UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
PRO REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE APOIO A PESQUISA
PROGRAMA INSTITUCIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

CÁLCULO DO TEMPO DE TUNELAMENTO SOBRE UMA BARREIRA DE POTENCIAL DUPLA

Bolsista: Lilian Rodrigues de Oliveira, CNPQ

Manaus
2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
PRO REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE APOIO A PESQUISA
PROGRAMA INSTITUCIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

RELATÓRIO FINAL
PIB-E-0085/2009
CÁLCULO DO TEMPO DE TUNELAMENTO SOBRE UMA BARREIRA DE POTENCIAL DUPLA

Bolsista: Lilian Rodrigues de Oliveira, CNPQ
Orientador: José Ricardo de Sousa

Manaus
2010

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Sabendo que uma partícula ao incidir sobre uma barreira de potencial, uma parte é refletida e outra transmitida para o outro lado da barreira, este fenômeno denominamos de *Tunelamento Quântico.* O escopo do projeto é o cálculo do tempo que a partícula leva para atravessar uma dupla barreira de potencial. O projeto do cálculo do tempo de tunelamento já havia sido iniciado, mas primeiramente foi calculado o tempo para uma única barreira, com a continuação do projeto será feito o cálculo para a dupla barreira de potencial, no qual será obtido o resultado através da utilização de matriz de transferência, contudo o projeto não se limitará ao cálculo do tempo para apenas duas barreiras, será feito também o cálculo para uma sequência de barreiras finita que estarão distribuídas segundo a sequência de Fibonacci.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A transmissão e reflexão para a física Quântica são fenômenos muito importantes, pois suas aplicações práticas são responsáveis por grandes avanços no desenvolvimento tecnológico, como os dispositivos eletrônicos, nos quais ocorre o fenômeno do tunelamento quântico. Para calcular-se o tempo de tunelamento para uma barreira de potencial foi utilizado á equação Schrödinger Independente do Tempo.

Em 1926 o físico austríaco Erwin Schrödinger propôs uma nova forma para a mecânica quântica, a principal inspiração Schrödinger baseava-se no movimento de partículas a nível microscópico, neste caso elas deveriam obedecer as leis do movimento ondulatório, pois partículas como o elétron possuem massa muito pequena, logo elas possuiriam um comportamento ondulatório por causa de um fenômeno conhecido como difração, ou seja, capacidade de ultrapassar obstáculos, nesse caso a barreira de potencial, tendo em vista que calculamos a probabilidade dela atravessar esta barreira. A equação de Schrödinger original foi desmembrada em mais de uma equação, na outra equação o potencial V não depende do tempo, a chamada Equação de Schrödinger Independente do Tempo. Para o cálculo do tempo gasto para a partícula atravessar uma barreira de potencial primeiramente encontrou-se o coeficiente transmissividade, para o cálculo do mesmo utilizava-se as condições de contorno relacionadas a barreira, ou seja, haviam três regiões de contorno com as quais deveríamos provar suas continuidades relacionando as constantes de incidência com as de reflexão, portanto para uma dupla barreira de potencial as constantes com relação as condições de contorno aumentam, logo fica mais complicado calcular analiticamente o coeficiente transmissividade, pois será maior o número de constante, então para este cálculo será utilizado a matriz de transferência, este é um tipo de matriz que pode relacionar as constantes em relação a incidência e reflexão, ou seja, um cálculo numérico. Após o cálculo para uma dupla barreira de potencial, posteriormente será feito o cálculo para saber o tempo gasto para uma partícula atravessar uma sequência de barreiras finita análoga a sequência de Fibonacci.

Esta sequência foi descoberta por Leonardo de Pisa que como nascerá numa família de boa estirpe ficou conhecido como Fibonacci, que significa "filho de boa gente", Fibonacci propôs um problema cujo objetivo era calcular quantos coelhos poderiam ser produzidos durante um ano, apartir de um único casal. Baseado neste cálculo foi encontrada a sequência de Fibonacci que variava segundo o número de casais existentes a cada mês, tendo em vista que um casal necessitava de um mês para ficar fértil.

Após o cálculo do tempo gasto para uma partícula atravessar uma barreira de potencial chegou-se ao seguinte resultado:

$$T_r \cong \frac{2ma^2}{\hbar} \frac{\left\{\left({k_2}^2 - {k_1}^2\right)^2 \operatorname{senh}^2 k_2 a + 4\,{k_1}^2 {k_2}^2 \cosh^2 k_2 a\right\}}{4{k_1}^2{k_2}^2\left\{1 + \left(1 + \frac{{k_1}^2}{{k_2}^2}\right)^2 \frac{\operatorname{senh}^2 k_2 a}{(k_1 a)^2}\right\}}$$

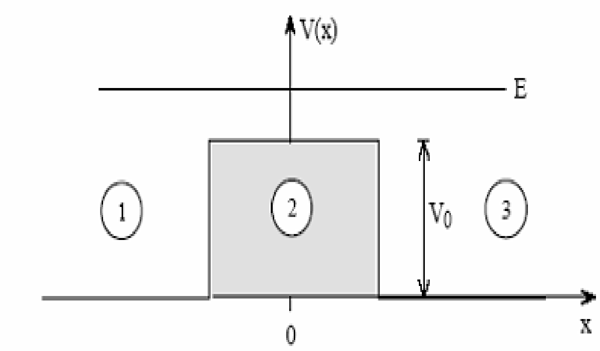
Com o auxilio da matriz de transferência será encontrado o tempo gasto para a partícula atravessar uma dupla barreira de potencial. Dada a matriz pode-se calcular a fração de partículas que é transmitida através das barreiras.

MÉTODOS UTILIZADOS

Para calcular-se o tempo de tunelamento sobre a dupla barreira como já foi dito será utilizado a matriz de transferência. Sabendo que uma partícula com comportamento ondulatório incidi sobre uma dupla barreira de potencial, baseando-se na interpretação probabilística sabe-se que não é possível, em geral, especificar a posição da partícula num determinado instante, porém pode ser previsto através de funções de ondas relacionadas a cada região da barreira, a probabilidade da ocorrência de possíveis resultados em relação a posição desta partícula, ou seja esta partícula tem probabilidade de atravessar as duas barreiras potencial. Para encontrar-se o tempo que a partícula gasta para atravessar as barreiras será utilizado a equação de Schrödinger Independente do Tempo.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

Como se vê a equação de Schrödinger é uma equação linear, logo para este tipo de equação é necessário a utilização das funções de onda $\psi(x)$ que para este caso são dependes apenas da posição, nessas funções de onda estão contidas todas as informações possíveis com respeito ao movimento da partícula. As funções são descritas em relação às regiões por onde passa a partícula. Para o caso de uma só barreira essas seriam as funções de onda:



$$\begin{cases} \psi(x)_1 = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} \\ \psi(x)_2 = Fe^{ik_2x} + Ge^{-ik_2x} \\ \psi(x)_3 = Ce^{ik_1x} + De^{-ik_1x} \end{cases}$$

Para o caso da partícula está atravessando a dupla barreira de potencial, as regiões estariam distribuídas como na fig.1.

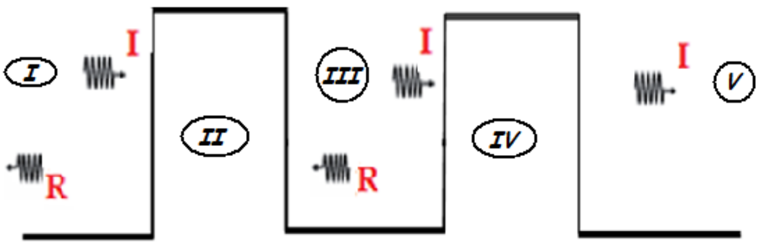


fig.1

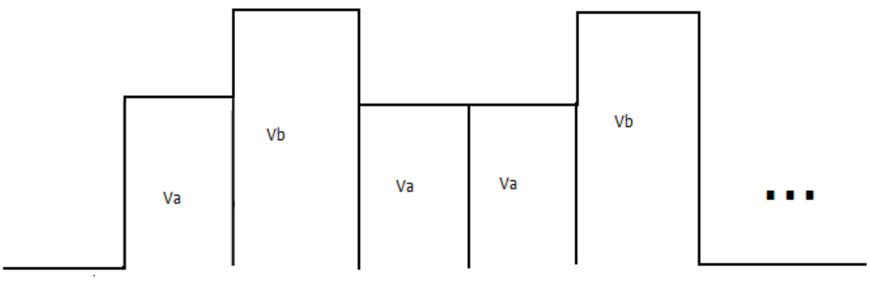
Na fig.1 vemos as regiões por onde a partícula passaria, para cada uma dessas regiões há uma função de onda prevendo seu movimento, para cada uma dessas funções de onda existe duas constantes relacionadas a incidência e reflexão dessa partícula. Contudo para uma barreira de potencial deve-se calcular o coeficiente de transmissividade da partícula (T), este coeficiente depende unicamente das constantes presentes nas funções de onda, mais precisamente da constante com relação a condição inicial da partícula incidindo sobre a barreira e da constante de saída da mesma ao atravessar a barreira. Porém para a dupla barreira há mais constantes, ou seja, já não será possível fazer um cálculo analítico para encontrar o valor das constantes de entrada e a de saída, então será utilizado para este cálculo a matriz de transferência que relacionará coeficientes de entrada com os de saída com respeito a cada região.

$$\begin{pmatrix} A \\ F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ G \end{pmatrix}$$

Após o termino do cálculo para uma dupla barreira de potencial pretende-se obter também o tempo que uma partícula gastaria para atravessar uma sequência de barreiras finita, sendo que esta sequência seria análoga a sequência de Fibonacci. Uma sequência descoberta por Leonardo de Pisa, conhecido por Fibonacci, sua sequência veio a partir da previsão de quantos casais de coelhos nasceriam a partir de um único casal, com a perspectiva no nascimento dos casais foi encontrada a sequência cujo o posterior é sempre a soma de seus dois anteriores. A sequência se distribui da seguinte forma:

1,1, 2, 3, 5, 8,13, 21...

Logo, desta forma seria a variação da sequência de barreira.



Portanto será calculado baseado nesta sequência finita de barreiras o tempo gasto que uma partícula leva para atravessa - lá.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

EISBERG, Robert Martin. Fundamentos da Física Moderna, Guanabara Dois, 1979.

SCHROEDINGER, Ann.Physik (4) 79, 361(1925) ; 79 ,489 (1925); 80,437 (1926); 81 109 (1926).

ALENCAR, Maria Efigênia G. O número Φ e a Sequência de Fibonacci (www.searadaciencia.ufc.br/**donafifi/fibonacci)**