

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE APOIO A PESQUISA  
PROGRAMA INSTITUCIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

ENTROPIA DE CADEIAS MONODISPERSAS SOBRE UMA REDE  
DIAMANTE DE QUATRO VÉRTICES

Bolsista: Bruna Bandeira do Nascimento, CNPq

MANAUS  
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE APOIO A PESQUISA  
PROGRAMA INSTITUCIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

RELATÓRIO FINAL  
PIB-E/0008/2015  
ENTROPIA DE CADEIAS MONODISPERSAS SOBRE UMA REDE  
DIAMANTE DE QUATRO VÉRTICES

Bolsista: Bruna Bandeira do Nascimento, CNPQ  
Orientador: Prof.<sup>o</sup> Dr.<sup>o</sup> Minos Martins Adão Neto.

MANAUS  
2016

## RESUMO

Os polímeros são uma classe de materiais que estão presentes em grande parte do nosso cotidiano, estes apresentam características muito interessantes como baixa densidade, diversas e distintas possibilidades de aplicabilidade, dentre muitas outras que possibilitaram essa enorme presença no dia-a-dia, tais propriedades e características peculiares à esses materiais despertaram grande interesse em pesquisas e estudos relacionados à mecânica estática de polímeros e cálculos das suas propriedades termodinâmicas, como entropia. Estes cálculos muitas vezes englobam problemas complexos de contagem, como por exemplo, o problema tratado no presente trabalho em que se busca encontrar uma equação geral (equação a qual até o presente momento de elaboração do estudo ainda não foi obtida, nem encontrada em outras referências) que permita calcular o número de maneiras de dispor uma cadeia de  $M$ -meros em uma rede de diamantes de quatro vértices. Através de estudos de análises combinatórias levando em conta uma caminhada auto e mutuamente excluída, onde um sítio vazio pode ser ocupado apenas por um único mero partindo de casos particulares para posteriormente obter-se a equação geral foi possível chegar a uma equação (para um caso particular) que nos permite calcular este número de maneiras bem como a densidade, entropia e potencial químico para esse caso citado .

Palavras-chave: polímeros, análise combinatória, entropia, diamantes de quatro vértices.

## Sumário

1. INTRODUÇÃO .....	5
2. METODOLOGIA .....	7
3. RESULTADOS .....	9
4. CONCLUSÃO .....	12
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	14
<i>Apêndice A:</i> .....	15
<i>Apêndice B:</i> .....	17
<i>Apêndice C:</i> .....	19
<i>Apêndice D:</i> .....	20
6. CRONOGRAMA.....	21

## 1. INTRODUÇÃO

A palavra polímero vem do grego em que *Poli= muitos* e *meros= unidades de repetição*, sendo assim, pode-se definir polímero como uma macromolécula composta por inúmeras unidades repetidas, unidades estas denominadas meros que são ligadas covalentemente. Para produção de um polímero utiliza-se como matéria prima um monômero que nada mais é que uma unidade básica fundamental com uma unidade de repetição. [1]

Os polímeros apresentam características fascinantes, o que veio a despertar grande interesse em estudos e atividades de pesquisa relacionada à mecânica estatística de polímeros. Um dos motivos principais pela qual essa área gera tanto interesse reside na enorme importância que os polímeros têm para a tecnologia e ciência modernas, indo desde materiais com propriedades mecânicas e de transportes interessantes até o DNA demonstrado na figura 1, macromolécula na qual está codificada a herança genética dos seres vivos, inúmeros estudos descrevem o DNA como um polímero que contém quatro principais distas formas química: adenina (A), guanina (G), citosina (c) e timina (T) [1-4-5].

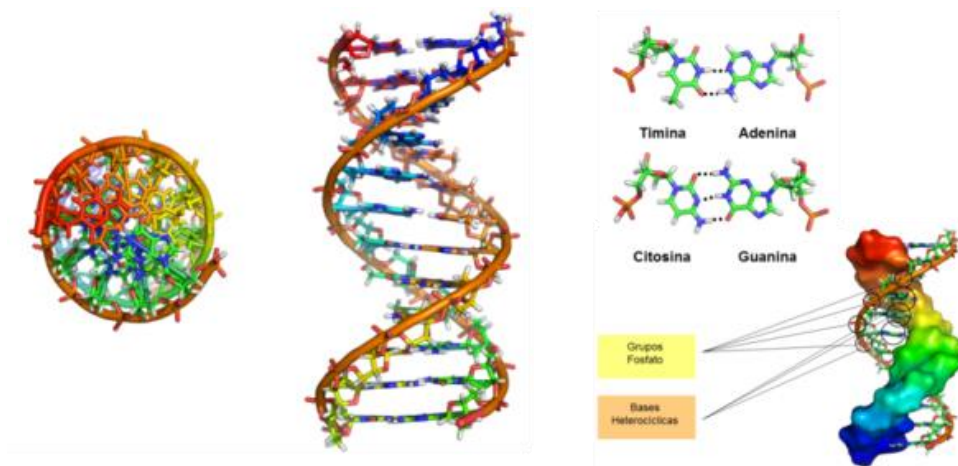


Figura 1:Figura 1: Estrutura em dupla hélice da molécula de DNA. Fonte: Química Biológica

A física de polímeros não se detém apenas à isso, apresentando também diversos desafios quando observados de um ponto de vista mais fundamental. Com frequência o comportamento termodinâmico de um polímero vem sendo estudado através de um modelo de caminhada auto e mutuamente excludentes, numa rede regular. Com base nisso, pode-se determinar o

número de configurações em que as cadeias podem ser dispostas em uma rede, neste caso em uma rede diamante de quarto vértices com as condições de contorno fixadas. Onde consideramos  $N_p$ : número de cadeias,  $M$ -meros: tamanho da cadeia e  $N$ : número de diamantes presentes na rede.

Para melhor compreensão do problema aqui proposto podemos utilizar um exemplo bem simples onde, consideremos um tabuleiro de xadrez com 64 casas e um conjunto de dominó de 32 peças, associando as peças de dominós a um dímero. Considerando que cada peça do dominó irá ocupar duas casas contíguas do tabuleiro, pode-se dispor estas peças 12.988.816 vezes no tabuleiro de xadrez. Este resultado está relacionado com os trabalhos pioneiros de Fisher e Temperley [7] e Kasteleyn[8].

Problemas desta natureza tem sido aplicado para obter a entropia de cadeias polidispersas [8] e de dímeros com  $q$ -estados [9] sobre uma rede unidimensional.

## 2. METODOLOGIA

Por meio de estudos de análise combinatória calculou-se o número de maneiras de dispor a cadeia de M-meros em uma rede de diamantes de quatro vértices. Primeiramente foram feitos desenhos dos diamantes e dispôs-se sobre os mesmo a cadeia de tamanho M-meros, onde M varia de uma em uma unidade, como exemplificado no esquema na figura 2 a seguir.

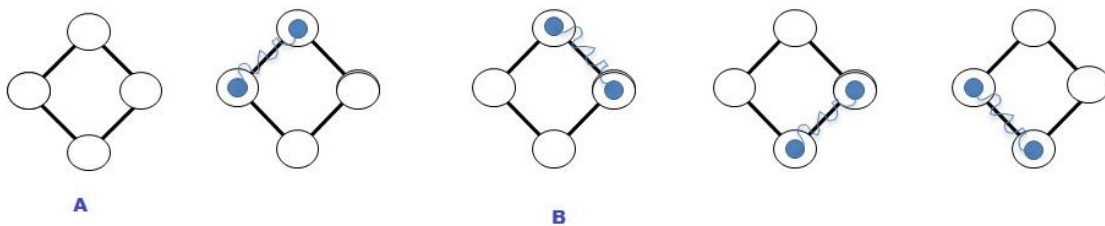


Figura 2: Esquema rede diamantes N=1 (a) um único diamante. (b) formas de dispor as cadeias M=2

Os estudos de análise combinatória, pelo método acima exemplificado foram iniciados com um único diamante e sobre o mesmo dispôs-se as cadeias de tamanho M=2.

Ao ser alcançada todas as maneiras de se dispor a cadeia sobre a rede diamantes aumentou-se o tamanho da rede de diamantes (N) em uma unidade (FIGURA 3) repetindo-se o procedimento até se obter uma periodicidade a qual ocorreu para N=5 e M=4, sendo N (número de diamantes) e M (tamanho da cadeia).

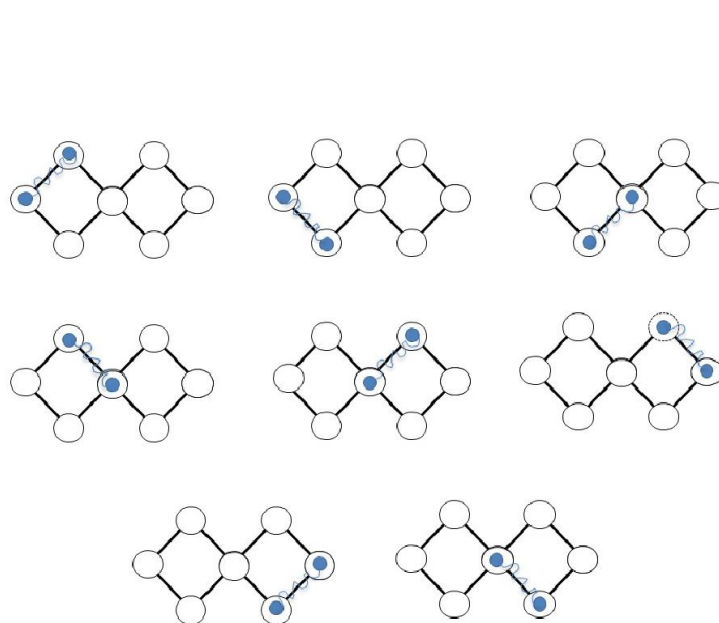


Figura 3: Esquema representativo disposição de  $M=2$  meros em uma rede de  $N=2$  diamantes.

Após os estudos por meio de análise combinatória, buscou a equação desejada de forma empírica através da equação 1, representada mais adiante, onde alternou-se os valores de seus termos até que encontra-se uma equação que viesse satisfazer o caso particular desejado.

Para este caso em particular foi definido então a entropia a qual é uma medida do desordenamento das partículas, bem como densidade máxima e potencial químico.



### 3. RESULTADOS

Sendo  $N_p$  o número de cadeias a se dispor e  $N$  o número de diamantes constituintes da rede e  $M$  = meros, o número de possibilidades foi contabilizado através de desenhos da rede diamante de quatro vértices onde nos quais a cadeia  $M$ -mero foi disposta até que todas as possibilidades fossem colocadas, como explicado anteriormente. Com as cadeias já dispostas em todas as possibilidades contabilizadas, elaborou-se a tabela 1 a seguir.

Tabela 1: Número de vezes de se dispor uma cadeia em uma rede de diamantes de quatro vértices.

<b>M</b>	<b><math>N_p</math></b>	<b>N</b>	<b>Nº de vezes</b>
2	1	1	4
2	1	2	8
2	1	3	12
2	1	4	16
2	1	5	20
3	1	1	4
3	1	2	12
3	1	3	20
3	1	4	28
3	1	5	36
4	1	1	4
4	1	2	16
4	1	3	28
4	1	4	40
4	1	5	52

A partir desses dados, foi observado que há um crescimento periódico no número de possibilidades, quando aumentamos  $N$  (número de diamantes) em uma unidade, temos:

- Para  $M=2$ , as possibilidades crescem em uma progressão de 4 em 4;
- Para  $M=3$ , as possibilidades crescem em uma progressão de 8 em 8;
- Para  $M=4$ , as possibilidades crescem em uma progressão de 12 em 12.

Observa-se também que ao aumentarmos M em uma unidade o número de possibilidades cresce em 4 unidades de uma rede para outra. Por exemplo, ao ter M=2 as possibilidades de dispor na rede crescem de 4 em 4, no entanto quando aumentamos M em uma unidade, ou seja M=3, o número de possibilidades aumenta em 4, 4+4=8, então para M=3 temos o número de formas de dispor as cadeias poliméricas na rede serão acrescidas de 8 em 8. Fato que está demonstrado na tabela 1 e comprovado no esboço feito

Com isso, iniciando por casos particulares, para posteriormente chegar à um caso geral, as tentativas de se encontrar a fórmula que nos indica o número de maneiras de se dispor a cadeia polimérica foram realizadas empiricamente. Foi tomada como ponto de partida a equação 1, onde através desta alguns termos foram alterados a fim de chegarmos a uma equação que compreenda o caso para uma rede de diamantes de quatro vértices.

$$\Gamma = \frac{(N_p + L - MN_p)!}{N_p!(L - MN_p)!} \quad (1)$$

Primeiramente substitui-se o valor de L por  $4N + 1$ , como a equação 2 a seguir :

$$\Gamma = \frac{(N_p + (4N + 1) - MN_p)!}{N_p!(4N + 1 - MN_p)!} \quad (2)$$

onde, L foi tomado como sendo  $L = 4N + 1$ .

A equação, foi então testada para os casos e a mesma apresentou os resultados esperados onde o valor de  $\Gamma$  obtido pela equação descrita condiz com os valores encontrados nos esboços de desenho das redes de diamante. No entanto, como já dito esta equação aplica-se apenas para o caso particular M=2 descrito, não podendo ser usada par os demais casos.

No limite termodinâmico, sendo  $N \rightarrow \infty$ , definimos a fração de diamantes ocupados por monômeros de cadeias por  $\rho = N_p M / N$ , a entropia é definida como

$$S_m(\rho) = \left(\frac{\rho}{M} + 4 + \rho\right) \ln\left(\frac{\rho}{M} + 4 + \rho\right) - \frac{\rho}{M} \ln \frac{\rho}{M} - (4 - \rho) \ln(4 - \rho) \quad (3)$$

Ao derivarmos a entropia em função de  $\rho$  e igualarmos a zero,

$$\frac{\partial S_M}{\partial \rho} = 0$$

$$\left(\frac{1}{M} - 1\right) \ln\left(\frac{\rho}{M} + 4 - \rho\right) - \frac{1}{M} \ln\left(\frac{\rho}{M}\right) + \ln(4 - \rho) = 0 \quad (4)$$

Assumindo  $M=2$  e desenvolvendo a equação 4, a densidade máxima é dada como

$$\left(4 - \frac{\rho_m}{2}\right) \left(\frac{\rho_m}{2}\right) = (4 - \rho_m)^2 \quad (5)$$

Podemos definir o potencial químico, a partir da seguinte equação

$$\frac{\mu}{K_{BT}} = - \frac{\partial s_m(\rho)}{\partial \rho}$$

$$\frac{\mu}{K_{BT}} = \ln\left(\frac{\rho}{M}\right) - \ln\left(\frac{\rho}{M} + 4 - \rho\right) - \ln(4 - \rho) \quad (6)$$

#### 4. CONCLUSÃO

O uso de polímeros e a presença deste em nossas vidas é mais comum do que se imagina, entender como este se comporta estruturalmente nos permite compreender muitas de suas propriedades físicas e químicas até mesmo formas de alterá-las a fim de se obter um material com uma característica específica desejada.

O intuito principal neste momento do projeto é encontrar uma equação geral que permita calcular o número de maneiras de se dispor uma cadeia polimérica de M-meros em uma rede de diamantes de quatro vértices. O que infelizmente não foi alcançado, vale ressaltar que para alcançar a equação geral foi definido a estratégia de se encontrar casos particulares que nos indicassem o caminho para a equação geral.

O estudo desta equação para casos específicos foi alcançada para o caso onde  $M=2$  onde a mesma satisfaz os valores encontrados. A fórmula é buscada, como já citada, de forma empírica onde alternou-se algumas variáveis a fim de que com isso pudesse, com a fórmula, alcançar o número de maneiras de dispor o qual tinha sido encontrado nos desenhos de análise combinatória. Esta mesma tentativa empírica foi realizada para os demais casos particulares, no entanto não obteve-se êxito uma vez que as mudanças nas variáveis nos casos diferentes de  $M=2$  não levava aos resultados esperados.

Apesar de não ter encontrado o caso geral como objetivado inicialmente, a equação para o caso particular encontrada e discriminada no presente relatório, permite ter uma ideia e indica o caminho a trilhar a fim de chegar na equação geral. Premissas como as encontradas, por exemplo, para  $M=2$  o número de possibilidades irá crescer de 4 em 4 unidades ao se acrescentar N-diamantes em uma unidade. Além de se saber que ao aumentar M em uma unidade a progressão de crescimento das possibilidades será acrescida em 4 unidades. Ou seja, se para  $M=2$  as possibilidades crescem de 4 em 4 para  $M=3$  as possibilidades crescerão de 8 em 8 e assim sucessivamente.

Sabe-se que alcançar a equação geral desejada que pode ser encontrada através das premissas e conclusões encontradas durante os

estudos dos casos particulares no trabalho realizado. Aconselha-se a quem deseja prosseguir com o estudo para o desafio proposto, que busque uma forma de adequar as progressões de crescimento de maneiras de se dispor as cadeias que foram encontradas, na equação para o caso particular aqui descrita, o que até o presente momento acredita-se que leva a equação geral. Ressaltando que esta não é a única maneira de se alcançar a equação desejada.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Otavio Henrique Thiemann, A descoberta da estrutura do DNA: de Mendel a Watson e Crick, Química nova na Escola , n 17 , 2003.

[3] R. H. Fowler, G. S. Rushbrooke, *Transactions of the Faraday Society* **33**, 1272 (1937); T. S. Chang, *Proceeding of Royal Society. (London)* **A169**, 512 (1939); *Proceeding of the Cambridge Philosophical Society* **35**, 265 (1939); J. K. Roberts, A. R. Miller, *Proceeding of the Cambridge Philosophical Society* **35**, 293 (1939); G. S. Rushbrooke, H. I. Scoins, A. J. Wakefield, *Discussions Faraday Society* **No. 15**, 57 (1953); H. S. Green, R. Leipnik, *Reviews of Modern Physics*, **32**, 129 (1960), ver referência 11.

[4] D. Napper, *Polymeric Stabilization of Colloidal Dispersions*, New York Academic (1983).

[5] P. G. de Gennes, *Scaling Concepts in Polymer Physics*, Cornell University Press (1979). [2] P. J. Flory, *Principles of Polymer Chemistry*, Cornell University Press, Ithaca, NY, (1953).

[6] J. F. Stilck, W. G. Dantas, *Revista Brasileira do Ensino de Física* **26**, 407-414 (2004).

[7] M. Fisher, *Physical Review* **124**, 1664 (1961); H. N. V. Temperley, M. Fisher, *Philosophal Magazine* **6**, 1061 (1961).

[8] P. W. Kasteleyn, *Physica* **29**, 1329 (1961).

[9] J. F. Stilck, Minos A. Neto, W. G. Dantas, *Physica A* **368**, 442-448 (2006).

[10] Denise A. do Nascimento, Minos A. Neto, J. Ricardo de Sousa, Octavio D. Salmon, F. Dinóla Neto, J. Nunes da Silva, *Physica A* **424**, 19-24 (2015).

[11] William D. Callister, *Ciência e Engenharia de Materiais uma introdução*. 8ª Edição. Ed. LTC

[12] Sebastião V. Canevaloro, *Ciências dos Polímeros*. 2ª edição , Ed. Artliber

## Apêndice A:

### Obtenção da entropia

Temos que,

$$\Gamma = \frac{(N_p + (4N + 1) - MN_p)!}{N_p! (4N + 1 - MN_p)!} \quad (2)$$

Considerando as seguintes propriedades,

- a) *Stirling*  $\ln N! \approx N \ln N - N$
- b)  $\ln\left(\frac{A}{B}\right) = \ln A - \ln B$
- c)  $\ln(A \cdot B) = \ln A + \ln B$

Expandindo (2) aplicando propriedade logaritmo b,

$$\ln[(N_p + (4n + 1) - MN_p)!] - \ln[N_p! (4N + 1 - MN_p)!]$$

Aplicando Stirling

$$\begin{aligned} \ln N! &= (N_p + (4N + 1) - MN_p) \ln(N_p + (4N + 1) - MN_p) - (N_p + (4N + 1) - MN_p) \\ &\quad - N_p \ln(N_p) - N_p - \left[ ((4N + 1) - MN_p) \ln((4N + 1) - MN_p) - ((4N + 1) - MN_p) \right] \end{aligned}$$

Para encontrar  $S_m(\rho)$ , dividimos a equação a cima por N

$$\begin{aligned} S_m(\rho) &= \left( \frac{N_p}{N} + 4 + \frac{1}{N} - \frac{MN_p}{N} \right) \ln \left( \frac{N_p}{N} + 4 + \frac{1}{N} - \frac{MN_p}{N} \right) - \left( \frac{N_p}{N} + 4 + \frac{1}{N} - \frac{MN_p}{N} \right) \\ &\quad - \frac{N_p}{N} \ln \left( \frac{N_p}{N} \right) - \frac{N_p}{N} - \left( 4 + \frac{1}{N} - \frac{MN_p}{N} \right) \ln \left( 4 + \frac{1}{N} - \frac{MN_p}{N} \right) - 4 + \frac{1}{N} - \frac{MN_p}{N} \end{aligned}$$

Assumindo  $\rho = \frac{MN_p}{N}$  e  $\frac{\rho}{M} = \frac{N_p}{N}$

$$S_m(\rho) = \left(\frac{\rho}{M} + 4 + \frac{1}{N} - \rho\right) \ln\left(\frac{\rho}{M} + 4 + \frac{1}{N} - \rho\right) - \left(\frac{\rho}{M} + 4 + \frac{1}{N} - \rho\right) - \frac{\rho}{M} \ln\left(\frac{\rho}{M}\right) - \frac{\rho}{M} - \left(\left(4 + \frac{1}{N} - \rho\right) \ln\left(4 + \frac{1}{N} - \rho\right) - 4 + \frac{1}{N} - \rho\right)$$

Realizando algumas manipulações algébricas necessárias e aplicando as propriedades logarítmicas (b) e (c), chegamos em

$$S_m(\rho) = -\frac{\rho}{M} (\ln N_p - \ln N) + \left(\frac{\rho}{M} + 4 + \frac{1}{N} - \rho\right) \ln\left(\frac{\rho}{M} + 4 + \frac{1}{N} - \rho\right) - \left(4 + \frac{1}{N} - \rho\right) \ln\left(4 + \frac{1}{N} - \rho\right)$$

Sendo, para o nosso caso específico  $M=2$  e tomando o limite termodinâmico  $N \rightarrow \infty$

$$\frac{S}{NK_B} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\ln \uparrow}{N} = -\frac{\rho}{2} \ln\left(\frac{\rho}{2}\right) + \left(\frac{\rho}{2} + 4 - \rho\right) \ln\left(\frac{\rho}{2} + 4 - \rho\right) - (4 - \rho) \ln(4 - \rho)$$

Organizando a equação, tem-se

$$S_m(\rho) = \left(\frac{\rho}{2} + 4 - \rho\right) \ln\left(\frac{\rho}{2} + 4 - \rho\right) - \frac{\rho}{2} \ln\left(\frac{\rho}{2}\right) - (4 - \rho) \ln(4 - \rho)$$



## Apêndice B:

### **Obtenção da densidade máxima através da derivada da entropia em função de $\rho$ .**

Sendo a entropia para nosso caso específico para  $M=2$ , dada por

$$S_m(\rho) = \left(\frac{\rho}{M} + 4 + \rho\right) \ln\left(\frac{\rho}{M} + 4 + \rho\right) - \frac{\rho}{M} \ln\frac{\rho}{M} - (4 - \rho) \ln(4 - \rho) \quad (3)$$

Podemos obter a densidade máxima, através  $\frac{\partial S_m}{\partial \rho}$

$$\frac{\partial S_m(\rho)}{\partial \rho} = 0$$

Derivando a entropia com respeito a  $\rho$ , tem-se

$$\left(\frac{\rho}{M} + 4 + \rho\right) \ln\left(\frac{\rho}{M} + 4 + \rho\right) - \frac{\rho}{M} \ln\frac{\rho}{M} - (4 - \rho) \ln(4 - \rho) = 0$$

$$\left(\frac{1}{M} - 1\right) \ln\left(\frac{\rho}{M} + 4 - \rho\right) + \left(\frac{1}{M} - 1\right) - \frac{1}{M} \ln\left(\frac{\rho}{M}\right) - \frac{1}{M} + \ln(4 - \rho) + 1 = 0$$

Tomando algumas manipulações algébricas,

$$\left(\frac{1}{M} - 1\right) \ln\left(\frac{\rho}{M} + 4 - \rho\right) - \frac{1}{M} \ln\left(\frac{\rho}{M}\right) + \ln(4 - \rho) = 0$$

Assumindo  $M=2$

$$-\frac{1}{2} \ln\left(4 - \frac{\rho}{2}\right) - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\rho}{2}\right) + \ln(4 - \rho) = 0$$

$$-\frac{1}{2} \left[ \ln\left(4 - \frac{\rho}{2}\right) + \ln\left(\frac{\rho}{2}\right) \right] + \ln(4 - \rho) = 0$$

aplicando a propriedade de logaritmo,  $\ln A + \ln B = \ln A.B$

$$-\frac{1}{2} \left[ \ln \left( 4 - \frac{\rho}{2} \right) \left( \frac{\rho}{2} \right) \right] + \ln(4 - \rho) = 0$$

$$\frac{1}{2} \left[ \ln \left( 4 - \frac{\rho}{2} \right) \left( \frac{\rho}{2} \right) \right] = \ln(4 - \rho)$$

$$\left[ \ln \left( 4 - \frac{\rho}{2} \right) \left( \frac{\rho}{2} \right) \right] = \ln(4 - \rho)^2$$

Aplicando-se exponencial , chegamos à

$$\left( 4 - \frac{\rho_m}{2} \right) \left( \frac{\rho_m}{2} \right) = (4 - \rho_m)^2 \quad (5)$$

## Apêndice C:

### POTENCIAL QUÍMICO

Temos que

$$\frac{\mu}{T} = - \frac{\partial S}{\partial N_m} = - \left( \frac{\partial S_{m(\rho)}}{\partial \rho} \right) \frac{\partial \rho}{\partial N_m}$$

Sendo

$$\frac{\partial \rho}{\partial N_m} = \frac{1}{N}$$

$$\frac{\mu}{T} = - \left( \frac{\partial}{\partial \rho} (SK_{BT}N) \right) \frac{1}{N}$$

$$\frac{\mu}{K_{BT}} = - \frac{\partial S}{\partial \rho}$$

Substituindo

$$\frac{\mu}{K_{BT}} = - \left( \frac{1}{M} - 1 \right) \ln \left( \frac{\rho}{M} + 4 - \rho \right) + \frac{1}{M} \ln \left( \frac{\rho}{M} \right) - \ln(4 - \rho)$$

$$\frac{\mu}{K_{BT}} = - \ln \left( \frac{\rho}{M} + 4 - \rho \right) + \ln \left( \frac{\rho}{M} \right) - \ln(4 - \rho)$$

Organizando a equação

$$\frac{\mu}{K_{BT}} = \ln \left( \frac{\rho}{M} \right) - \ln \left( \frac{\rho}{M} + 4 - \rho \right) - \ln(4 - \rho) \quad (6)$$

## Apêndice D:

### Pressão em função da $\rho$

Assumindo

$$\frac{p}{T} = \frac{\partial S}{\partial L} = \frac{\mu}{T} = \left( \frac{\partial s_{m(\rho)}}{\partial \rho} \right) \frac{\partial \rho}{\partial L}$$

Tem-se que,  $L = N \cdot a$

$$\frac{p}{T} = \left( \frac{\partial s_{m(\rho)}}{\partial \rho} \right) \left( \frac{\partial \rho}{\partial (Na)} \right)$$

$$\frac{p}{T} = \left( \frac{\partial s_{m(\rho)}}{\partial \rho} \right) \left( \frac{\partial \rho}{\partial N} \right) \frac{1}{a}$$

$$\frac{pa}{T} = \left( \frac{\partial s_{m(\rho)}}{\partial \rho} \right) \left( \frac{\partial \rho}{\partial N} \right)$$

Continuando as manipulações algébricas

$$\frac{pa}{T} = \left( \frac{\partial}{\partial \rho} (SK_{BT}N) \right) \left( \frac{\partial \rho}{\partial N} \right)$$

$$\frac{pa}{T} = N \left( \frac{\partial s}{\partial \rho} \right) \left( \frac{\partial \rho}{\partial N} \right)$$

## 6. CRONOGRAMA

Nº	Descrição	Ago 2015	Set	Out	Nov	Dez	Jan 2016	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul
1	Levantamento bibliográfico	x	X	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
2	Estudo das leis da termodinâmica		X	x									
3	Estudo de análise combinatória		X										
4	Estudo do conceito de fundamental da entropia e conexão com a mecânica estatística		X	x	x	x	x						
5	Estudo do modelo de gás de rede			x	x	x	x						
6	Estudo da linguagem de programação Fortran		X	x	x	x	x	x	x	x			
7	Obtenção da entropia de cadeias monodispersas sobre uma rede diamante de 4 vértices						x	x	x	x	x		
5	Elaboração do Resumo e Relatório Final (atividade obrigatória)											x	
6	Preparação da Apresentação Final para o Congresso (atividade obrigatória)												x