluno 1 ou o aluno 3?"<br>**Aluno 3:** "Eu né professora?"<br>**Pesquisador:** "Isso!"<br><br>Duas bolas depois, três alunos gritaram "BINGO" durante o jogo. O pesquisador então pediu para que os mesmos trouxessem suas cartelas para que o aluno voluntario pudesse fazer as conferencias (figura 19).<br><br>O pesquisador aproveitou para explicar que agora, como haviam poucas bolas no globo, a chance de ganhar seria bem menor, comparado com o início do jogo, onde todos tinham 24 números para marcarem (figura 20).<br><br>Feito as conferencias, ficou decidido que os três alunos que gritaram bingo iriam tirar cada um, uma pedra do globo, que ainda não tinha sido sorteada, e que ganharia o primeiro brinde, aquele que tirasse a bola de número maior. Feito isso, foi possível distribuir os brindes entre os ganhadores (figura 21). | por não terem marcado aquele número que acabou de ser sorteado ou a felicidade, na expectativa de estarem cada vez mais próximo do brinde, que a essa altura do campeonato, já estava sendo disputado.<br><br>Quando houve o primeiro grito de "BINGO", as expressões dos alunos mudaram, pois haviam sido sorteados três alunos ao mesmo tempo e após explicar como seria o desempate, os alunos continuaram a participar da aula. |
| | |

**Figura 18 -** Pesquisador interrogando aluno.

Fonte: Autor (2023)

**Figura 19 -** Conferência das cartelas premiadas.

Fonte: Autor (2023)

**Figura 20 -** Explicando a probabilidade de sair mais um ganhador.

Fonte: Autor (2023)

**Figura 21 -** Entrega do brinde para o 1° ganhador.

Fonte: Autor (2023)

Fonte: Autor (2023)

# 6 Considerações finais

Sabe-se que a Probabilidade é um assunto que vem sendo abordado desde o Ensino Fundamental, porém, muitos alunos chegam no Ensino Médio ainda sem entender o que realmente é a Probabilidade e, principalmente, sem perceber o quanto ela está presente em seus cotidianos.

Assim, esse trabalho tem o intuito de mostrar aos professores e aos alunos que a Probabilidade pode ser aprendida de forma mais lúdica, trazendo um pouco para o cotidiano do aluno, não somente com definições e listas de exercícios, mas de uma forma mais prática, como um simples jogo, não esquecendo de explicar a história que está envolvida em todo esse processo de maturação da probabilidade, até os dias atuais.

Diante disto, o recurso escolhido para mediação pedagógica acerca dos estudos da probabilidade foi o Jogo do Bingo, para auxiliar a no estudo da Probabilidade, usando a ludicidade a meu favor, com o intuito de despertar o interesse e a participação dos alunos durante a aula inédita.

A aula foi aplicada na Escola Estadual Solón de Lucena, em uma turma do 1° ano do Ensino Médio, no turno vespertino, de acordo com as reações dos alunos(a) a metodologia apresentada foi bem sucedida e superou as expectativas. Contudo, pretende-se dar continuidade com essa pesquisa para seus dados serem apresentados no trabalho de conclusão de curso da minha graduação em Licenciatura em Matemática.

Assim, para elucidar as considerações finais desse trabalho, foi possível verificar que trabalhar com a ludicidade para melhor compreensão da matemática é cada vez mais satisfatório, pois desperta certo interesse da parte do aluno, fazendo-o com que se mantenha atento a explicação e participativo durante o tempo da aula.

Para trabalhos futuros, utilizarei uma cartela com espaço amostral maior, para que o jogo não tenha um término tão breve e com isso, possa ser explorado ainda mais o tempo disponível durante a aplicação do mesmo, sendo possível dar continuidade a questões vinculadas a probabilidade ao decorrer da atividade.

Diante disso, este trabalho teve uma importância fundamental para os alunos, pois através dele foi possível compreender ainda mais sobre a Probabilidade e entender que ela faz parte do seu cotidiano e como futura professora de Matemática, conclui que experimentações desse tipo fazem com que a aula se torne mais atrativa e enriquecedora, não somente para a Probabilidade, mas como um todo.

# Referências

ALCANTARA, J. *O lúdico no ensino da matemática.* 22 ed. – Manaus - AM: Valer, 2019.

ANDRADE, R. T. B. *A probabilidade aplicada aos jogos de azar.* 2017. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal da Paraíba, Brasil, 2017. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/tede/9474/2/arquivototal.pdf. Acesso em: 10 mar. 2023.

DANTAS, E. A. *Probabilidade: uma reflexão teórico-prática no ensino da matemática.* 2013. 89 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba, Brasil, 2013. Disponível em: http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jspui/handle/riufcg/2180. Acesso em: 12 mar. 2023.

ESCÂNDALO DOS BINGOS. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2023. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Esc%C3%A2ndalo_dos_bingos&oldid=65282168>. Acesso em: 11 mar. 2023.

GADELHA, A. *Uma pequena história da probabilidade: Teoria de Probabilidade I.* Março de 2004. 16f. Notas de aula. Disponível em: http://www.mat.ufrgs.br/~viali/estatistica/mat2006/material/textos/hist_prob_Gadelha.pdf. Acesso em: 12 mar. 2023.

PARRAS, C. e SAIZ, I. (org.) Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas - Porto Alegra: Artes Médicas, 2009

SPIEGEL, M. R. *Probabilidade e Estatística* / Murray r. Spiegel tradução (de) Alfredo Alves de Farias - São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1978.

VASCONCELOS, V. B. de .; VASCONCELOS, G. B. de; CHAQUIAM, M. *Um percurso pela história da probabilidade*. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, [S. l.], v. 9, n. 26, p. 31–46, 2022. DOI: 10.30938/bocehm.v9i26.7990. Disponível em: https://revistastestes.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/7990. Acesso em: 12 mar. 2023.

# APÊNDICE A – Plano de Aula.

## PLANO DE AULA DO ENSINO MÉDIO

**1. IDENTIFICAÇÃO**

Escola: Escola Estadual Sólon de Lucena.

Curso: Ensino Médio

Disciplina: Matemática

Carga horária: 45 min

Série: 1° Ano

Ano: 2023

Professor (a): Suzy Corrêa Guimarães

**2. Objetivo geral**

Utilizar o Jogo do Bingo como um recurso didático para auxiliar a compreensão do estudo da Probabilidade.

**3. Objetivos específicos**

Promover a interação entre os alunos.

Utilizar a História da probabilidade e o Jogo do Bingo para auxiliar a compreensão do estudo da Probabilidade.

Despertar o interesse do aluno, através de experiências que permitam observar os fenômenos aleatórios no seu cotidiano.

**4. Conteúdo programático**

História da Probabilidade

Experimento aleatório

Espaço amostral

Probabilidade Condicional.

Eventos Independentes.

**5. Metodologia**

1º Momento: A professora vai se apresentar e em seguida passará um questionário para coleta de dados dos alunos, que será utilizado como exemplos em sala de aula. Este questionário destina-se a coletar dados sobre a idade, gênero, familiaridade com a Matemática e a bom entendimento com o professor regente.

2º Momento: A professora vai explicar um pouco da história da probabilidade, que começou a partir do século XV, passou por um processo de maturação entre o século XVIII e XIX, até o período moderno do século XX.

3º Momento: Depois da explicação da história da probabilidade, a professora irá explicar sobre os conceitos da probabilidade, falando sobre experimentos aleatórios, espaço amostral, eventos e suas propriedades.

4º momento: Depois da explicação sobre os conceitos da probabilidade, a professora vai utilizar um jogo de bingo, com as seguintes regras: 1. Cada jogador poderá usar 1 cartela de 24 números aleatórios entre 1 a 35, contendo um espaço central já preenchido, denominado de coringa; 2. A cada rodada, um número é sorteado e o jogador verifica se ele está na sua cartela; 3. O jogador completará sua cartela marcando os números sorteados; 4. O objetivo é completar linhas, colunas ou diagonais, de acordo com o padrão da cartela. A professora vai distribuir as cartelas e os alunos vão jogar e marcar nas mesmas de caneta, até um dos alunos conseguir completar o objetivo do jogo e gritar BINGO!

5º momento: Utilizando os elementos do jogo, a professora explicou a definição de probabilidade, experimento aleatório, espaço amostral, probabilidade condicional e eventos Independentes, sendo esses assuntos explorados entre as rodadas, calculando a probabilidade de um aluno ganhar em 1° lugar ou em 2° lugar.

**6. Avaliação**

A avaliação será composta pela observação da atividade do jogo do bingo, realizadas em sala de aula e participação dos alunos nas discussões.

# APÊNDICE B – Questionário para coletas de Dados.

Questionário

1- Qual sua idade?
a) 13 anos ________________________________________
b) 14 anos ________________________________________
c) 15 anos ________________________________________
d) 16 anos ________________________________________
e) 17 anos ________________________________________
f) 18 anos ________________________________________
g) maior de 18 anos _________________________________

2- Qual seu gênero?
a) Feminino _______________________________________
b) Masculino ______________________________________

3- Você gosta de matemática?
a) Gosto _________________________________________
b) Não Muito ______________________________________
c) Não Gosto ______________________________________

4- Você consegue entende as aulas do seu professor de matemática?
a) Sim __________________________________________
b) Não Muito ______________________________________
c) Não ___________________________________________

# APÊNDICE C – Padrões de marcação válidos para ganhar.

# APÊNDICE D – Questionário preenchido pelos alunos.

Questionário

1- Qual sua idade?

a) 13 anos

b) 14 anos

c) 15 anos

d) 16 anos

e) 17 anos

f) 18 anos

g) maior de 18 anos

2- Qual seu gênero?

a) Feminino

b) Masculino

3- Você gosta de matemática?

a) Gosto

b) Não Muito

c) Não Gosto

3- Você consegue entende as aulas do seu professor de matemática?

a) Sim

b) Não Muito

c) Não

# ANEXO A – Carta de Pré-apresentação

**Poder Executivo**
**Ministério da Educação**
**Universidade Federal do Amazonas**
**Instituto de Ciências Exatas**
**Departamento de Matemática**

UFAM

---

Do Coordenador da Disciplina Trabalho de Conclusão de Curso da Especialização em Ensino de Matemática Para o Ensino Médio-CED-UFAM.

Ao (A) Responsável pela Escola ESTADUAL SOLON DE LUCENA

Manaus, 23 de março de 2023.

Senhor(a) Diretor(a), ao cumprimentá-lo(a) cordialmente, vimos solicitar a V. Sª. a autorização, a(o) acadêmica(o) SUZY CORRÊA GUIMARÃES, do Curso de Especialização em Ensino de Matemática Para o Ensino Médio – Centro de Educação à distância da Universidade Federal do Amazonas, para que o mesmo possa realizar um aula prática para a realização do seu trabalho de conclusão de curso nesta escola.

Com os Melhores Cumprimentos,

Recebido em 23/03/23

Eliab Sousa de Vasconcelos
Diretor
Portaria Nº 515/2017
Esc. Estadual Solon de Lucena
Manaus - Am

*Prof.: Disney Douglas Lima de Oliveira*
*Coordenador*