UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
CENTRO DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA
ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
PARA O ENSINO MÉDIO NA MODALIDADE À DISTÂNCIA

FUNÇÃO QUADRÁTICA: USO DE MATERIAL CONCRETO NO CÁLCULO DE RAÍZES

Claudiane Cardoso Brandão
Samady Nair Ferreira de Souza

Manaus – AM
Abril de 2023

Claudiane Cardoso Brandão
Samady Nair Ferreira de Souza

FUNÇÃO QUADRÁTICA: USO DE MATERIAL CONCRETO NO CÁLCULO DE RAÍZES

Monografia apresentada ao Centro de Educação à Distância da Universidade Federal do Amazonas como requisito parcial para a obtenção do grau de especialista em Matemática.

.

Dr. Mário Salvatiera Junior

Universidade Federal do Amazonas – UFAM
Centro de Educação à Distância – CED

Manaus – AM
Abril de 2023

Monografia de Especialização sob o título Função quadrática: uso de material concreto no cálculo de raízes, apresentada por Claudiane Cardoso Brandão e Samady Nair Ferreira de Souza e aceita pelo Centro de Educação à Distância da Universidade Federal do Amazonas, sendo aprovada por todos os membros da banca examinadora abaixo especificada:

Dr. Mário Salvatiera Junior
Orientador(a)
Centro de Educação à Distância – CED
Universidade Federal do Amazonas – UFAM

Dra. Maria Rosilene Barroso dos Santos
Centro de Educação à Distância – CED
Universidade Federal do Amazonas – UFAM

Professor Me Jair da Silva Matos
Centro de Educação à Distância – CED
Universidade Federal do Amazonas – UFAM

Manaus-AM, Abril de 2023

Agradecimentos

Agradeço a Deus primeiramente, por me conceder a oportunidade de participar dessa pós graduação e a minha família, que em todos os momentos me deu o apoio necessário para seguir em frente

‘’Tenha em mente que tudo o que

você aprende na escola é

trabalho de muitas gerações.

Receba essa herança

e honre-a, acrescente a ela e,

um dia, fielmente deposite-a

nas mãos de seus filhos.”

Albert Einstein

Função quadrática: uso de material concreto no cálculo de raízes

Autor: Claudiane Cardoso Brandão

Autor: Samady Nair Ferreira de Souza

Orientador(a): Dr. Mário Salvatiera Junior

RESUMO

O presente trabalho trata da resolução do cálculo de raízes com uso de material concreto focado na resolução da função do 2º grau. Os objetivos propostos, foram: refletir sobre o processo de ensino aprendizagem da função do 2º grau no ensino médio e explorar o cálculo para resolução dessa função com a utilização do material dourado. O uso desta ferramenta pedagógica advém da possibilidade de ampliar o raciocínio do discente na compreensão sobre o que é e, em como resolvê-las. Os resultados obtidos revelaram que o uso do material concreto, quando bem explorado em sala de aula, oportuniza maior participação dos alunos e, consequentemente, promove a compreensão dos conteúdos desenvolvidos.

Palavras-chaves: Função quadrática. Material dourado. Ensino de matemática.

Quadratic function: use of concrete material in root calculation

Author: Claudiane Cardoso Brandão

Author: Samady Nair Ferreira de Souza

Advisor: Dr. Mário Salvatiera Junior

ABSTRACT

The present work deals with the resolution of the calculation of roots using concrete material focused on the resolution of the 2nd degree function. The proposed objectives were: to reflect on the teaching-learning process of the function of the 2nd grade in high school and to explore the calculation for solving this function with the use of the golden material. The use of this pedagogical tool comes from the possibility of expanding the student's reasoning in understanding what it is and how to solve them. The results obtained revealed that the use of concrete material, when well explored in the classroom, facilitates greater student participation and, consequently, promotes the understanding of the contents developed.

Keywords: Quadratic function. Golden stuff. Math teaching

Lista de figuras

Sumário

1 Introdução

A maneira de como um texto é apresentado em sala de aula, se torna um fator importante na sua aprendizagem. O foco está em como trabalhar tais materiais, partindo então do pressuposto de que o processo de ensino-aprendizagem da matemática deve ser significativo para os alunos, é preciso rever algumas ideias para se trabalhar tais conteudos, fazendo com que o interesse dos alunos aumente em querer aprendê-los, e assim queiram participar com entusiamos nas atividades.

A aprendizagem de conteúdos matemáticos ainda é um grande desafio da escola. Este fato tem levado professores da disciplina a encontrar, criar e desenvolver mecanismos para melhorar o ensino, e, consequentemente, a aprendizagem, assim, a matemática não deve ser ensinada usando somente o método convencional (livro, quadro branco, ativividades) ao contrário, deve ser ensinado por meio da repetição e verbalização do conteúdo, em aulas expositivas e teóricas, e usando exemplos do mundo real para ajudar os alunos a relacionar a matemática com sua vida diária, ou seja, é importante ressaltar que não necessariamente o aluno precise decorar a "fórmula de Bhaskara", mas sim compreendê-la, saber indentificar seus elementos, o que cada variável representa e identificar o grafico dessa função.

É preciso garantir que os alunos entendam como a matemática é predominante em seu cotidiano, porém, por mais que o professor demonstre aos alunos toda essa predominancia em sua realidade, o estudante ainda não consegue entender o conteúdo, sendo assim, se faz necessário, avançar com práticas que sejam provocadoras de mudanças, no sentido de estimular o estudante a desenvolver sua capacidade e habilidades, para construir seu próprio aprendizado e dessa forma, superar as dificuldades

Diante desse cenário, organizou-se uma investigação em sala de aula na qual foram propostas duas abordagens distintas, uma tradicional com o uso de um meio específico para o ensino do cálculo de raizes de função do 2° grau e outra experimental utilizando o material concreto, assim, foi observado que quando os alunos tem contato direto com o material concreto, eles tem maior interesse em participar da aula conseguindo, entender melhor o conteúdo.

1.1 O ensino da função quadrática

Apesar das inúmeras reformas curriculares ocorridas em relação às licenciaturas, a matemática escolar continua a formalizar conteúdos quase sempre sem levar em conta os saberes que os alunos já possuem: suas experiências de vida escolares.

Muitas vezes, o estudo das funções quadráticas não é realizado com grande detalhamento nos currículos do ensino médio, seja pela superficialidade do que é ensinado ou por falta de tempo no currículo. Este trabalho surgiu da necessidade de fornecer e divulgar conhecimentos básicos, com informações mais detalhadas desse conteúdo para os alunos do ensino médio, na tentativa de eliminar essas falhas e produzir um material completo para o ensino das funções quadráticas.

Além disso, foi estudado os problemas levantados pela abordagem dos conceitos de funções quadráticas para ajudar os professores a desenvolverem uma abordagem significativa e aprofundada com os alunos em sala de aula, como também, apontar para alunos do ensino médio a relevância de tais pesquisas no campo da matemática, estimulando assim o aprimoramento do conhecimento matemático.

Portanto, o estudo das funções quadráticas se justifica nesse aumento de repertório, favorecendo que o estudante tenha mais recursos para analisar a realidade ao seu redor e tomar decisões conscientes em relação ao utilizar o material concreto.

1.2 Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma forma de calcular as raízes de uma função quadrática apenas com o uso de material concreto, de imediato o material dourado.

A fim de viabilizar a consecução do objetivo geral de estudo, foram formulados objetivos específicos, como forma de restringir logicamente o raciocínio descritivo apresentado neste estudo. O presente trabalho tem como objetivo específico:

i. Compreender o conceito de função quadrática
ii. Descrever atividades realizadas como forma de avaliação do desempenho de alunos.

2. Função Quadrática

Função: Sejam A e B dois conjuntos. Conhecemos como função a relação entre os conjuntos A e B na qual, para todo elemento do conjunto A, há um único correspondente no conjunto B. Quando essa relação existe, ela é descrita da seguinte maneira f: A → B (função de A em B). Em uma função f: A → B, o conjunto A é conhecido como domínio e o conjunto B como contradomínio.

Função quadrática: Definimos como função do 2º grau, ou função quadrática, a função R → R, ou seja, uma função em que o domínio e o contradomínio são iguais ao conjunto dos números reais, e que possui a lei de formação f(x) = $ax^2 + bx + c$.

Para encontrar as raízes da função quadrática, conhecidas também como zero da função, é necessário ter o domínio das equações do segundo grau. Para resolver uma equação do segundo grau**,** há vários métodos, como a fórmula de Bhaskara e a soma e produto.

A raízes de uma função quadrática são os valores de x que fazem com que f(x) = 0. Sendo assim, para encontrar as raízes de uma equação do 2º grau, faremos $ax^2 + bx + c = 0$

O gráfico da função quadrática é sempre uma parábola e possui elementos importantes, que são:

- as raízes da função quadrática, calculadas pelo x' e x";
- o vértice da parábola, que pode ser encontrado a partir de fórmulas específicas.

Existem dois conceitos relacionados à concavidade de uma parábola: raízes (pontos onde o gráfico de uma função quadrática intercepta o eixo x) e vértices (pontos em que o valor máximo e o valor mínimo). As raízes podem ser calculadas pela fórmula de Bhaskara ou outros métodos.

No caso de uma função afim, o gráfico é uma reta, e para determiná-la basta dois pontos. Para a função quadrática, é necessário conhecer mais de dois pontos, o gráfico de uma função do 2º grau é representado sempre por uma parábola. Existem duas possibilidades, dependendo do valor do coeficiente "a": a concavidade da parábola pode ser para cima ou para baixo.

Do valor de $\Delta = b^2 - 4ac$ sabemos:

i. Se $\Delta > 0$, a função tem duas raízes reais diferentes e a parábola intercepta o eixo x em dois pontos diferentes;
ii. Se $\Delta = 0$, a função tem duas raízes reais iguais e a parábola é tangente ao eixo x;
iii. Se $\Delta < 0$, a função não tem raízes reais e a parábola não intercepta o eixo x;

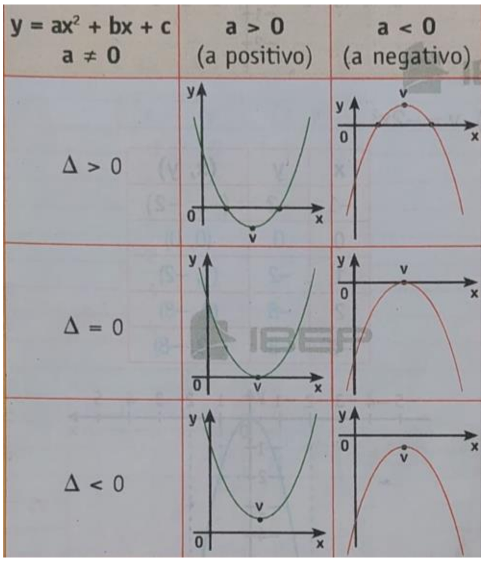


Figura 1: gráfico de uma função quadrática

3. Um novo olhar para o ensino da função

Algumas escolas ensinam este conteúdo pelo que se pode chamar de método de ensino tradicional, em que o professor apresenta a definição, faz alguns exemplos e depois os estudantes fazem listas de exercícios para fixar o conteúdo. Um dos efeitos desta maneira de proceder é que os estudantes memorizam o processo e depois só repetem quando necessário. Segundo Silva, Oliveira e Camargo (2016, p. 2), “a matemática da escola geralmente preocupa-se em formalizar conteúdos, quase sempre sem levar em consideração os conhecimentos que os estudantes já possuem. Tornando-se, assim, uma disciplina desvinculada da realidade onde os estudantes vivem”. Para descrever as relações didático-pedagógicas numa abordagem tradicional, utilizou-se a conceituação de Carvalho (2012, p. 12), quando afirma que

> No ensino tradicional, o papel do professor é bem definido. Ele está ali para transmitir um conhecimento que, por hipótese, somente ele domina. Ele é o detentor das informações, e aos estudantes cabe acompanhar seu raciocínio. Se o estudante não entende, compete ao professor repetir com outras palavras, utilizar outros exemplos, buscar novas analogias, mas ele ainda é, durante a aula, a pessoa ativa, a que pensa, a que busca novos raciocínios. O estudante continua passivo, procurando sempre compreender o que o professor está falando, suas explicações.

A intenção desse trabalho, como mencionado anteriormente, é verificar como o aluno consegue resolver a função quadrática através de dois métodos diferentes, sendo uma delas utilizando o Material Dourado. Para tanto, irá se falar um pouco sobre este artefato e a educadora que lhe deu origem.

Maria Montessori nasceu em 1870 na cidade Chiaravalle na Itália e morreu no ano de

1952, formada em diversas faculdades tanto na área de exatas quanto de humanas. Segundo Duarte (2014), Montessori utilizava uma metodologia de ensino baseada em materiais concretos para que os estudantes fossem capazes de fazer suas próprias abstrações. Montessori foi a idealizadora do Material Dourado com o objetivo de ajudar os professores no ensino da matemática.

> O material dourado Montessori destina-se a atividades práticas que auxiliem no ensino e aprendizagem do sistema de numeração decimal-posicional, bem como o desvendamento dos métodos usados nas operações matemáticas fundamentais, o que normalmente costuma ser apenas “decorado” por nossos estudantes, através de insistentes e exaustivos “treinos” (SÁ, s.d., p. 2).

Um ponto a considerar é que “o uso do Material Dourado é importante porque as relações numéricas abstratas passam a ter uma imagem concreta, facilitando a compreensão, o desenvolvimento do raciocínio lógico e assim um aprendizado bem mais agradável” (PRESSI; BARBOSA; SMANIOTTO, s.d., p. 5). Com isso, ao se utilizar este material em outros conteúdos matemáticos algumas destas características podem ser aproveitadas, inclusive, gerando novas habilidades ao processo de aprendizagem.

Após a investigação, descobriu-se que o Material Dourado poderia ser utilizado no ensino de funções do segundo grau como alternativa à fórmula de Bhaskara. O potencial visto na utilização desse material está em colocar os alunos em uma situação em que devem exigir conceitos geométricos para a resolução, o que agrega características visuais ao que antes era feito apenas por ações algébricas "mecanizadas". Reforçando esta ideia, Silva, Oliveira e Camargo (2016, p. 6) perceberam que “[...] quando a matemática é trabalhada com o uso de um material de apoio, o discente visualiza alguns conceitos matemáticos, o que torna o estudo mais significativo”.

É importante que desenvolvam seu raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas por meio da análise de dados para poder fazer a escolha do melhor caminho para a solução, que consigam realizar uma análise crítica, que tenham a capacidade de formular hipóteses e de verificar a veracidade delas. Que tenham opções e não sejam reféns da decoreba ou de padrões pré-estabelecidos.

A utilização desse material na resolução do cálculo de raízes, ajuda o aluno a desenvolver pensamentos que o levam a solução do problema. Para desenvolver esse trabalho, os alunos em vez de utilizar os blocos em três dimensões, utilizaram somente figuras planas, ou seja, uma adaptação desse material, o original é composto por um cubo maior, placas, barras e cubos menores conforme a Figura 2.

Figura 2 – composição do material dourado

Para desenvolver a resolução da função (1) utilizam-se somente três tipos de peças do Material Dourado: a placa (um quadrado cujo os lados possuem medidas x), a barra (um retângulo cujo os lados medem x e 1) e o cubo (um quadrado cujo os lados possuem medidas igual a *1*) (Figura 2). A quantidade de placas, barras e cubos se dá pelo valor dos coeficientes a, b, c da função (1), respectivamente. Este material tem especificidades: comprimento, altura e largura das peças.

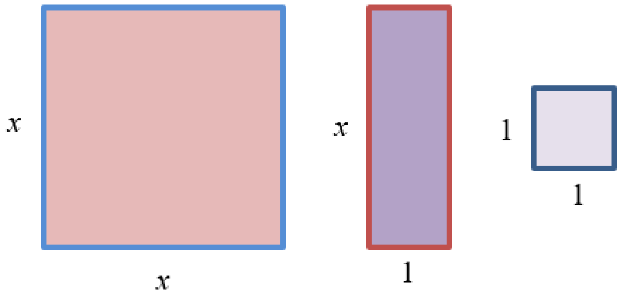


Figura 3 - Representação das dimensões das peças (adaptadas) do Material Dourado que serão utilizadas

Para entender melhor o método de resolução por meio do Material Dourado, considera-se um exemplo em particular. Seja a função f(x) = $x^2 + 3x + 2$, para obter as raízes de f, tem-se $x^2 + 3x + 2 = 0$. Os coeficientes são $a = 1$, $b = 3$ e $c = 2$, desta forma, tem-se uma placa representando a parcela envolvendo x^2, três barras representando a parcela de x, e dois cubos referentes ao termo independente da equação. Com estas peças, precisa-se construir um quadrado ou retângulo qualquer, conforme a Figura 4.

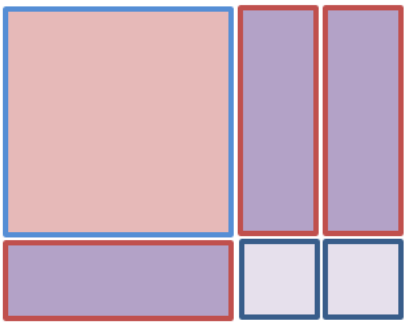


Figura 4 - Representação geométrica com o Material Dourado

Ao procurar pela área da figura, obtém-se um produto envolvendo as expressões algébricas de cada lado do retângulo (ou quadrado) formado. Neste exemplo, o produto é $(x + 2) \cdot (x + 1)$, e por ser uma expressão obtida a partir de uma equação quadrática em sua forma normal, trata-se do produto de fatores que se anulam, ou seja, $m \cdot n = 0$, o que permite a determinação das raízes igualando cada fator a zero. Portanto, observa-se que a resolução da equação recai em um caso algébrico muito simples de ser resolvido; o estudante pode obter o conjunto solução $\{-2, -1\}$ de uma maneira bem direta.

É importante ressaltar que o Material Dourado possui algumas limitações, por exemplo, como proceder quando algum coeficiente da função for negativo? Para superar esta limitação e possibilitar a aplicabilidade deste material em qualquer função quadrática de coeficientes inteiros, faz-se necessário distinguir as peças com duas cores diferentes, uma cor representando os números positivos e outra representando os números negativos. Considera-se a cor preta para os negativos (Figura 5)

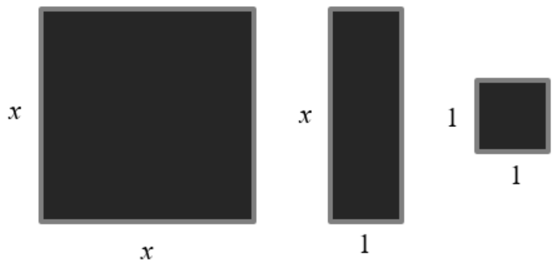


Figura 5 – cor para coeficientes negativos

Mais um exemplo para se entender melhor a utilização das peças do material dourado. Considera-se a função f(x) = x^2 - $2x$ + 1 x^2 - $2x$ + 1= 0, para obter as raízes de f, tem-se x^2 + $3x$ + 2 = 0. Com o Material Dourado, utilizar-se uma placa de lado x, dois retângulos da cor preta, pois o coeficiente é negativo, e 1 quadrado. Entretanto, estas peças não formam um quadrado, ou algum retângulo, o que demandará um raciocínio mais elaborado para a resolução do problema. Observe a resolução na (Figura 6)

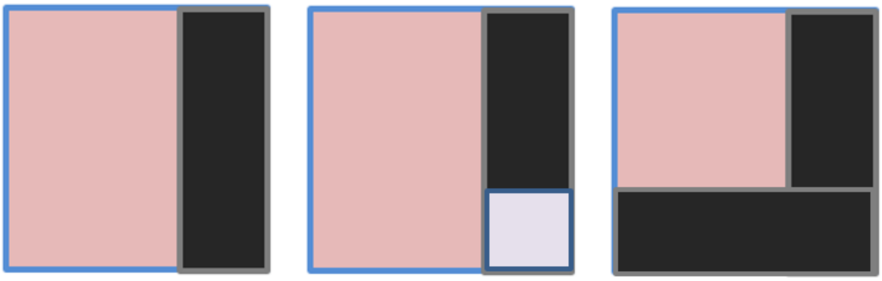


Figura 6 – processo para a resolução do problema

Para encontrar essas raízes, o aluno precisa entender que quando um coeficiente é negativo, significa que ele irá precisar retirar uma certa quantidade de peças, já que de modo geral, é obrigatório utilizar a quantidade de peças conforme os coeficientes. Sendo assim, o aluno desenvolve a capacidade de pensar além do que é esperado, pois no final, a figura geométrica que precisa demonstrar será sempre um quadrado ou retângulo. A solução se dará através do terceiro passo, observe a Figura 7.

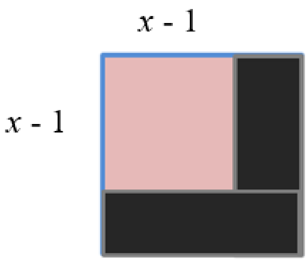


Figura 7 – resposta final

Considerando duas dimensões da figura, se pode obter uma representação algébrica, como, $(x - 1) \cdot (x - 1) = 0$, o que daria o conjunto de solução, no caso raízes iguais, a resposta será igual a 1.

Desse modo, visto que o aluno além de desenvolver a capacidade de aumentar seu raciocínio logico, o material dourado pode ser utilizado para encontrar as raízes de uma função quadrática.

Descrição de atividades realizadas como forma de avaliação do desempenho de alunos

Diante do que já foi apresentado anteriormente, o presente trabalho realizado em uma turma do 2° ano do ensino médio, foram realizadas em 2 aulas de 50 minutos cada. No primeiro momento, foi entregue a turma uma lista que envolvia somente cálculo das raízes das funções, de imediato alguns não sabiam como resolver, enquanto outros, conseguiram resolver algumas das questões. Foi preciso fazer uma pequena intervenção, pois alguns alunos não estavam conseguindo recordar o conteúdo, assim a professora precisou ir ao quadro para demonstrar como seria feito a resolução. Depois de recordarem, os estudantes resolveram o restante da atividade.

Ainda na primeira aula, a professora demonstrou através da fórmula de Bhaskara a solução das funções. Foi retirado de um envelope, algumas peças já confeccionadas do material dourado e um dos alunos escolheu uma questão. Mostrou aos alunos uma forma diferente e divertida de solucioná-la, e para a surpresa, a maioria gostou dessa nova forma de resolver, sem precisar de imediato da fórmula.

Na segunda aula, os alunos já estavam ansiosos para colocarem em prática o que haviam aprendido na aula anterior. No entanto, surgiu um desafio, pois alguns coeficientes eram negativos e isso alterava o modo de resolvê-las, mas a professora conseguiu esclarecer como funcionava quando um dos coeficientes é negativo, e alguns conseguiram com êxito resolver os problemas.

No final da aula, foi perguntado a turma se haviam gostado dessa leve intervenção e se conseguiram aprender melhor sobre esses cálculos. Como resposta, a maioria relatou que gostou e o contato direto com o material, ajudou muito a resolver de forma mais pratica a encontrar as raízes.

Com o desenvolvimento desta aula, pode-se concluir que quando os alunos são induzidos a raciocinarem de uma forma diferente, eles conseguem finalizar a tarefa com êxito. Sempre ressaltando que uma forma não exclui a outra. Com esse contato direto, o aluno entende que não existe um único meio de resolver uma questão dentro da disciplina de matemática. Isso faz com que o ensino tradicional, aquele que o aluno apenas decora uma fórmula saia do comodismo e passa a ser uma aula mais interessante, instigando o aluno a ir ale de suas capacidades, para então encontrar a solução de tal problema.

Considerações finais

Muitas vezes, os professores ficam presos no que está sendo apresentado em um livro didático e esquecem que os alunos precisam ter curiosidade sobre o conteúdo. Todos sabem o que é uma função quadrática, conhecem os coeficientes que a definem, conhecem as fórmulas para encontrar raízes, mas esquecem de mencionar do que se trata tal conteúdo no cotidiano do aluno, sendo assim, buscar uma alternativa para que os alunos consigam compreender com maestria o conteúdo.

É preciso deixar claro que de nenhuma forma se teve a intensão de eleger o “melhor” método para se resolver as questões, isso foi apenas uma demonstração do qual a matemática pode ser vista não somente só para fazer cálculos, mas também, pode servir como uma forma de desconcentração, já que no inicio da vida escolar do estudante, ele aprende brincando, e por que não levar essa “diversão” diferenciada para esses jovens com idade um tanto mais avançada.

Referências

CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. Os estágios nos cursos de licenciatura. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

DUARTE, A. P. M. Contribuições de Maria Montessori para as Práticas Pedagógicas na Educação Infantil. 2014. Trabalho apresentado como parte das obrigações para obtenção do título de Licenciatura em Pedagogia, do Curso de Licenciatura em Pedagogia, Faculdade de Ciências Sociais e Agrárias de Itapeva, Itapeva, 2014.

PRESSI, A.; BARBOSA, M. A.; SMANIOTTO, M. R. A Utilização do material dourado como Ferramenta na Resolução das Equações de 2° Grau. [S.l.:s.n.], [20_ _ ?]. Disponível em: https://www2.faccat.br/portal/sites/default/files/A%20UTILIZACAO%20DO%20MATERIAL%20DOURADO.pdf. Acesso em: 10/03/2023

SÁ, I. P. D. O Material Dourado Montessori. [S.l.:s.n.] 15 p. Apostila de aula de Fundamentos Teóricos e Metodologia da Matemática I . Disponível em: http://www.magiadamatematica.com/uss/pedagogia/15-material-dourado.pdf. Acesso em: 03/03/2023.

SILVA, E. A. C. E.; OLIVEIRA, N. D. S. D. D.; CAMARGO, J. A. Revisitando a Resolução da Equação do Segundo Grau nas Séries Finais do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO CONVERSANDO SOBRE EXTENSÃO NA UEPG, 14., 2016. Ponta Grossa. Anais Eletrônicos... Ponta Grossa: UEPG, 2016. Disponível em: http://sites.uepg.br/conex/anais/anais_2016/anais2016/1096-4691-1-PB-mod.pdf. Acesso em: 19/03/2023

ANEXO A1

Questionário

1. Você já tinha conhecimento sobre esse método para encontrar as raízes de uma função quadrática?

   (   ) Sim

   (   ) Não

2. Entre o método tradicional e o uso do material concreto, com qual deles você se sentiu mais confortável para responder as questões?

   (   ) Método tradicional

   (   ) Material concreto

3. Gostou de trabalhar dessa forma?

   (   ) Sim

   (   ) Não

4. Sempre será possível fazer o uso desse material concreto para encontrar as raízes de uma função quadrática?

   (   ) Sim

   (   ) Não

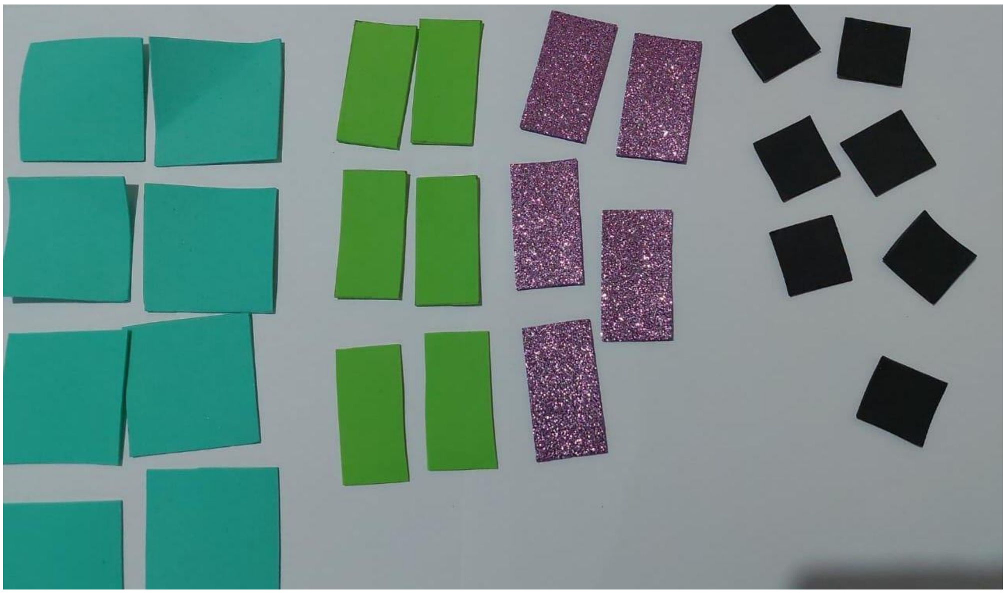
5. Gostaria de aprender mais sobre funções com o uso de material concreto ou através do método tradicional?

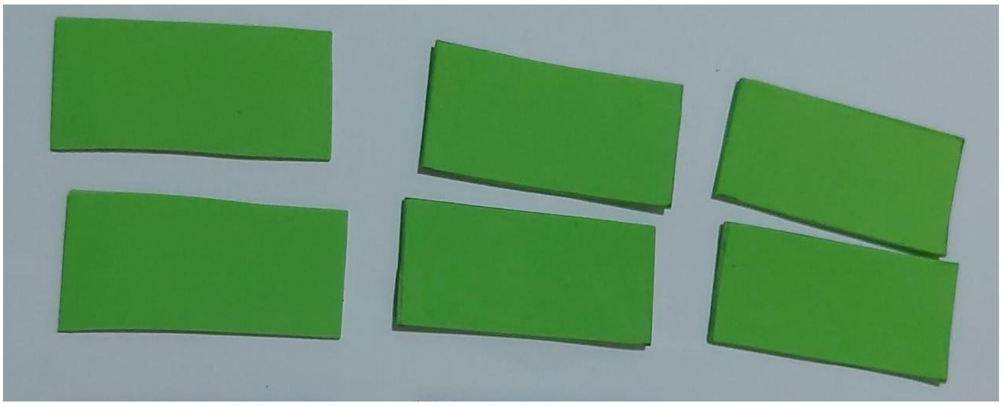
   (   ) Método tradicional

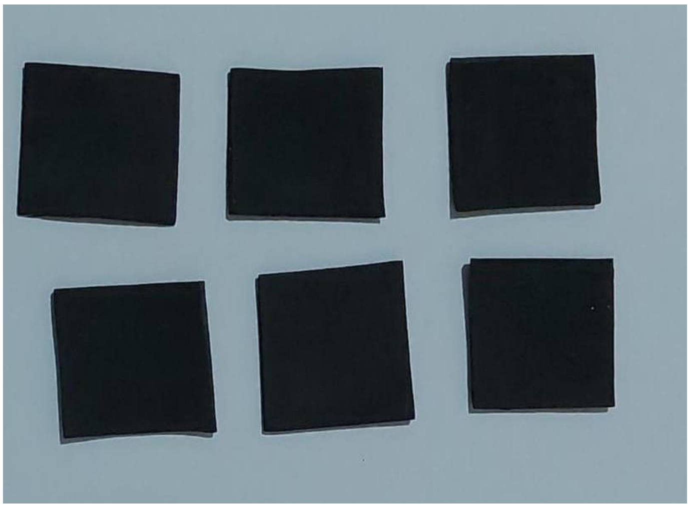
   (   ) Material concreto

ANEXO A2

Material confeccionado com emborrachado.







ANEXO A3

Fotos de alunos utilizando o material concreto