D) MÉTODOS QUANTITATIVOS FINANCEIROS

AUTOR
FLÁVIO MACHADO MOITA

Introdução

A Administração é a área que envolve o estudo das organizações e de como estas são geridas. Nas suas atribuições, os administradores devem: planejar, coordenar, comandar e avaliar aspectos sociais, comportamentais, econômicos e técnicos. A formação do profissional da Administração, portanto, deve ser feita considerando os fatores mencionados para alcançar eficácia.

Assim, na gestão dos conhecimentos em relação às áreas das suas atribuições, o administrador busca tomar decisões constantemente; uma das mais importantes é a alocação dos recursos financeiros que está sob sua responsabilidade. Tomando como base o valor do dinheiro no tempo, a Matemática Financeira proporciona as ferramentas quantitativas ideais para a escolha, ou ordenamento das melhores alternativas de **investimento** disponível.

O conhecimento das aplicações da Matemática, voltada para as avaliações de alternativas de **financiamento** e de **investimento,** é indispensável para a formação dos futuros administradores.

Este caderno contém os conhecimentos básicos da Matemática Financeira. Nele, os alunos terão conhecimento do valor do dinheiro no tempo e das principais ferramentas de análise de fluxos de caixa.

Financiamento - ato de uma organização, usualmente uma empresa, que ajuda a pagar um produto ou um serviço de uma pessoa, ou de outra empresa, através de doação de dinheiro ou empréstimo.

Palavras do professor-autor

Prezado aluno**:**

Você está recebendo este caderno o qual traz conteúdos relacionados à disciplina: "Métodos Quantitativos Financeiros". O material que ora apresentamos pretende orientar você em seus estudos da Matemática aplicada à área financeira. Já a partir das primeiras unidades você terá o contato com aplicações práticas. É importante que você procure aproveitar ao máximo os conteúdos delas; para tanto, participe dos fóruns e, principalmente, faça todas as atividades apresentadas na sala de aula virtual da disciplina. É por intermédio das atividades propostas que você terá condição de aprender o conteúdo deste caderno.

Utilize este material como um guia para seus estudos. Tire todas as suas dúvidas de cada unidade antes de passar para outras. Precisamos da sua dedicação para que possamos atingir o principal objetivo deste curso: desenvolver a habilidade em lidar com o valor do dinheiro no tempo.

Os conhecimentos, aqui apresentados, lhe serão bastante úteis tanto na sua vida pessoal quanto na profissional. Os Métodos Financeiros também serão necessários para o acompanhamento das outras disciplinas da área de finanças do seu Curso de Graduação em Administração.

Ementa

Capitalização simples. Capitalização composta. Montante e valor atual. Taxas do mercado financeiro. Rendas de termos constantes. Rendas de termos variáveis. Desconto simples. Desconto composto. Equivalência de capitais e juros compostos. Fluxo de caixa. Taxa interna de retorno. Amortização de empréstimos. Máquinas financeiras programáveis.

Orientações para o estudo do caderno

Caro aluno, este caderno está dividido em 7 unidades. Na primeira, na segunda e na quarta unidades estaremos a considerar algumas noções sobre os juros; na terceira, trabalharemos a idéia de desconto; na quinta, verificaremos o que seja série; na sexta, consideraremos o que seja a amortização e, por último, estaremos mostrando algumas ferramentas necessárias para análises relacionadas a investimentos.

Na medida em que os conteúdos das unidades forem lidos, e entendidos, você deverá resolver todos os exercícios propostos para a unidade, que estarão disponíveis no ambiente *online*.

Durante o seu processo de aprendizagem, aconselhamos reservar um caderno somente para a solução dos exercícios, pois isso irá lhe ajudar nas revisões e na organização do material de estudo.

Pedimos, ainda, a sua participação nos fóruns, tanto na postagem de dúvidas no ambiente quanto na ajuda aos colegas. Na medida em que você resolver os exercícios, procure postar no fórum a resolução dos problemas propostos. Procure realizar todas as atividades propostas; elas servirão como nota parcial da disciplina.

Objetivos de ensino-aprendizagem

1. Capacitar o aluno no uso das ferramentas da Matemática Financeira, aplicadas à análise de investimento. Mais especificamente, pretendemos que ao final deste caderno, o aluno seja capaz de:

2. Resolver problemas associados ao valor do dinheiro no tempo;

3. Resolver problemas relacionados aos conceitos da Matemática Financeira básica;

4. Avaliar alternativas de investimento, utilizando as ferramentas da matemática financeira;

5. Demonstrar compreensão do funcionamento dos principais modelos de amortização de ativos através das atividades a serem encontradas na coluna de indexação.

1

Juros: conceito, componentes e regimes de capitalização

Síntese:
Nesta unidade, trabalhamos os conceitos iniciais que nos servirão de base para o entendimento do valor do dinheiro no tempo.

A origem da Matemática Financeira

Não podemos precisar quando o homem passou a entender e a utilizar o conceito do valor do dinheiro no tempo. No entanto, podemos estabelecer a hipótese que ele surgiu, naturalmente, a partir do momento em que os seres humanos passaram a produzir excedentes de produção e realizar trocas e empréstimos entre si com o objetivo de melhorar as suas possibilidades de sobrevivência no ambiente competitivo e inóspito em que viviam. Na Babilônia, por exemplo, os **juros** eram pagos sob a forma de sementes e outros bens. Na medida em que os modelos financeiros se tornaram mais sofisticados e mais utilizados pelas pessoas foram surgindo instituições para lidar com esses recursos, que posteriormente se transformaram nos bancos.

A origem dos números

Você sabia que os números que usamos (1, 2, 3, 4, 5, 6, etc.) são chamados números arábicos para os distinguirmos dos números romanos (I, II, III, IV, V, VI, etc.)?

Quem popularizou os números arábicos foram os árabes, daí o nome. Mas na realidade eles surgiram com a civilização fenícia que os usava para contar e contabilizar seu patrimônio.

Você sabia que o formato dos números (1, 2, 3, etc..) tem a ver com os ângulos que eles formam?

Simples:

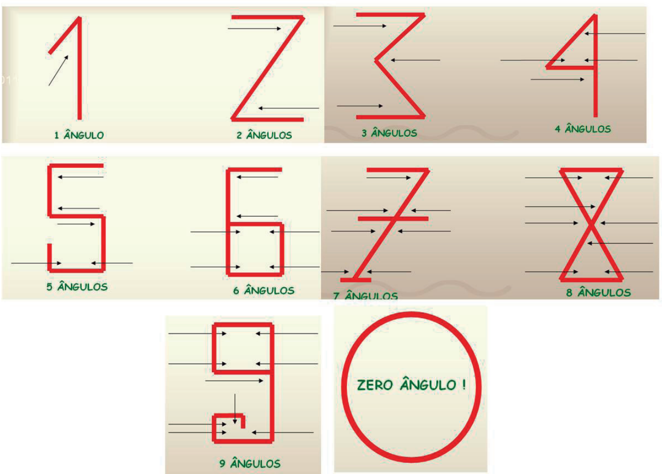
O número 1 tem um ângulo.

O número 2 tem dois ângulos.

O número 3 tem três ângulos e assim por diante.

O número zero (0) não tem ângulo nenhum.

Veja na figura abaixo:



Fonte: Ghigonetto, 2009.

Conceito de juros

Agora que já sabemos a origem dos números e da Matemática (Financeira) vamos por a mão na massa e nos dedicarmos à compreensão de conceitos que o administrador toma para realizar o seu trabalho. Comecemos com o conceito de juros.

Afinal, o que são os juros? Segundo Puccini (2004, p. 2), "Definem-se juros como sendo a **remuneração do capital, a qualquer título".**

Sabemos que os juros são taxas adicionadas a uma dívida, quando não temos dinheiro para pagar um compromisso no presente. Quando vamos fazer uma compra no comércio, por exemplo, podemos comprar a vista, sem juros, ou a prazo. Neste último caso, normalmente, estão embutidos juros, relativos ao valor nas prestações.

O valor dos juros se refere ao custo do dinheiro no tempo. Você sabia que o dinheiro perde valor com o tempo? Expliquemos melhor. Imagine que o seu avô tenha guardado há muito tempo atrás certa quantia em dinheiro em um cofre. Depois de alguns anos o valor correspondente já não tem poder de compra igual ao momento em que ele foi guardado. Depois de muito tempo, 20 anos, por exemplo, a quantia guardada não dá para comprar quase nada. Esse efeito é o que chamamos de valor do dinheiro no tempo. Os juros servem exatamente para que o poder de compra se mantenha estável, e até aumente, com o passar do tempo. Sobre o valor do dinheiro no tempo, Assaf Neto (2003, p. 15) afirma:

A matemática financeira trata, em essência, do estudo do valor do dinheiro ao longo do tempo. O seu objetivo básico é o de efetuar análises e comparações dos vários fluxos de entrada e saída de caixa, verificados em diferentes momentos.

Se o seu avô tivesse aplicado o dinheiro ao invés de guardá-lo em um cofre, ele poderia possuir hoje uma quantia com a capacidade de compra igual ou possivelmente maior daquela guardada.

Como visto, quando estamos lidando com valores monetários temos que levar em conta o fator tempo. R$1.000,00 hoje não vale a mesma coisa que daqui a 03 meses. O dinheiro possui, portanto, um custo. Este custo, expresso normalmente em um percentual em relação a uma unidade de tempo, é o que damos o nome de juros.

Exemplos de juros no nosso dia-a-dia:

- Quando vamos fazer um pagamento qualquer, através de boleto bancário, se não pagarmos na data de vencimento estaremos sujeitos a uma multa por atraso e também a juros.

- Se tivermos dinheiro sobrando podemos tanto gastar como tentar gerar mais dinheiro com o que temos. Poderíamos aplicar em uma poupança que renderia juros.

- Se vamos comprar um eletrodoméstico em uma loja temos a opção de comprar tanto à vista, com pagamento no ato da compra, como a prazo, com pagamentos posteriores à data da compra. No caso da compra a prazo, a loja normalmente acrescenta juros no valor a pagar.

Componentes dos juros

Os juros são representados através de valores e de taxas, os quais serão denominados, de agora em diante, de taxas de juros.

Vamos exemplificar através de uma aplicação prática:

Ex: Vamos supor que você vá comprar uma televisão em uma loja, a qual deve custar R$ 500,00 à vista ou R$ 550,00 para pagamento em trinta dias (um mês).

Nesse caso, podemos calcular o valor dos juros, o qual será denominado, de agora em diante, de "J":

Temos então:

Juros = J = R$ 550,00 – R$ 500,00 = R$ 50,00.

Portanto, a loja está cobrando juros (J) de R$ 50,00 para uma compra de R$ 500,00, com pagamento para trinta dias.

Esse é o valor dos juros. E a taxa de juros? O que significa taxa de juros?

A taxa de juros, a qual será denominada, de agora em diante, de "i", é a relação entre o valor dos juros em relação à unidade de tempo. Exemplo:

i = 5% ao mês, significa que a cada mês irá incidir juros de 5%.

Obs.: lembramos que quando usamos taxas percentuais estamos tratando de valores divididos por 100 (porcentual).

Exemplos:

- 5% é a mesma coisa que 0,05, ou seja, 05 dividido por 100.
- 10% = 10/100 = 0,10
- 50% = 50/100 = 0,50

Voltando ao nosso exemplo, temos que o valor dos juros foi de R$50,00, para um mês. E o valor da TV à vista era de R$ 500,00. Temos, então, que a taxa de juros, para um mês, foi de:

i = 50/500 = 0,10 ao mês. Ou seja, 10 %.

Portanto, para sabermos o valor da taxa de juros basta dividir o valor dos juros pelo valor aplicado ou emprestado.

Ex: Suponha que você possua economias, em dinheiro, da ordem de R$ 1.000,00, e que não irá precisar deste capital este mês. Vamos supor também que você já tenha feito uma pesquisa nos bancos e que tenha decidido fazer uma aplicação na caderneta de poupança. O seu gerente lhe disse que o rendimento será de 1% ao mês. Quanto você terá no final do mês?

Resolução:

Nesse caso, em cima do valor aplicado, o qual foi de R$ 1.000,00, iria incidir uma taxa de juros de 1% ao mês (a. m.).

Teríamos então:

$I = 1\% \text{ AM} = 1/100 = 0{,}01$ de juros ao mês.

Então, o valor dos juros seria de:

$J = 0{,}01 \times \text{R\$ } 1.000{,}00 = \text{R\$ } 10{,}00$.

Portanto, os juros seriam de R$ 10,00.

Ao final do período teriam então:

R$ 1.000,00 (valor aplicado) + R$ 10,00 (juros) = R$ 1.010,00.

Vá ao ambiente virtual e realize as atividades referentes a esta unidade.

Regimes de capitalização

Até agora temos aplicado a taxa de juros para somente um período, que nos casos vistos foi de um mês. Vamos supor, entretanto, que você queira aplicar R$ 1.000,00 durante dois meses a uma taxa de juros de 5% ao mês. Qual seria o valor ao final dos dois meses?

Nesse caso, teríamos que definir qual o regime de capitalização a ser usado: se juros simples ou juros compostos. Iremos detalhar os dois modelos de capitalização de juros nas unidades seguintes.

2

Juros simples

Síntese:
Nesta unidade, trabalhamos os problemas relacionados ao regime de capitalização simples.

O regime de capitalização simples

A característica mais importante do regime de juros simples é que a taxa de juros incide somente em cima do valor original. Ou seja, não ocorre o reinvestimento dos juros. Os juros são acumulados sem remuneração, até o final, quando eles serão adicionados ao capital inicial.

Voltando para o nosso exemplo da primeira unidade temos os seguintes resultados:

A tabela a seguir apresenta os resultados:

Mês	Saldo do início do mês	Juros do mês	Saldo ao final do mês
01	R$ 100,00	5% x 100,00 = R$ 5,00	R$ 105,00
02	R$ 105,00	5% x 100,00 = R$ 5,00	R$ 110,00

A cada mês você iria acumular o valor de R$ 5,00, que representa 5% do valor aplicado, sob a forma de juros. Note que ao final do primeiro mês você teria R$ 105,00 sendo R$ 100,00 o valor aplicado somado a R$ 5,00 de juros. No final do segundo mês você iria receber novamente R$ 5,00 de juros, que somados ao saldo do final do primeiro mês (R$ 105,00) daria R$ 110,00. Perceba que a taxa de juros incide **somente sobre o valor original** e que os juros recebidos no primeiro mês não são reaplicados. Note também que os juros de cada período são exatamente iguais.

O regime de capitalização simples comporta-se como se fosse uma progressão aritmética (PA), crescendo os juros de forma linear ao longo do tempo. Neste critério, os juros somente incidem sobre o capital inicial da operação (aplicação ou empréstimo), não se registrando juros sobre o saldo dos juros acumulados (ASSAF NETO, 2003, p.18).

Ante o exposto, vamos partir para a utilização das fórmulas nas aplicações de juros simples.

As fórmulas de juros simples

As fórmulas, que serão aqui apresentadas, servirão para a resolução dos problemas relacionados aos cálculos financeiros no regime de juros simples. Antes de tudo, vamos definir algumas notações que iremos usar:

PV = valor presente: é o valor da aplicação, do empréstimo ou mesmo de uma série de valores no momento zero (na data em que você se encontra);

FV = valor futuro: é o valor da aplicação, do empréstimo ou mesmo de uma série de valores no momento futuro. Daqui a dois meses, por exemplo;

N = número de períodos;

i = taxa de juros, que para esta unidade será uma taxa simples; e,

J = é o valor total dos juros.

Já sabemos que o valor dos juros é a diferença de um valor futuro e um valor na data presente.

Portanto:

J= FV - PV

Juros de cada período = PV.i

Juros após n períodos = J = PV.i.n

Valor futuro após n períodos = FV = PV + PV. i.n= PV.(1+i.n)

Obs.: o símbolo de multiplicação que iremos usar nesse curso será o ponto ("."). Se tivermos, por exemplo, que multiplicar duas vezes três, a multiplicação será representada da seguinte forma: 2.3, e não 2 x 3.

No exemplo inicial desta unidade, você aplicou R$ 100,00 durante dois meses a uma taxa mensal, simples, de 5% e obteve, ao final desses dois meses, R$ 10,00 de juros. O valor final após esse período foi de R$ 110,00.

Vamos resolver esse problema novamente, só que desta vez iremos usar as fórmulas:

O primeiro passo é identificar as variáveis que foram enunciadas no problema.

Temos então:

PV = R$ 100,00 = o valor aplicado foi de R$ 100,00.

i = 5% ao mês = 0,05 - a taxa simples é de 5% a.m.

n = 2 meses = a aplicação foi feita por dois meses.

O segundo passo é identificar o que nós queremos encontrar.

No nosso caso, queremos saber o valor dos juros mensais e totais, e o valor final que teremos ao fim de dois meses (FV).

Portanto, queremos saber o valor de: J e de FV.

Por fim, vamos aplicar as fórmulas para encontrar esses valores.

Sabemos que:

Juros após n períodos = J = PV.i.n

Então J = 100 . 0,05 . 2 = 10,00. O valor dos juros durante os dois meses foi de R$ 10,00.

Sabemos também que:

J = FV – PV

Então:

10,00 = FV – 100,00

Rearranjando a equação temos:

FV = 100,00 + 10,00 = 110,00. Portanto o valor futuro é de R$ 110,00.

Poderíamos, entretanto, ter resolvido esse problema de maneira direta através da seguinte fórmula:

$FV = PV. (1+i.n)$

$FV = 100,00 . (1 + 0,05 . 2)$

$FV = 100,00 . (1 + 0,10)$

$FV = 100,00 . (1,10)$

$FV = 110,00$

Exercícios resolvidos

Nesta subunidade, você irá acompanhar a solução de alguns problemas típicos de juros simples. Você deve primeiramente ler o enunciado, atentamente, e depois acompanhar todos os passos para solução do problema. Após o entendimento da solução, tente resolver novamente em um caderno a parte, agora sem olhar a resolução da apostila.

1) Considere que um investidor aplicou a quantia de R$ 200,00, por um prazo de quatro meses a taxa de juros de 5% ao mês, no regime de juros simples. Determinar o saldo final deste investimento.

Se formos aplicar a fórmula para encontrarmos o saldo ao final do quarto mês temos:

$FV = PV . (1 + i . n)$

$FV = 200 . (1 + 0,05 . 4)$

$FV = 200 . 1,20$

$FV = 240,00$

Assim, o saldo final (FV) desta aplicação é de R$240,00.

O valor dos juros foi de:

$J = FV – PV = 240,00 – 200,00 = 40,00.$

2) Considere um investimento de R$ 500,00, por um prazo de dois meses, a taxa de juros de 24% ao ano, no regime de juros simples. Determinar o saldo final deste investimento.

Até o momento nós temos trabalhado com taxas ao mês. Neste problema, entretanto, estamos vendo uma aplicação com taxa ao ano. Uma primeira providência será colocarmos a unidade da taxa na mesma unidade do tempo. Assim, se o número de períodos é de **dois meses** temos que ter também a taxa ao mês. Como a taxa está ao ano, 24% ao ano (a.a), vamos transformar a taxa para mês da seguinte forma:

$i = 24\%$ a.a. $= 0{,}24$.

Um ano tem doze meses, então a taxa ao mês será de:

$i = 0{,}24/12 = 0{,}02 = 2\%$ ao mês.

Pronto, já temos a taxa na mesma unidade de tempo do período. Vamos então aplicar as fórmulas para acharmos o valor final da aplicação e os juros:

$FV = PV \cdot (1 + i \cdot n)$

$FV = 500 \cdot (1 + 0{,}02 \cdot 2)$

$FV = 500 \cdot (1 + 0{,}04)$

$FV = 500{,}00 \cdot (1{,}04)$

$FV = 520{,}00$

Assim, o saldo final (FV) desta aplicação foi de R$520,00.

O valor dos juros foi de:

$J = FV – PV = 520{,}00 – 500{,}00 = 20{,}00$.

3) O capital de R$ 2.000,00, aplicado à taxa de juros simples de 12% ao ano, produziu R$200,00 de juros. Qual o tempo correspondente da aplicação?

Dados do problema:

$PV = 2.000{,}00$

$FV = PV + J = 2.000{,}00 + 200{,}00 = 2.200{,}00$

$i = 0{,}12$ ao ano (a.a.)

$n = ?$

Resolução:

$FV = PV\ (1+i.n)$

$2.200 = 2.000.(1+0{,}12.n)$, multiplicando 2.000 pelos termos dos parênteses temos:

$2.200 = 2.000.\ (1 + 2.000.\ 0{,}12.n)$

$2.200 = 2.000 + 240.n$, passando 2000,00 para o outro lado da igualdade temos:

$240.n = 2.200 - 200$

$240.n = 200$; passando 240,00 para o outro lado, dividindo temos:

$n = 200/240$

$n = 0{,}833$ anos $= 0{,}833 \cdot 12$ meses $= 10$ meses.

Resposta: serão necessários dez meses para que o capital de R$ 2.000,00 produza rendimentos de R$ 200,00, quando aplicado a uma taxa de juros simples de 12% ao ano.

4) Uma pessoa aplicou o valor de R$ 640,00, a juros simples de 2% a.m., durante 4 anos e 3 meses. Calcule o valor dos juros.

Dados do problema:
PV = 640,00
i = 0,02 (2% = 2/100)
n = 4 anos e 3 meses

Resolução:
Neste caso, o período de tempo corresponde a uma unidade de tempo diferente da unidade de tempo da taxa de juros. Devemos sempre deixar a taxa e o tempo na mesma unidade. Primeiro, teremos que transformar o tempo de 04 anos e 03 meses todo para meses. Se cada ano possui doze meses, temos:

$n = 4.12 + 3 = 48 + 3 = 51$ meses

Para acharmos o valor dos juros devemos encontrar primeiramente o valor futuro, FV:

$FV = PV\ (1+i.n)$
$FV = 640\ .\ (1+0{,}02.51) = 1.292{,}8$

Agora sim, podemos encontrar o valor dos juros:
$J = FV\text{-}PV$
$J = 1.292{,}8 – 640{,}0 = 652{,}8$

Resposta: se aplicarmos R$ 640,00 durante 04 anos e 03 meses, a uma taxa de juros simples de 2% a.m., os rendimentos serão de R$ 652,8.

5) A quantia de R$3.000,00 é aplicada a juros simples de 5% ao mês, durante cinco anos. Calcule o montante ao final dos cinco anos.

Vá ao ambiente virtual e realize as atividades referentes a esta unidade.

Dados do problema:
PV = 3.000
i = 5% = 5/100 = 0,05
n = 5 anos = 5.12 = 60 meses.

Resolução:
Usando a fórmula dos Juros simples temos:
$FV = 3.000(1 + 0{,}05x60)$
$FV = 3000(1+3) = 3.000\ .\ 4$
FV= R$12.000,00

Resposta: se aplicarmos R$ 3000,00, durante 05 anos, a uma taxa de juros simples de 5% a.m.; teremos, ao final do período, um capital futuro (FV) de R$ 12.000,00.

3

Descontos

Síntese:
Antes de estudarmos o regime de capitalização composto, que é o mais usado em nossa economia, vamos ver, nessa unidade, uma das mais importantes aplicações do regime simples de juros: os descontos e as suas várias formas.

Desconto - diferença entre o Valor Nominal de um título (Valor Futuro) "VF" e o Valor Presente ou Atual "VP" deste mesmo título [D = VF – VP].

A palavra **desconto** é conhecida de todos nós, ela normalmente está associada à situação onde, em uma venda, ocorre uma redução do preço a pagar. Poderíamos dizer que desconto pode ser sinônimo de abatimento. Para Assaf Neto (2003, p.80), desconto "[...] pode ser entendido como a diferença entre o valor nominal de um título e o seu valor atualizado apurado no período antes do seu vencimento".

Nesta unidade, não iremos tratar de desconto como redução de preço de venda de produtos, mas sim de títulos a receber. Mas afinal o que são títulos?

Quando você efetua uma compra a prazo, o estabelecimento comercial costuma emitir títulos de crédito, como as notas promissórias e as duplicatas. Esses títulos podem ser emitidos e cobrados tanto pelas empresas como pelos bancos. Na realidade, poderíamos dizer que é um documento que comprova que o comprador se responsabiliza pelo pagamento do título na data estipulada.

Os comerciantes, por sua vez, podem negociar esses antes da data do vencimento. Tanto os bancos como as financeiras, e até mesmo as empresas de cartão de crédito, compram os títulos com desconto. Exemplificando: suponha que você seja um empresário e que precise de dinheiro para o pagamento de algum compromisso da sua empresa, mas não tenha dinheiro naquele momento. Suponha, também, que você tenha realizado uma série de vendas a prazo e possua títulos de crédito (**notas promissórias**), assinadas pelos seus clientes. Você poderia, então, descontar essas notas promissórias em algum banco, mas para isso o banco, logicamente, vai exigir uma remuneração. O valor que você iria receber, portanto, será menor que o valor das vendas. É essa operação que nós chamaremos de desconto.

Sendo assim poderíamos definir desconto da seguinte forma: é a diferença entre o valor de face de um título e seu valor atual na data da operação. O desconto simples, também denominado desconto bancário ou comercial, é largamente utilizado em operações bancárias de desconto de duplicatas.

Iremos trabalhar, nessa unidade, com o desconto comercial, também chamado desconto "por fora".

As fórmulas do desconto comercial

Desconto comercial simples (d) = FV – PV

O valor do desconto, que chamaremos de **d**, é a diferença entre o valor a receber, ou valor de face do título (FV), menos o valor recebido (PV). Para calcularmos o valor do desconto podemos também usar a fórmula abaixo:

$$d = FV \cdot i \cdot n$$

A relação entre FV e PV pode ser feita com a utilização da seguinte equação:

PV = FV. (1 - i . n)

Exemplo:

Suponha que você tenha títulos de crédito no valor total de R$10.000,00, vencendo no prazo de 60 dias (02 meses). A taxa de desconto comercial, cobrada pelo banco, é de 3% ao mês. Quanto você receberia se fossem descontar esses títulos?

Dados do problema:

FV = R$ 10.000,00

i= 3,0% ao mês = 3/100 = 0,03

n = 60 dias = 60/30 meses =2 meses

Resolução:

Podemos utilizar diretamente a fórmula para encontrar o valor do desconto. Temos então:

D = 10.000,00 X 0,03 X 2 = R$600,00

Resposta: o valor do desconto de um título de valor de face R$ 10.000,00 vencendo em 60 dias, à taxa de desconto comercial de 3% a.m., é de R$ 600,00. Portanto, o valor a receber será de R$ 10.000,00 – R$ 600,00 = R$ 9.400,00.

Exercícios resolvidos

Vamos resolver alguns problemas típicos de desconto comercial para que você possa entender esse tipo de operação.

01) Um cheque pré-datado de r$ 5.000,00 é negociado em 02 meses e 15 dias antes do prazo, e a taxa aplicada pelo critério por fora é de 7% a.m.. Qual o valor recebido, e o valor do desconto?

Dados do problema:

FV = R$ 5.000,00

i = 7% a.m. = 0,07

n = 02 meses e 15 dias = 60 + 15 dias = 75 dias/30 = 2,5 meses

Solução:

Vamos primeiramente encontrar o valor do desconto:

d = FV . i . n = 5.000,00 . 0,07 . 2,5 = R$ 875,00

O valor do desconto, portanto, será de **R$ 875,00.**

O valor a receber será, então, de:

PV = 5.000,00 – 875,00 = R$ 4.125,00.

02) Uma **nota promissória** foi descontada a uma taxa de 5% a.m., o seu valor nominal, de face, é de R$ 700,00, e o valor recebido foi de R$ 595,00. Se a antecipação foi feita pelo critério comercial, qual foi o prazo da antecipação?

Nota promissória: título cambiário em que seu criador assume a obrigação direta e principal de pagar a soma constante no título. A nota promissória nada mais é do que uma promessa de pagamento. Obs: as definições deste glossário foram retiradas da enciclopédia eletrônica Wikipedia.

Dados do problema:
FV = R$ 700,00
i = 5% a.m. = 0,05
PV = R$ 595,00

Solução:
Vamos usar a fórmula que relaciona FV e PV:
PV = FV. (1 - i . n)
595,00 = 700,00. (1 – 0,05 . n)
Aplicando a propriedade distributiva temos:
595,00 = 700,00 . 1 – 700,00 . 0,05 . n
595,00 = 700,00 – 35,00 . n
Reorganizando os termos temos:
35,00 . n = 700,00 – 595,00
35,00 . n = 105,00
n = 105,00/35,00 = 3 meses.
O prazo de antecipação, portanto, foi de 03 meses.

03) Um título foi descontado com uma taxa de 10% a.m. 15 dias antes do vencimento, através de uma operação de desconto por fora (ou comercial). Se o valor resgatado foi de R$ 4.000,00 qual o valor nominal do título?

Dados do problema:
PV = R$ 4.000,00
i = 10% a.m. = 0,10
n = 15 dias = 15/30 meses = 0,50 mês

Vá ao ambiente virtual e realize as atividades referentes a esta unidade.

Solução:
Vamos, novamente, usar a fórmula que relaciona FV e PV:
PV = FV. (1 - i . n)
Temos, então:
4.000,00 = FV . (1 – 0,10 . 0,5)
4.000,00 = FV . (1 – 0,05)
4.000,00 = FV . 0,95
Reorganizando os termos temos:
0,95 . FV = 4.000,00
FV = 4.000,00/0,95 = R$ 4.210,53
O valor de face, portanto, foi de R$ 4.210,53.

4

Juros compostos

Síntese:
Nesta unidade, estudamos o que sejam juros compostos, mostramos a sua aplicação e a importância deles para a vida do administrador, que tem que lidar com cálculos financeiros.

Agora que você já está craque no regime de juros simples, vamos estudar o modelo de juros compostos. É através dos juros compostos que a economia funciona. As taxas de inflação, por exemplo, são taxas de juros composto. Os financiamentos e aplicações também são feitos utilizando juros compostos.

O regime de capitalização composto

Suponha que você tenha aplicado R$1.000,00 pelo prazo de três meses com a taxa de juros de 2% ao mês. Desse investimento você receberá mensalmente R$ 20,00 (0,02 . 1000,00).

Ao receber o primeiro pagamento de juro, você poderia:

- Investir os juros mensais de R$ 20,00 até completar o prazo de 03 meses ou gastar a remuneração mensal de R$ 20,00.

Se você optar por gastar os R$ 20,00 de juros, que irá receber, a aplicação será semelhante ao regime de juros simples. Por outro lado, se você resolver aplicar os R$ 20,00, então terá uma aplicação com juros compostos.

No regime de juros compostos, os juros de cada período são somados ao capital para o cálculo de novos juros nos períodos seguintes. Os juros são capitalizados e, conseqüentemente, rendem juros. Assim, os juros de cada período são calculados sobre o saldo existente no início do respectivo período, e não apenas sobre o capital inicial (principal) aplicado (PUCCINI, 2004, p.15).

Podemos dizer, então, que a principal diferença entre os dois regimes de capitalização está na retirada ou não dos juros, ou seja, na reaplicação.

Vamos montar uma tabela para entendermos melhor a diferença entre os dois sistemas:

Mês	Juros simples	Juros compostos
00	1.000,00	1.000,00
01	1.000,00 + 1.000,00 . 0,02 = 1.020,00	1.000,00 + 1.000,00 . 0,02 = 1.020,00
02	1.020,00 + 1.000,00 . 0,02 = 1.040,00	1.020,00 + 1.020,00 . 0,02 = 1.040,40
03	1.040,00 + 1.000,00 . 0,02 = 1.060,00	1.040,40 + 1.040,40 . 0,02 = 1.061,21

Na segunda coluna, você pode ver o efeito dos juros simples. A cada período de um mês são acrescentados R$ 20,00 de juros. Esses juros não são reaplicados. Ao final dos três meses você terá os R$1.000,00 originais somados aos três juros de R$ 20,00 perfazendo um total de R$ 1.060,00.

Na terceira coluna, temos o efeito dos juros compostos. Note que, no primeiro período, o saldo de R$1.020,00 é igual ao saldo quando usamos juros simples. Isso ocorre porque ainda não ocorreu a reaplicação dos juros.

Já ao final do segundo mês, temos a aplicação da taxa de juros compostos de 2% incidindo sobre saldo total ao final do primeiro mês (R$1.020,00). Portanto, a capitalização (incidência da taxa de juros) ocorre no saldo total do período anterior, principal, mais juros acumulados.

No final do terceiro período, temos os juros acumulados dos três meses reaplicados, fazendo um total de R$ 1061,21.

As fórmulas de juros compostos

As fórmulas, que serão apresentadas aqui, servirão tanto para a resolução dos problemas relacionados aos cálculos financeiros no regime de juros compostos como para os problemas relacionados a séries de fluxo de caixa.

Basicamente nós vamos usar essas duas fórmulas:

$FV = PV\ (1 + i)^n$

$PV = FV\ /\ (1 + i)^n$

Além dessas duas fórmulas também teremos que aprender como se dá a transformação de taxas compostas.

Note que o **n** na fórmula é uma exponencial; ele está elevando 1+i. É uma característica do regime composto de juros, ou seja, os juros crescem de forma exponencial. Obs.: só relembrando o que é uma exponencial: se tivermos, por exemplo, 2^3 é a mesma coisa que 2.2.2 = 8.

Para calcularmos esta exponencial devemos multiplicar o número dois por ele mesmo três vezes. Você deve procurar utilizar nesses cálculos de exponencial uma calculadora que tenha essa função instalada. Isso vai facilitar o seu trabalho com as fórmulas.

Normalmente, nas calculadoras científicas a função é Y^x. Procure aprender como se faz este tipo de cálculo. Vamos voltar ao exemplo da unidade para testarmos a fórmula. Temos, então, uma aplicação de R$ 1.000,00 feita durante três meses a uma taxa de 2% a.m. e queremos o saldo após esse período.

Dados do problema:

PV = 1.000,00

n = 3 meses

i = 2% a.m. = 0,02

FV = ?

É importante observar a unidade de tempo da taxa, a qual deve ser a mesma que a do tempo. Neste caso, não teremos problema, pois a taxa e o tempo estão referenciados em meses.

Veremos, posteriormente, como fazer quando não temos a taxa na mesma unidade de tempo do **n**. Mas, queremos encontrar o valor futuro (FV).

Aplicando a fórmula teremos:

$FV = 1.000,00 \cdot (1 + 0,02)^3$

$FV = 1.000,00 \cdot (1,02).(1,02).(1,02)$

$FV = 1.000,00 \cdot 1.061208$

$FV = 1.061,28$

Portanto, o valor é igual ao que nós calculamos sem a utilização da fórmula.

Exercícios resolvidos

1) Uma pessoa aplicou R$500,00 em uma caderneta de poupança, durante 6 meses. No período, o rendimento médio mensal foi 3%. Se os juros são capitalizados mensalmente, qual o disponível no final daquela aplicação?

Dados do problema:

PV = 500,00

n = 6 meses

i = 3% a.m. = 0,03

FV = ?

Neste problema queremos encontrar o valor futuro (FV)

Vamos aplicar a fórmula:

$FV = PV\ (1 + i)^n$

$FV = 500,00 \cdot (1 + 0,03)^6$

$FV = 500,00 \cdot (1,03)^6$

$FV = 500,00 \cdot (1,03).\ (1,03) \cdot (1,03) \cdot (1,03) \cdot (1,03) \cdot (1,03)$

$FV = 500,00 \cdot 1,194052$

$FV = 597,03$

A resposta, então, seria que o valor disponível ao final da aplicação será de R$ 597,03

2) Calcular o montante de um capital de R$ 800,00 aplicado durante um ano, à taxa de juros compostos de 2% a.m.

Dados do problema:

PV = 800,00

n = um ano

i = 2% a.m. = 0,02

FV = ?

Neste problema queremos encontrar o valor futuro (FV)

Antes de aplicarmos a equação dos juros compostos temos que ajustar a unidade de tempo para unidade da taxa. Veja que a taxa é de 2% ao mês e a aplicação é de um ano. Quando encontramos esse tipo de situação temos que ajustar o período de tempo para a unidade da taxa.

Assim, como a taxa está ao mês, temos que transformar o tempo para mês. A aplicação é por um ano; portanto, há necessidade em saber quantos meses têm no período de um ano. Essa é fácil, não é? Um ano possui doze meses. Portanto o tempo **n** será de 12 meses. Assim:

n = 1 ano. 12 = 12 meses

Vamos aplicar a fórmula:

$FV = PV\ (1 + i)^n$

$FV = 800,00\ .\ (1 + 0,02)^{12}$

$FV = 800,00\ .\ (1,02)^{12}$

Para calcular $1,02^{12,}$ você terá que multiplicar 1,02 por ele mesmo doze vezes. Preferencialmente use a calculadora com a função y^x. Assim:

FV = 800,00 . 1,2682

FV = 1.014,59

A resposta, então, seria que o valor disponível ao final da aplicação será de R$ 1.014,59

3) Um sujeito precisa de R$1.300,00 daqui a 5 meses e lhe ofereceram uma aplicação que rende 2% ao mês . Que quantia é necessária aplicar hoje para obter o valor desejado?

Dados do problema:

FV = 1.300,00

n = 5 meses

i = 2% a.m. = 0,02

PV = ?

Queremos encontrar o valor presente (PV).

Este problema é diferente dos dois anteriores. Neste caso, queremos encontrar qual o valor que se deve investir (PV) para obter R$ 1.300,00 depois de cinco meses. A diferença está somente no valor que queremos encontrar, o método é o mesmo.

Vamos aplicar a fórmula:

$FV = PV\ (1 + i\ )^n$
$1.300{,}00 = PV\ .\ (1+ 0{,}02)^5$
$1.300{,}00 = PV\ .\ 1{,}02^5$
$1.300{,}00 = PV\ .\ (1{,}02)\ .\ (1{,}02)\ .\ (1{,}02)\ .\ (1{,}02)\ .\ (1{,}02)$
$1.300{,}00 = PV\ .\ 1{,}1041$
$PV = 1.300{,}00\ /\ 1{,}1041$
$PV = 1.177{,}45$

Solução: ele teria que aplicar R$1.177,45 durante cinco meses para obter R$ 1.300,00.

4) Calcular o montante da aplicação de R$ 10.000,00 à taxa composta de 4% ao bimestre por 1 ano e meio.

Dados do problema:
PV = 10.000,00
n = um ano e meio
i = 4% ao bimestre (ab) = 0,04

Queremos encontrar o valor futuro (FV).

Vamos, primeiramente, ajustar o tempo para a unidade de tempo da taxa:

n = 1,5 anos = 1,5 . 6 = 9 bimestres

Veja que temos um tempo de aplicação de um ano. Um bimestre são dois meses, portanto, em um ano temos 6 bimestres. Assim, se um ano são seis bimestres, um ano e meio são 1,5 . 6 = 9 bimestres.

Obs.:

01 bimestre = 02 meses	01 ano = 06 bimestres
01 trimestre = 03 meses	01 ano = 04 trimestres
01 quadrimestre = 04 meses	01 ano = 03 quadrimestres
01 semestre = 06 meses	01 ano = 02 semestres
am = ao mês	aq= ao quadrimestre
ab = ao bimestre	as = ao semestre
at = ao trimestre	aa = ao ano
ad = a dia	

Pronto, já temos o tempo na mesma unidade da taxa.

Então, vamos aplicar a fórmula:

$FV = PV (1 + i)^n$

$FV = 1.0000 .(1 + 0,04)^9$

$FV = 1.0000 . (1,04)^9$

$FV = 1.0000 . 1,4233$

$FV = 14.233,12$

Solução: O montante será de R$ 14.233,12, se aplicarmos R$ 10.000,00 durante um ano e meio à taxa de 4% a.b.

5) Calcular o montante da aplicação de R$ 200,00 à taxa composta de 3% ao trimestre por um semestre.

Dados do problema:

PV= 200,00

n = 1 semestre

i = 3% at = 0,03

Queremos encontrar o valor futuro (FV).

Vamos primeiramente ajustar o tempo para a unidade de tempo da taxa:

A taxa está ao trimestre, portanto, temos que saber quantos trimestres tem em um semestre. Um semestre são seis meses; portanto, cada semestre tem dois trimestres. Assim:

n = 1 semestre = 1 . 2 = 2 trimestres

Pronto, já temos o tempo na mesma unidade da taxa.

Então, vamos aplicar a fórmula:

$FV = 200,00 . (1 + 0,03)^2$

$FV = 200,00 . (1,03)^2$

$FV = 200,00 . (1,03) . (1,03)$

$FV = 200,00 . 1,0609$

$FV = 212,18$

Solução: O montante será de R$212,18.

Conversão de taxas compostas

Já sabemos fazer os cálculos de juros compostos utilizando a conversão da unidade de tempo para a unidade da taxa. Vamos nesta seção aprender como podemos alterar a taxa composta para a unidade de tempo. Iremos aprender a lidar com as taxas nominais e efetivas.

. Taxa nominal

A taxa nominal é quando o período de formação e incorporação dos juros ao capital não coincide com aquele a que a taxa está referida.

Exemplos:

1. 120% ao ano com capitalização mensal.
2. 12% ao semestre com capitalização mensal.
3. 60% ao ano com capitalização trimestral.

Note que, no primeiro exemplo, a taxa está ao ano, mas o período de capitalização está ao mês. Neste caso temos que dividir a taxa pelo número de capitalizações que vão ocorrer. Como temos um ano com capitalização mensal, serão doze capitalizações (um ano são doze meses), portanto, a taxa será de 120% /12 =10% ao mês. Assim:

i = 120% a.a. com capitalização mensal = 120/12 = 10% ao mês.

Essa taxa de 10% ao mês é chamada de taxa efetiva, detalhada mais adiante.

No segundo exemplo temos: 12% ao semestre com capitalização mensal. Um semestre é composto de seis meses, portanto, a taxa efetiva será de: 12%/6 = 2% ao mês. Essa será a taxa que iremos usar nas fórmulas de juros compostos.

No terceiro exemplo, 60% ao ano com capitalização trimestral. Um ano são 04 trimestres, portanto a taxa efetiva será de: 60% /4 = 15% a.t.

"Taxa nominal é a taxa de juros em que a unidade de seu tempo não está coincidente com a unidade de tempo dos períodos de capitalização" (PUCCINI, 2004, p.73).

Taxa efetiva

A taxa efetiva é quando o período de formação e incorporação dos juros ao capital coincide com aquele a que a taxa está referida. "Taxa efetiva é a taxa de juros em que a unidade referencial de seu tempo coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização" (PUCCINI, 2004, p.62).

Exemplos:

1. 12% ao mês com capitalização mensal.
2. 45% ao semestre com capitalização semestral.
3. 130% ao ano com capitalização anual.

Neste caso, podemos usar diretamente nas fórmulas esses valores de taxas.

. Taxa equivalente

Duas taxas são ditas equivalentes se elas geram o mesmo montante de uma aplicação a juros compostos, durante o mesmo período de tempo.

> Taxas equivalentes são taxas de juros fornecidas em unidades de tempo diferentes que ao serem aplicadas a

um mesmo principal durante o mesmo prazo produzem um mesmo montante acumulado no final daquele prazo, no regime de juros compostos (PUCCINI, 2004, p.66).

Exemplo: a aplicação de R$1.000,00 à taxa de 10% ao mês, durante 02 meses, equivale a uma única aplicação com a taxa de 21,00% ao bimestre, pois as duas taxas geram o mesmo montante após dois meses.

Para taxa de 10% a.m.:

FV = 1.000,00 . (1 + 0,10) 2= 1.210,00

Para taxa de 21 % a.b. :

FV = 1.000,00 . (1 + 0,21)1 = 1.210,00

Portanto, podemos concluir que 10% a.m. é equivalente a 21% a.b.

As fórmulas básicas para a equivalência entre duas taxas são:

$$1 + i_{anual} = (1+i_{semestral})^2 = (1+i_{trimestral})^4 = (1+i_{quadrimestral})^3 =$$

$$(1+i_{bimestral})^6 = (1+i_{mensal})^{12}$$

Exemplos: Calcule a taxa equivalente anual das seguintes taxas:

a) 2% ao Mês

$$1 + i_{anual} = (1 +0,02)^{12} = 1,2682$$

$$i_{anual} = 1,2682 - 1 = 0,2682 = 26,82 \text{ a.a.}$$

Portanto, a taxa anual equivalente à taxa mensal de 2% é de 26,82% a.a.

b) 10% ao semestre

$$1 + i_{anual} = (1 +0,10)^2 = 1,21$$

$$i_{anual} = 1,21 - 1 = 0,2100 = 21,00 \% \text{ aa.}$$

Portanto, a taxa anual equivalente à taxa mensal de 10% a.s. é de 21,00 % a.a.

c) 4 % ao bimestre

$$1 + i_{anual} = (1 +0,04)^6 = 1,2653$$

$$i_{anual} = 1,2653- 1 = 0,2653 = 26,53 \% \text{ a.a.}$$

Portanto, a taxa anual equivalente à taxa mensal de 4% a.b. é de 26,53 % a.a.

Vá ao ambiente virtual e realize as atividades referentes a esta unidade.

5

Séries

Síntese:
Nesta unidade, mostramos os fluxos de caixa compostos por mais de um fluxo. Ou seja, não temos mais somente um capital para aplicar durante um determinado período e sim aplicações em séries ao longo de um período. Vamos ver como se montam e calcula as principais variáveis das séries.

Em todas as operações financeiras, vistas até agora, nós aplicávamos um determinado valor (PV), para resgatar após determinado período (FV), aplicando uma taxa de juros composta (n). Ocorriam apenas duas situações: a aplicação inicial e o resgate final. Esse tipo de operação é chamado de série de pagamento único, e pode ser representado pelo gráfico abaixo:

Nessa unidade, iremos estudar a situação onde temos mais de uma aplicação e/ou mais de um resgate. Quando estamos financiando uma compra, por exemplo, iremos receber um bem que vale determinado valor e iremos pagar esse financiamento em um número de prestações mensais. Veja que neste caso irão ocorrer mais de um pagamento.

No sentido inverso, outra situação típica é quando estamos poupando determinado valor através de aplicações regulares. Podemos ter dois tipos de situação: quando as prestações ou aplicações são de valores iguais, que chamaremos de séries homogêneas, e quando esses valores variam, os quais serão denominados de séries nãohomogêneas.

Séries homogêneas

Nas séries homogêneas, ou séries uniformes, todas as prestações são iguais e ocorrem a intervalos regulares de tempo.

Note que além do PV e do FV, já conhecidos, temos outra variável: o PMT. Ela significa as prestações regulares.

. Fórmulas das séries homogêneas

Para solucionar este tipo de problema temos que relacionar tanto o PV com o FV com a prestação. As fórmulas abaixo servem para fazer esta relação:

Dado PV, i e n para achar a prestação (PMT):

$$\mathbf{PMT = PV \,.\, \{[i.\ (1+i)^n] \;/\; [(1+i)^n-1]\}}$$

Dado PMT, i e n para achar o valor presente (PV):

$$\mathbf{PV = PMT.\ \{[(1+i)^n-1] \;/\; [i.\ (1+i)^n]\}}$$

Dado FV, i e n para achar a prestação (PMT):

$$\mathbf{PMT = FV \,.\, \{i \;/\; [(1+i)^n-1]\}}$$

Dado PMT, i e n para achar o valor futuro (FV):

$$\mathbf{FV = PMT \,.\, \{[(1+i)^n-1] \;/\; i\}}$$

Exercícios resolvidos

Obs.: iremos trabalhar com problemas onde a primeira prestação ocorre um mês após o empréstimo.

Exemplo 1: um automóvel custa à vista R$ 20.000,00 e pode ser pago em 12 parcelas mensais com juros de 2% ao mês. Qual o valor da prestação?

Solução: veja, neste problema temos uma série de pagamentos, as doze prestações. Queremos saber o valor dessas prestações (PMT).

Dados do problema:

PV = 20.000,00

n = 12

i = 2% a.m. = 0,02 am

PMT = ?

As mesmas regras das taxas de juros também serão válidas para os problemas de séries. Ou seja, as taxas devem estar na mesma unidade do tempo.

A partir dos dados do problema vemos que queremos achar PMT a partir do: PV, n e i.

A fórmula a ser usada será:

$PMT = PV . \{[i. (1+i)^n] / [(1+i)^n-1]\}$

Assim:

$PMT = 20.000 . \{ [0,02. (1+0,02)^{12}] / [(1+0,02)^{12} -1]\}$

$PMT = 20.000 . \{ [0,02. (1,02)^{12}] / [(1,02)^{12} -1]\}$

$PMT = 20.000 . \{ [0,02. 1,2682] / [1,2682 -1]\}$

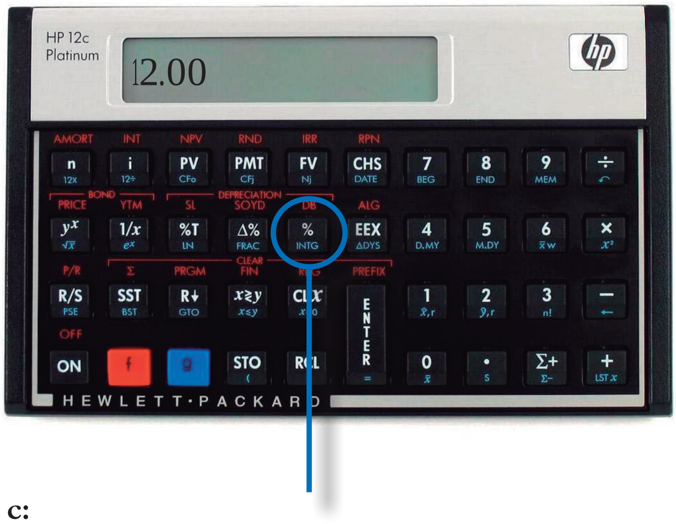
$PMT = 20.000 . \{0,0254 / 0,2682\}$

$PMT = 20.000 . 0,0947$

$PMT = 1.894,11$

Resposta: a prestação será de R$1.894,11. Essa resposta está aproximada, pois, tivemos que fazer alguns arredondamentos ao longo dos cálculos.

Uma alternativa para se resolver este tipo de problema é utilizar uma calculadora financeira. Este tipo de calculadora resolve os problemas de série sem a necessidade de aplicação das fórmulas. Se você estiver interessado, a calculadora mais usada pelos estudantes de administração, economia e contabilidade é a da empresa HP, a HP 12c. Veja o link no ambiente de nossa disciplina. Se fossemos resolver este mesmo problema usando a HP, faríamos da seguinte forma:



Na HP 12 c:

1) f CLEAR FIN
2) g END
3) PV
4) 12 n
5) 2 i
6) PMT
7) Resposta: 1.891,19

Note: a resposta, usando a HP, foi diferente; isso ocorre por conta dos arredondamentos.

Exemplo 2: o vendedor da loja oferece um sistema de som em oito parcelas mensais, iguais e seguidas de R$1.000. Sabendo que a primeira prestação vencerá um mês depois da compra, calcule o valor presente desse financiamento considerando a taxa de juro de 3,5% ao mês.

Dados do problema:

PMT= 1.000

i = 3,5 % a.m. = 0,035

n = 8 prestações mensais

PV = ?

Queremos achar o valor presente. Iremos usar, portanto, a equação:

$$\mathbf{PV = PMT. \{ [(1+i)^n-1] \ / \ [i. (1+i)^n]\}}$$

$$PV = 1.000. \{ [(1+0,035)^8-1] \ / \ [0,035. (1+0,035)^8]\}$$

$$PV = 1.000. \{ [(1,035)^8-1] \ / \ [0,035. (1,035)^8]\}$$

PV = 1.000. { [1,31681-1] / [0,035. 1,31681]}

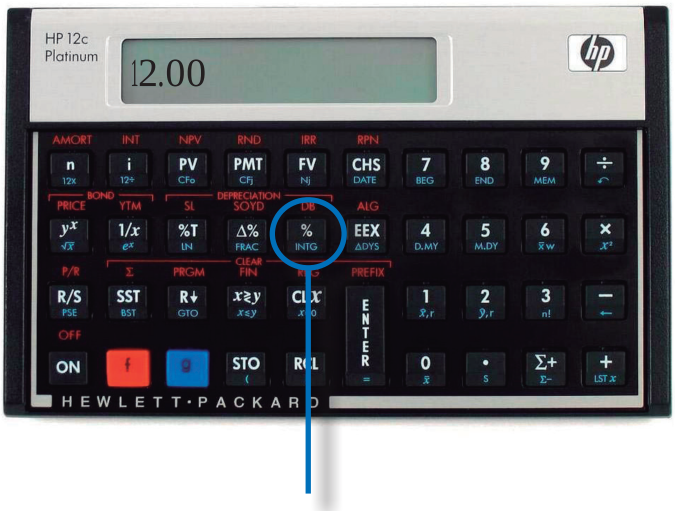
PV = 1.000. { 0,31681 / 0,04609}

PV = 1.000. 6,87373

PV = 6.873,73

O valor presente deste financiamento, ou valor financiado foi de R$ 6.873,73.

Usando a calculadora financeira, temos:



Na HP 12 c:

1) f CLEAR FIN
2) g END
3) 8 n
4) 3,5 i
5) 1000 CHS PMT
6) PV
7) Resposta: 6.873,96

Note: a resposta, usando a HP, foi diferente; isso ocorre por conta dos arredondamentos.

Exemplo 3: daqui a três meses você necessita ter acumulado R$3.000 para realizar uma viagem. Calcule quanto deveria aplicar, mensalmente, a partir do fim deste mês, considerando que as três aplicações serão iguais e remuneradas com a taxa de juro de 1% ao mês.

Dados do problema:

PMT= ?

i = 1,00 % am = 0,01

n = 3 prestações mensais

FV = 3.000

Queremos achar a aplicação mensal (PMT). Iremos usar, portanto, a equação:

$PMT = FV \;.\; \{i \;/\; [(1+i)^n-1]\}$

$PMT = 3.000 \;.\; \{0,01 \;/\; [(1+0,01)^3 - 1]\}$

$PMT = 3.000 \;.\; \{0,01 \;/\; [(1,01)^3 - 1]\}$

$PMT = 3.000 \;.\; \{0,01 \;/\; [1,030301 - 1]\}$

$PMT = 3.000 \;.\; \{0,01 \;/\; 0,030301\}$

$PMT = 3.000 \;.\; 0,330022$

$PMT = 990,06$

Resposta: Você deve depositar R$ 990,06 por mês.

Usando a calculadora:

Na HP 12 c:

1) f CLEAR FIN
2) g END
3) 3 n
4) 1 i
5) 3000 FV
6) PMT
7) Resposta: 990,07

Exemplo 4: a compra de um conjunto de móveis será paga em oito prestações de R$1.000, sendo que a primeira será paga no ato da compra. Calcule o valor dessa compra considerando a taxa de juro de 3,5% ao mês.

Dados do problema:

PMT= 1.000

i =3,5 % am = 0,035

n = 8 prestações mensais

PV = ?

Perceba que neste caso a primeira prestação ocorre no ato da compra, chamamos a este tipo de série, de antecipada. Para trabalharmos com este tipo de problema precisamos usar as seguintes fórmulas:

Dado PV, i e n para achar a prestação (PMT):

PMT = PV . { [i. $(1+i)^n$] / [$(1+i)^n$-1]} / (1+i)

Dado PMT, i e n para achar a o valor presente (PV):

PV = PMT. { [$(1+i)^n$-1] / [i. $(1+i)^n$]} . (1+i)

Neste caso iremos usar a segunda equação:

PV = PMT. { [$(1+i)^n$-1] / [i. $(1+i)^n$]} . (1+i)

PV = 1.000. { [$(1+0{,}035)^8$-1] / [0,035. $(1+0{,}035)^8$]} . (1+0,035)

PV = 1.000. { [$(1{,}035)^8$-1] / [0,035. $(1{,}035)^8$]} . (1,035)

PV = 1.000. { [1,316809-1] / [0,035. 1,316809]} . (1,035)

PV = 1.000. { 0,316809 / 0,046088} . (1,035)

PV = 1.000. 6,874002 . 1,035

PV = 1.000. 7,114592

PV = 7.114,592

Usando a calculadora:

Na HP 12 c:

1) f CLEAR FIN

2) g BEG **(Nos fluxos antecipados é necessário alterar para BEGIN)**

3) 8 n

4) 1000 CHS PMT

5) 3,5 i

6) PV

7) Resposta: 7.114,54

Séries não homogêneas

Nas séries nãohomogêneas, os fluxos se apresentam de maneira diversa, podendo aparecer tanto em intervalos de tempo variáveis como em valores diferentes, como podem, inclusive, aparecer fluxos negativos e positivos.

Exemplo:

Para obter-se respostas a esses problemas de fluxos irregulares devemos trazer todos os fluxos para a data zero através da fórmula de juros compostos.

$$\mathbf{PV = FV / (1 + i)^n}$$

Exemplo: Vamos supor que você tem para receber de determinado investimento os seguintes valores mensais.

Mês	VALOR
01	+300
02	+600
03	+8000
04	+400

Calcular o valor presente do fluxo acima, para uma taxa de 3% ao a.m.:

Solução: o valor presente na data zero é a soma dos valores (fluxos) trazidos para data zero. Temos que trazer cada um dos fluxos para a data zero, utilizando a fórmula de juros compostos:

$$\mathbf{PV = FV / (1 + i)^n}$$

No primeiro mês, você deve receber R$ 300,00, então iremos trazer esse fluxo para o momento zero da seguinte forma:

$PV = 300 / (1 + 0{,}03)^1 = 300/ 1{,}03 = 291{,}26$

O primeiro fluxo na data zero equivale a R$ 291,26.

Trazendo o fluxo do segundo mês (R$ 600,00), temos:

$PV = 600 / (1 + 0{,}03)^2 = 600/ 1{,}060900 = 565{,}56$

O segundo fluxo na data zero equivale a R$ 565,56.

Trazendo o fluxo do terceiro mês (R$ 8000,00), temos:

$PV = 8000 / (1 + 0{,}03)^3 = 8000/ 1{,}092727 = 7321{,}13$

O terceiro fluxo na data zero equivale a R$ 7321,13.

Trazendo o fluxo do quarto mês (R$ 400,00), temos:

$PV = 400 / (1 + 0{,}03)^4= 400 /1{,}125509 = 355{,}39$

O quarto fluxo na data zero equivale a R$ 355,39.

Mês	VALOR	FLUXOS NA DATA ZERO
01	+300	R$ 291,26
02	+600	R$ 565,56
03	+8000	R$ 7321,13
04	+400	R$ 355,39
Total dos fluxos na data zero		R$ 8533,34

Vá ao ambiente virtual e realize as atividades referentes a esta unidade.

Resposta: o valor presente do fluxo de caixa, para uma taxa de 3% ao a.m. é de R$ 8.533,34.

6

Amortização

Síntese:

Nesta unidade, apresentamos um tipo de pagamento especial, chamado de amortização, considerando o seu conceito, os modelos existentes no mundo e o utilizado no Brasil.

O termo **amortização** é normalmente usado para designar o ato de pagar uma prestação, de um financiamento. Podemos dizer, entretanto, que amortização é mais específico do que pagar prestações. O termo de fato significa o ato de reduzir um valor original de um empréstimo. "Amortização refere-se exclusivamente ao pagamento do principal (capital emprestado), o qual é efetuado, geralmente, mediante parcelas periódicas (mensais, trimestrais, etc.)" (ASSAF NETO, 2003, p.349).

Expliquemos o que seja amortização dando exemplos. Suponha que você tenha pedido um empréstimo de R$ 1.000,00, para pagar com um mês a uma taxa de 5 % a.m. No ato do pagamento do empréstimo, ao final do mês, você iria desembolsar R$ 1.000,00, referente à amortização, e R$ 50,00 (5% de 1.000,00) de juros totalizando R$ 1.050,00.

Suponha, porém, que você tenha somente R$ 550,00 para pagar o empréstimo naquele mês. Se a pessoa que lhe emprestou aceitar que você não pague o valor total naquele mês, você iria pagar os R$ 550,00, sendo que R$ 50,00 seriam para pagamento dos juros e R$ 500,00 para amortizar o principal. O seu saldo devedor ficaria então de R$ 500,00. No final do outro mês iriam incidir 5 % de juros sobre o saldo devedor de R$ 500,00 (os juros sempre incidem sobre o saldo devedor), totalizando 25,00. Você teria que pagar ao final do mês dois R$ 500,00, referente à amortização, e R$ 25,00 de juros, totalizando R$ 525,00.

Note que quando estamos falando de amortização sempre é referente a um pagamento do valor original contratado. Os sistemas de amortização são deste modo modelos de pagamento de empréstimo. Os três principais modelos são: o sistema americano, o sistema de amortização constante e o sistema francês (chamado também de modelo Price).

Nesta unidade, iremos estudar, através de exemplos, cada um desses sistemas.

Sistema de amortização americano

A principal característica deste sistema é que a amortização vai acontecer somente na última prestação. Nas outras, ocorre somente o pagamento dos juros.

Características

- Valor de amortização: no final
- Valor de juros:constante
- Valor de prestação: constante, e maior no final

Exemplo:

Vamos supor que você tenha feito um empréstimo de R$ 1.000,00 para ser pago em 04 prestações pelo método americano de amortização, e que a taxa de juros foi de 10% ao mês.

A tabela a seguir, que chamaremos de tabela de amortização, mostra a situação na data zero. Somente um saldo devedor de R$ 1.000,00.

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01				
02				
03				
04				

Ao final do mês 01 irá ocorrer a incidência de juros sobre o saldo devedor. Que será de 10% sobre R$ 1.000,00 totalizando R$ 100,00.

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01			R$ 100,00	
02				
03				
04				

Neste mês, por esse sistema, você teria que pagar esses juros, portanto a prestação seria de R$ 100,00 e não iria ocorrer amortização do principal que ficaria inalterado.

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01	R$ 100,00	-	R$ 100,00	R$ 1.000,00
02				
03				
04				

No segundo e terceiro mês teríamos o mesmo procedimento.

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01	R$ 100,00	-	R$ 100,00	R$ 1.000,00
02	R$ 100,00	-	R$ 100,00	R$ 1.000,00
03	R$ 100,00	-	R$ 100,00	R$ 1.000,00
04				

No último período iria ocorrer a amortização total do empréstimo, que somado aos juros do quarto mês gerariam uma prestação de R$ 1100,00.

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01	R$ 100,00	-	R$ 100,00	R$ 1.000,00
02	R$ 100,00	-	R$ 100,00	R$ 1.000,00
03	R$ 100,00	-	R$ 100,00	R$ 1.000,00
04	R$ 1.100,00	R$ 1.000,00	R$ 100,00	0,00

A prestação é igual à soma da amortização com os juros. Ou seja, a prestação, R$ 1.000,00, está amortizando o principal, e R$ 100,00 está servindo para pagar os juros do quarto mês.

Sistema de amortização constante (SAC)

A principal característica deste sistema, o nome já diz tudo, é que as amortizações em cada período são iguais, ou constantes.

Características

- Valor de amortização:constante
- Valor de juros:decrescente
- Valor de prestação:decrescente

Exemplo:

Vamos utilizar o mesmo exemplo anterior. Ou seja: empréstimo de R$ 1.000,00 em 04 prestações com taxa de juros de 10% ao mês. O que vai mudar é tão somente o método de amortização.

A tabela a seguir, que chamaremos de tabela de amortização, mostra a situação na data zero. Somente um saldo devedor de R$ 1.000,00.

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01				
02				
03				
04				

Por esse método, sabemos que a amortização será constante ao longo dos quatro períodos. Assim, iremos amortizar R$ 1.000,00 em quatro períodos, o que significa que, a cada mês, a amortização será de R$ 250,00 (1.000/4). Vamos começar, então, preenchendo os campos de amortização da tabela:

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01		R$ 250,00		
02		R$ 250,00		
03		R$ 250,00		
04		R$ 250,00		

No primeiro mês irá incidir 10% de juros sobre o saldo devedor de R$ 1.000,00 (R$100,00). Por esse sistema, você terá que pagar uma prestação que é relativa à soma dos juros do período (R$ 100,00) com a amortização (R$ 250,00).

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01	R$ 350,00 (250+100)	R$ 250,00	R$ 100,00	R$ 750,00
02		R$ 250,00		
03		R$ 250,00		
04		R$ 250,00		

Como você pode ver na tabela acima, o saldo devedor foi reduzido em R$ 250,00, que é a amortização do mês 01.

Seguindo para o segundo mês, iriam ocorrer juros de 10% sobre o saldo devedor de R$ 750,00 (R$ 75,00). A prestação do segundo mês será de R$ 250,00 (amortização) + R$ 75,00 (juros) = R$ 225,00. O saldo devedor será de R$ 500,00 (750,00 – 250,00). Veja:

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01	R$ 350,00 (250+100)	R$ 250,00	R$ 100,00	R$ 750,00
02	R$ 325,00	R$ 250,00	R$ 75,00	R$ 500,00
03		R$ 250,00		
04		R$ 250,00		

Se continuarmos com esse mesmo procedimento até o quarto mês:

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01	R$ 350,00 (250+100)	R$ 250,00	R$ 100,00	R$ 750,00
02	R$ 325,00	R$ 250,00	R$ 75,00	R$ 500,00
03	R$ 300,00	R$ 250,00	R$ 50,00	R$ 250,00
04	R$ 275,00	R$ 250,00	R$ 25,00	0,00

Perceba que em todos os modelos o saldo devedor deve ser zero. No segundo e terceiro mês teríamos o mesmo procedimento.

Sistema de amortização francês (PRICE)

Neste modelo de amortização a prestação é constante. Os juros e as amortizações variam. Este modelo é o mais usado em nossa economia. Toda vez que você compra no comércio um bem a prazo, com prestações constantes (iguais), você está aceitando um modelo Price de amortização.

Características

- Valor de amortização: crescente
- Valor de juros: decrescente
- Valor de prestação: constante

Para acharmos o valor da prestação, temos que usar a fórmula das séries, vistas na unidade anterior. Vejamos como ficará a planilha de amortização para um modelo Price, tomando como base o mesmo exemplo anterior.

Exemplo:

O primeiro passo é calcular a prestação, temos então os seguintes dados:

PV = 1.000,00

n = 4 meses

i = 10% ao mês = 0,10

Aplicando a fórmula das séries postecipadas, onde os pagamentos ocorrem ao final dos períodos, temos:

PMT = PV . { [i. $(1+i)^n$] / [$(1+i)^n$-1]}

PMT = 1.000 . { [0,10. $(1+0,10)^4$] / [$(1+0,10)^4$-1]}

PMT = 1.000 . { [0,10. $(1,10)^4$] / [$(1,10)^4$-1]}

PMT = 1.000 . { [0,10. 1,4641] / [1,4641-1]}

PMT = 1.000 . { 0,14641 / 0,4641}

PMT = 1.000 . 0,315471

PMT = 315,470804

Você terá que pagar quatro prestações mensais de R$ 315,47.

Veja tabela abaixo:

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01	R$ 315,47			
02	R$ 315,47			
03	R$ 315,47			
04	R$ 315,47			

Os juros do mês 01 serão de R$ 100,00. Como a prestação deve ser a soma dos juros com a amortização, então, a amortização deste mês será R$ 315,47 – R$ 100,00 = R$ 215,47. O saldo devedor, portanto, será de R$ 1.000,00 - R$ 215,47 = R$ 784,53. Veja:

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01	R$ 315,47	R$ 215,47	R$ 100,00	R$ 784,53
02	R$ 315,47			
03	R$ 315,47			
04	R$ 315,47			

No segundo mês, os juros serão de R$ 78,45 (10% de 784,53) e a amortização de R$ 237,02 (315,47 – 78,45). O saldo devedor será de R$ 547,51. Assim:

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01	R$ 315,47	R$ 215,47	R$ 100,00	R$ 784,53
02	R$ 315,47	R$ 237,02	R$ 78,45	R$ 547,51
03	R$ 315,47			
04	R$ 315,47			

Seguindo o mesmo procedimento temos os seguintes resultados para os meses 03 e 04:

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
00	-	-	-	R$ 1.000,00
01	R$ 315,47	R$ 215,47	R$ 100,00	R$ 784,53
02	R$ 315,47	R$ 237,02	R$ 78,45	R$ 547,51
03	R$ 315,47	R$ 260,72	R$ 54,75	R$ 286,79
04	R$ 315,47	R$ 286,79	R$ 28,68	0,00

Vá ao ambiente virtual e realize as atividades referentes a esta unidade.

Obs.: devido aos constantes arredondamentos poderia ocorrer a situação do saldo devedor não ser zero ao final dos pagamentos. Normalmente a diferença é de um centavo que iria ser incorporada, ou reduzida, à última prestação.

7

Ferramentas para análise de investimento

Síntese:
Nesta unidade, vamos conhecer alguns métodos para avaliar as alternativas de investimentos. Estas ferramentas servirão de base para quando você estiver cursando a disciplina de Administração Financeira.

Os dois mais importantes métodos matemáticos os quais são utilizados na análise de Investimento ou Financiamento são: o Valor Presente Líquido (VPL) e a Taxa Interna de Retorno (TIR).

Valor presente líquido (VPL)

O Valor Presente Líquido de um fluxo de caixa é a soma de todos os valores do fluxo na data zero. Vamos exemplificar. Suponha que você esta pensando em fazer um investimento de R$ 1.000,00 esperando obter o retorno em 03 x R$ 600,00 mensais.

Ou seja:

Data	Fluxo
00	R$ (1.000,00)
01	R$ 600,00
02	R$ 600,00
03	R$ 600,00

Obs.: o fluxo na data zero está entre parênteses significando ser um investimento, saída de caixa, ou seja, valor negativo, inclusive podendo aparecer na cor vermelha quando da utilização de alguma planilha de cálculo como a Excel da Microsoft.

O procedimento para se achar o Valor Presente Líquido é trazer para data zero todos os fluxos e depois somá-los. Para trazermos para data zero os fluxos precisamos estipular a taxa de juros, não é mesmo?

Vamos supor que a taxa de juros seja de 5% a.m. Teremos então:

Fluxo de R$ 1.000,00 na data zero = não precisa trazer, pois já está na data zero.

Fluxo de R$ 600,00 na data 1. (FV = 600,00 , i = 0,05 am e n = 1 mês)

Utilizando a fórmula de juros compostos: $FV = PV \cdot (1 + i)^n$

$600{,}00 = PV \cdot (1 + 0{,}05)^1$

$600{,}00 = PV \cdot 1{,}05$

$PV = 600{,}00 / 1{,}05$

$PV = 571{,}43$

Fluxo de R$ 600,00 na data 2. (FV = 600,00 , i = 0,05 a.m. e n = 2 mês)

Utilizando a fórmula de juros compostos: $FV = PV \cdot (1 + i)^n$

$600{,}00 = PV \cdot (1 + 0{,}05)^2$

$600{,}00 = PV \cdot 1{,}05^2$

$600{,}00 = PV \cdot 1{,}1025$

$PV = 600{,}00 / 1{,}1025$

$PV = 544{,}22$

Fluxo de R$ 600,00 na data 3. (FV = 600,00 , i = 0,05 a.m. e n = 3 mês)

Utilizando a fórmula de juros compostos: $FV = PV . (1 + i)^n$

$600,00 = PV . (1 + 0,05)^3$

$600,00 = PV . 1,05^3$

$600,00 = PV . 1,157625$

$PV = 600,00 / 1,157625$

$PV = 518,3$

Resumindo os valores encontrados, teríamos:

Data	Fluxo	Fluxo na data zero
00	R$ (1.000,00)	R$ (1.000,00)
01	R$ 600,00	R$ 571,43
02	R$ 600,00	R$ 544,22
03	R$ 600,00	R$ 518,30

Agora é só somar a última coluna para obtermos o Valor Presente Líquido. O VPL será então de: VPL =-1.000+571,43+544,22+518,3 = R$1.127,57.

Mais importante do que saber calcular o VPL é entender o seu significado. Esta medida financeira está entre as melhores para se avaliar a viabilidade de investimentos. Ela significa o valor líquido do investimento no momento na data zero, ou seja, é como se você fosse retornar o investimento no mesmo momento em que você estivesse investindo. Os fluxos são trazidos utilizando uma taxa de juros. Se aumentarmos essa taxa teríamos um retorno VPL menor. Se a taxa fosse de 10% ao mês o VPL seria de R$ 901,92, como demonstramos na tabela a seguir:

Data	Fluxo	Fluxo na data zero
00	R$ (1.000,00)	R$ (1.000,00)
01	R$ 600,00	R$ 545,45
02	R$ 600,00	R$ 495,87
03	R$ 600,00	R$ 450,79
04	R$ 600,00	R$ 409,81
	VPL =	**R$ 901,92**

Vamos supor uma taxa de 50 % ao mês, então o VPL seria negativo de:

- R$ 37,04. Veja tabela:

Data	Fluxo	Fluxo na data Zero
00	R$ (1.000,00)	R$ (1.000,00)
01	R$ 600,00	R$ 400,00
02	R$ 600,00	R$ 266,67
03	R$ 600,00	R$ 177,78
04	R$ 600,00	R$ 118,52
	VPL =	R$ (37,04)

Neste caso, o projeto seria rejeitado, por apresentar retorno negativo.

A regra para aceitação dos investimentos é:

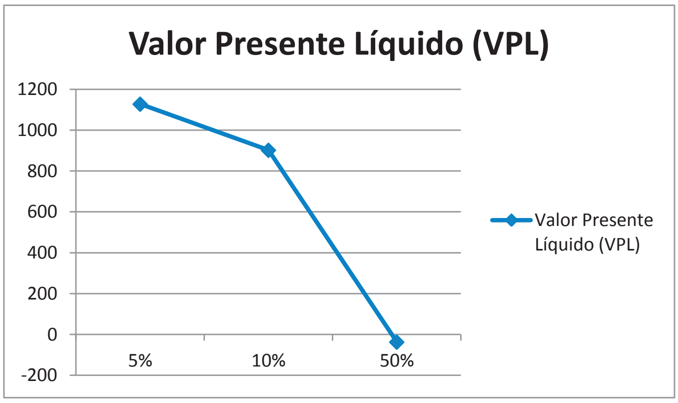
VPL	Decisão
Positivo (VPL >0)	Aceitar o investimento
Positivo (VPL = 0)	Aceitar o investimento
Negativo (VPL <0)	Rejeitar o investimento

Taxa interna de retorno (TIR)

A Taxa Interna de Retorno (TIR) de um fluxo de caixa da operação é a taxa real de juros da operação financeira, é aquela em que o VPL é zero. Veja a tabela abaixo, que foi feita a partir do exemplo anterior.

Taxa mensal (i)	Valor Presente Líquido (VPL)
5%	R$1.127,57
10%	R$ 901,92
50%	- R$ 37,04

Se fossemos colocar esses valores em um gráfico:



Veja que para uma taxa próxima de 50% ao mês o VPL será negativo.

Vamos tentar encontrar essa taxa, que será a Taxa Interna de Retorno (TIR).

Vamos tentar 46%:

Data	Fluxo	Fluxo na data Zero
00	R$ (1.000,00)	R$ (1.000,00)
01	R$ 600,00	R$ 410,96
02	R$ 600,00	R$ 281,48
03	R$ 600,00	R$ 192,79
04	R$ 600,00	R$ 132,05
	VPL =	R$ 17,28

Veja que o VPL ainda não é zero, mas está mais próximo que a taxa de 50%. Vamos testar algumas taxas até encontrar a que vai zerar o VPL:

Para i = 47% ao mês:

Data	Fluxo	Fluxo na data Zero
00	R$ (1.000,00)	R$ (1.000,00)
01	R$ 600,00	R$ 408,16
02	R$ 600,00	R$ 277,66
03	R$ 600,00	R$ 188,89
04	R$ 600,00	R$ 128,49
	VPL =	R$ 3,20

Para i = 47,2% ao mês:

Data	Fluxo	Fluxo na data Zero
00	R$ (1.000,00)	R$ (1.000,00)
01	R$ 600,00	R$ 407,61
02	R$ 600,00	R$ 276,91
03	R$ 600,00	R$ 188,12
04	R$ 600,00	R$ 127,80
	VPL =	R$ 0,43

Para i = 47,23% ao mês:

Data	Fluxo	Fluxo na data Zero
00	R$ (1.000,00)	R$ (1.000,00)
01	R$ 600,00	R$ 407,53
02	R$ 600,00	R$ 276,80
03	R$ 600,00	R$ 188,00
04	R$ 600,00	R$ 127,69
	VPL =	R$ 0,02

Para i = 47,231% ao mês:

Data	Fluxo	Fluxo na data Zero
00	R$ (1.000,00)	R$ (1.000,00)
01	R$ 600,00	R$ 407,52
02	R$ 600,00	R$ 276,79
03	R$ 600,00	R$ 188,00
04	R$ 600,00	R$ 127,69
	VPL =	R$ 0,00

Pronto, já encontramos a taxa interna de retorno, ela é 47,231% ao mês (TIR= 47,231% ao mês). Quanto à última taxa calculada, nós podemos dizer ser a taxa de retorno do investimento.

Resumindo: os dados de todas as taxas testadas, temos:

Taxa	Valor Presente Líquido (VPL)
5,00%	1127,57
10,00%	R$ 901,92
46,00%	R$ 17,28
47,00%	R$ 3,20
47,20%	R$ 0,43
47,23%	R$ 0,02
47,231%	R$ 0,00
50,00%	(R$ 37,04)

Da mesma forma que o VPL, podemos estipular regras de aceitação ou não de projetos de investimento, tomando como base da TIR:

TIR	Decisão
Positivo (TIR >0)	Aceitar o investimento
Positivo (TIR = 0)	Aceitar o investimento
Negativo (TIR <0)	Rejeitar o investimento

Vá ao ambiente virtual e realize as atividades referentes a esta unidade.

Uma forma de agilizar os cálculos da TIR é o uso das planilhas eletrônicas, como Excel. Nela também você vai encontrar no assistente de funções (funções financeiras) uma forma mais direta para encontrar a TIR e o VPL.

Referências

ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática Financeira e suas aplicações**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

PUCCINI, Abelardo de Lima. **Matemática Financeira Objetiva e Prática**. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2004.

GHIGONETTO, Marcello. **A origem dos números**. 2009. Disponível em http://www.blogdacomunicacao.com.br/a-origem-dos-numeros/. Acesso: 1 de agosto de 2014.

Currículo do autor

Flávio Machado Moita é professor assistente da Universidade Federal do Amazonas (UFAM) onde atua desde 2006. Quanto à formação: é graduado em Engenharia Mecânica pela Universidade de Fortaleza; especialista em Engenharia da Produção pela Universidade Federal do Ceará; tem especialização em Extração e Beneficiamento de Rochas Ornamentais pela Universidade Estadual do Ceará; Mestre em Administração de Empresas pela Universidade Estadual do Ceará, área de concentração em administração de pequenas e médias empresas. Atualmente, é coordenador do curso de especialização em Gerência Financeira Empresarial da UFAM. Também ministra aulas de pós-graduação no curso de Planejamento Estratégico Empresarial (UFAM).