

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS - UFAM**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA DE ITACOATIARA – ICET**  
**CURSO DE LICENCIATURA EM CIÊNCIAS: MATEMÁTICA E FÍSICA**

**ANDERSON DEODATO DA SILVA**

**O USO DA REALIDADE AUMENTADA NO ENSINO DOS POLIEDROS DE  
PLATÃO E DA RELAÇÃO DE EULER NA 2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO NA  
ESCOLA ESTADUAL PROFESSORA MIRTES ROSA DE MENDES DE  
MENDONÇA LIMA NO MUNICÍPIO DE ITACOATIARA - AM**

Itacoatiara - AM

2021

**ANDERSON DEODATO DA SILVA**

**O USO DA REALIDADE AUMENTADA NO ENSINO DOS POLIEDROS DE  
PLATÃO E DA RELAÇÃO DE EULER NA 2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO NA  
ESCOLA ESTADUAL PROFESSORA MIRTES ROSA DE MENDES DE  
MENDONÇA LIMA NO MUNICÍPIO DE ITACOATIARA - AM**

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Ciências: Matemática e Física do Instituto de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal do Amazonas, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de licenciado em Matemática e Física.

**Orientadora:** Profa. Ma. Ana Paula Faccio.

Itacoatiara - AM

2021

## Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

S586u	<p>Silva , Anderson Deodato da</p> <p>O uso da realidade aumentada no ensino dos poliedros de Platão e relação de Euler na 2ª série do ensino médio na Escola Estadual Professora Mirtes Rosa de Mendes de Mendonça Lima no município de Itacoatiara - Am / Anderson Deodato da Silva . 2021 60 f.: il. color; 31 cm.</p>
	<p>Orientadora: Ana Paula Faccio TCC de Graduação (Licenciatura Plena em Ciências - Matemática e Física) - Universidade Federal do Amazonas.</p>
	<p>1. Poliedros de Platão. 2. Relação de Euler . 3. Realidade Aumentada. 4. Software Gemetrix. I. Faccio, Ana Paula. II. Universidade Federal do Amazonas III. Título</p>

## DEDICATÓRIA

*A minha família, que me apoiou nos momentos mais difíceis  
Aos meus pais por sempre ter acreditado em mim.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus em primeiro lugar, pela força e pela coragem de ter chegado até aqui.

Aos meus amigos pela força.

Aos meus irmãos pelo apoio.

A minha orientadora pela paciência e persistência em me orientar nesse trabalho.

*“A Geometria existe por toda a parte. É preciso,  
porém, olhos para vê-la, inteligência para  
compreendê-la e alma para admirá-la.”*

## RESUMO

O ensino e aprendizagem nas salas de aula passa por momentos de transformação que ocorrem devido às novas tecnologias, que aos poucos, vão se inserindo e interligando as atividades educativas. Dentre as tecnologias, a Realidade Aumentada (RA) aparece com a finalidade de promover melhorias no compartilhamento de conhecimentos entre alunos e professores. Essa tecnologia foi utilizada em nosso trabalho como estratégia didática para ensinar alunos do 2<sup>a</sup> ano da Escola Estadual Professora Mirtes Rosa de Mendes de Mendonça Lima (Itacoatiara – AM), os conteúdos de Geometria Espacial, Poliedros de Platão e Relação de Euler. Os discentes utilizaram a tecnologia RA em dispositivos móveis, a partir do software Geometrix, onde buscou-se dar ênfase na visualização tridimensionais, e em elementos e características dos sólidos de Platão. Os métodos utilizados durante o trabalho de campo, e para a coleta dos dados dessa pesquisa foram: a aplicação de questionários e observação- participante. Os resultados foram satisfatórios em relação ao uso da tecnologia RA, ficou evidente pelas respostas dos alunos o quão importante e proveitoso é fazer uso desse tipo de ferramenta em sala de aula.

**Palavras-chaves:** Poliedros de Platão. Relação de Euler. Realidade Aumentada. Software Geometrix.

## Abstract

Teaching and learning in classrooms goes through moments of transformation that occur due to new technologies, which, little by little, are inserted and interconnected with educational activities. Among these technologies, Augmented Reality (AR) has been growing in the educational environment, for superposing environments and virtual objects on a real environment. This technology was used in our work as a didactic strategy to teach 2nd year students at the State School Professor Mirtes Rosa de Mendes de Mendonça Lima (Itacoatiara – AM), the contents of Spatial Geometry, Plato's Polyhedra and Euler's Relation. The students used AR technology on mobile devices, from the Geometrix software, which sought to emphasize the three-dimensional visualization, and elements and characteristics of Plato's solids. The methods used during the field work, and for data collection for this research were: the application of questionnaires and participant observation. The results were satisfactory in relation to the use of AR technology, it was evident from the students' answers how important and useful it is to make use of this type of tool in the classroom.

**Keywords:** Plato's Polyhedra. Euler's relationship. Augmented Reality. Geometrix Software.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Elementos de um Poliedro.....	21
Figura 2 – Poliedros Convexos.....	22
Figura 3 – Poliedros Não Convexos.....	22
Figura 4 – Poliedros Regulares.....	23
Figura 5 – Poliedros de Platão.....	24
Figura 6 – Elementos do Octaedro.....	27
Figura 7 – Funcionamento de um Aplicativo de Realidade Aumentada.....	27
Figura 8 - Faces, Arestas e Vértices do Sólido Geométrico.....	31
Figura 9- Aplicativo para Dispositivo Móvel de Realidade Aumentada.....	31
Figura 10 – A) e B) Alunos respondendo o Questionário.....	57
Figura 11 – A) e B) Explicação do assunto.....	58
Figura 12 –A); B); C) e D) Alunos usando o Software.....	60

## SÚMARIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	9
<b>2. JUSTIFICATIVA</b> .....	11
<b>3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	12
<b>4. GEOMETRIA</b> .....	14
<b>4.1. Geometria no Contexto Histórico</b> .....	14
4.1.1. Platão .....	16
4.1.2. Euler .....	17
<b>4.2. Geometria Espacial</b> .....	17
4.2.1. Poliedros .....	19
4.2.2. Poliedro Regular .....	20
4.2.3. Poliedro de Platão.....	21
4.2.4. Poliedros na Sociedade.....	22
4.2.5. Relação de Euler.....	24
4.2.6. Pensamentos Geométricos e a Importância da Visualização Tridimensional 25	
<b>5. REALIDADE AUMENTADA</b> .....	27
<b>5.1. Aspectos e Funcionamentos Tecnológicos da Realidade Aumentada</b> .....	27
<b>5.2. A Realidade Aumentada em Sala de Aula</b> .....	30
<b>5.3. O uso do Software Geometrix em Sala de Aula</b> .....	31
<b>6. PROPOSTA DE INTERVENÇÃO</b> .....	34
<b>7. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> .....	37
7.1. Dados Coletados a partir do Primeiro Questionário.....	37
7.2. Oficina: Revisão da Geometria Espacial .....	40
7.3. Dados coletados durante a Oficina com o uso do Software Geometrix ....	43
7.4. Dados coletados a partir do Segundo Questionário .....	44
<b>8. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	47
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	48
<b>ANEXO 1 – QUESTIONÁRIO 1</b> .....	52
<b>ANEXO 2 – ATIVIDADE APLICADA</b> .....	54
<b>ANEXO 3 – QUESTIONÁRIO 2</b> .....	55
<b>ANEXO 4 – FOTOS DA APLICAÇÃO DO TRABALHO</b> .....	57

## 1. INTRODUÇÃO

A nossa sociedade passa por momentos de transformação. Essas mudanças ocorrem devido às novas tecnologias, que aos poucos, vão se interligando as atividades educativas. A revolução do mundo globalizado e a velocidade das informações trouxe consigo inúmeros conflitos que, por sua vez, atingem todas as áreas sociais. A educação não poderia escapar dessas mudanças. Cada vez mais a tecnologia se faz presente nas escolas e nos recursos pedagógicos dos profissionais da educação, seja pelo uso de equipamentos tecnológicos ou por meio de projetos envolvendo educação e tecnologia.

Segundo Valente (2002) essas tecnologias podem contribuir para uma educação mais adequada à nossa sociedade colaborando para a aprendizagem de diversos conteúdos, possibilitando a criação de espaços de interação e comunicação, permitindo novas formas de expressão criativa, de realização de projeto e de reflexão crítica.

A utilização da tecnologia no espaço educativo, está cada vez, mais necessária, pois torna a aula mais atrativa, proporcionando aos alunos uma dinâmica nos conteúdos relacionada ao ambiente que ele está inserido, no período de pandemia fez-se necessário o uso da tecnologia em todos os ambientes, o que reafirma a importância dos recursos tecnológicos para uma vida em sociedade.

O uso da tecnologia na educação pode ser uma alternativa plausível para melhorar o processo ensino. A tempos atrás, as ferramentas tecnológicas em sala de aula eram vistas como um simples aparato para entendimento, uma vez que, argumentava-se que a grande maioria não tinha acesso ao equipamento em casa ou à internet. Contudo, hoje esta realidade está mudando, usar a tecnologia no Ensino Médio está se tornando essencial. Ao lidarmos com uma geração altamente conectada, não há nada melhor do que fazer uso dessas ferramentas como um mecanismo educacional.

Além disso, com o surgimento das TICs (Tecnologias da Informação e Comunicação) tem-se vislumbrado mudanças e progressos nos métodos tradicionais de ensino. O uso das tecnologias tem possibilitado um aprendizado mais significativo, modificando a forma como o conhecimento é compartilhado entre professores e alunos na sala de aula (PRENSKY, 2012).

Os PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - 2000) afirmam que as TICs romperam fronteiras físicas para desenvolver a aprendizagem, pois antes a escola era considerada o lugar detentor do saber, hoje o aprendizado se desenvolve em qualquer lugar, pois as tecnologias possibilitaram o acesso as informações em ambientes inusitados, ônibus, lanchonetes e outros ambientes que possibilitem, por exemplo, o uso do aparelho celular, o qual

é um dos aparelhos mais portátil e no qual poderemos acessar a internet buscando conhecimento.

Diante das diversas possibilidades de inovação no campo educacional, esta pesquisa tem como tema: O uso da Realidade Aumentada (RA) no ensino dos Poliedros de Platão na Relação de Euler aplicado na 2ª Série do Ensino Médio da escola estadual Professora Mirtes Rosa de Mendes de Mendonça Lima localizada no município de Itacoatiara - AM, através da utilização do software Geometrix e com auxílio de um dispositivo tecnológico (celular, tablete ou notebook). O objetivo da pesquisa demonstrar, para os professores da Escola Mirtes Rosa, a conveniência da utilização da Realidade Aumentada (RA) como instrumento facilitador da Aprendizagem do conteúdo Poliedros de Platão na Relação de Euler, utilizando o software geometrix através do bitmap.

A Realidade Aumentada é uma tendência no mercado corporativo e tem sido, cada vez mais, objeto de estudo. Na educação, a RA apresenta potencial para proporcionar o desenvolvimento de uma nova visão na forma de instigar o aluno a ser agente do seu próprio aprendizado. Essa tecnologia está alinhada com um novo perfil de pessoas: àquelas que vivem na era digital. Assim, a Realidade Aumentada pode tornar-se um importante “facilitador” do ensino-aprendizagem na educação ao ser aplicada no aprimoramento ou desenvolvimento de objetos de aprendizagem (MASETTO, 2010).

A finalidade da pesquisa não é solucionar o problema do ensino da matemática concernente aos Poliedros de Platão e a Relação de Euler, mas, servir como uma ferramenta para elevar o nível de ensino e aprendizagem quanto aos conteúdos supracitados. A realidade aumenta aplicada no ensino da Geometria Espacial se apresenta como uma possível solução a ser desenvolvida. Essa tecnologia, que é caracterizada pela capacidade de gerar objetos virtuais 3D sobre uma imagem do mundo real, através de dispositivo tecnológico (KIRNER, 2008).

Portanto, o uso da realidade aumentada em sala de aula, é um recurso pedagógico acessível e de baixo custo cujas possibilidades estão apenas começando a serem exploradas..

A propósito, compreendemos que o uso da tecnologia como ferramenta de ensino faz parte do contexto cultural e social das crianças e dos jovens atualmente e, é nesse contexto que vislumbramos a relevância da utilização de objetos virtuais nas aulas de matemática.

Assim, consideramos que a utilização da tecnologia no processo de ensino é cada vez mais frequente, ela pode proporcionar aos educadores a oportunidade de utilizar metodologias diversificadas, fazendo com os estudantes possam interagir com os conteúdos, dessa forma deixam de ser meros ouvintes para tornar-se alunos participativos em sala de aula.

## 2. JUSTIFICATIVA

O ensino e aprendizagem da Geometria quando ensinada de forma remota, segundo relatos de alunos e professores, é difícil fazer os alunos entender ideias relacionadas a figuras sejam planas ou espaciais. Durante o estágio de observação nas escolas públicas de Ensino Médio e Fundamental de Itacoatiara-AM, parecemos a dificuldade de professores quando abordam o tema, levar alunos a compreender termos como arestas, faces e vértice de forma abstrata sem uma demonstração plausível é uma tarefa árdua para os educadores.

As nossas vidas são cada vez mais recheadas de inovações, dentre elas salas virtuais, estamos inseridos em um ambiente onde pessoas se comunicam através de aplicativos, dessa forma a educação não pode se ater a pincel e quadro branco, precisamos inovar, modernizá-la.

A sociedade atual é dinâmica e cobra versatilidade, flexibilidade e disposição para enfrentarmos o dia a dia. A escola não é diferente, precisa ser eficaz e igualmente volúvel para conseguir cumprir com a missão de preparar cidadãos capazes de viver nesta sociedade globalizada. Nessa perspectiva a pesquisa tem como uma de suas finalidades levar a tecnologia para o ambiente escolar, relacionar teoria, não fugir do currículo escolar, mas, inovar as ações dos educadores inserindo a RA em assuntos como Poliedros de Platão e Relação de Euler, com auxílio do software Geometrix nas aulas de Geometria Espacial, dessa forma estaremos usando além de caderno, caneta, quadro e livro didático o equipamento eletrônico com a visualização tridimensional que é tão presente no cotidiano do aluno.

Esta pesquisa tem a finalidade de demonstrar através do uso da tecnologia incentivar professores a utilizarem recursos tecnológicos quando ministrarem a disciplina de matemática. Possibilitando aos alunos um maior interesse em aprender os conteúdos e uma melhor aprendizagem.

Assim, espera-se que a pesquisa possa gerar uma prática que contribua para uma socialização no campo tecnológico, e que professores e alunos possam interatuar durante as atividades de Geometria Espacial.

### 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) as orientações curriculares do Ensino Médio para a matemática distribuem seus conteúdos nos seguintes blocos: número, álgebra, Geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística. Referente a Geometria menciona BRASIL, (2018):

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos (BRASIL, 20018, p. 271 é 272).

Os conteúdos referentes à Geometria Espacial, em específico aos Poliedros de Platão e Relação de Euler, fazem parte da grade curricular do 2º ano do Ensino Médio.

Experiências docentes e pesquisas acadêmicas revelam que discentes apresentam dificuldades em visualizar e entender algumas ilustrações e representações geométricas (BRASIL, 2009). Diante desses “obstáculos” encontrados pelos estudantes diante das peculiaridades dos conceitos estudados da Geometria Espacial, a Realidade Aumentada, apresenta-se como uma proposta de material didático que pode elucidar tais conceitos.

Lorenzato (2010, p.18) destaca que:

[...] apesar dessa enorme gama de possibilidades, todos os materiais didáticos, constituem apenas um dos inúmeros fatores que interferem no rendimento escolar do estudante. Os materiais podem desempenhar várias funções, conforme o objetivo que se que alcança.

O uso de recursos que privilegiem a visualização em Geometria é de suma importância, e a RA propõe-se a trabalhar seus conteúdos de forma interativa, dinâmica e experimental. Nos trabalhos de Duncan (2014) e Valentin (2017), há experiência de aplicação da RA na Geometria Espacial que ratificam o quão é relevante a prestabilidade das tecnologias digitais para o aprendizado de conteúdos matemáticos.

O trabalho que Duncan (2014), desenvolveu, com licenciados de matemática do Instituto Federal Fluminense, teve como finalidade aplicar a RA para ensinar pirâmides. Foram utilizados marcadores junto a tecnologia para visualizar e estudar o sólido.

Valentin (2017), utilizou o software de RA denominado NIZ, para os estudantes do Ensino Médio visualizarem os sólidos geométricos na tela do computador após apontarem a câmera para um cubo que serviu de marcador, dando a sobreposição do real sobre o virtual.

Mediante as experiências supracitadas, a RA apresenta, no âmbito educacional uma ferramenta muito positiva. Para Kirner (2013), características muito favoráveis quanto à sua aplicabilidade: interativa intuitiva no ambiente do usuário envolvendo textos, imagens, objetos 3D, etc., exigindo a participação ativa do estudante; alto grau de motivação e envolvimento, decorrente dos elementos interativos e inovadores utilizados.

No âmbito educacional, Macedo (2018), compreende a utilização da RA para ensinar Geometria Espacial como um instrumento de apoio ao professor e relata em sua pesquisa que mais de 50% de seus alunos concordam que o uso RA para estudar é um fator estimulante, além de ressaltarem que esse tipo de atividade, com tecnologia digital os aproximaram do conteúdo e dos materiais impressos, como livros e apostilas.

Além de ser uma grande aliada na visualização de figuras tridimensionais, a tecnologia RA pode contribuir para um melhor entendimento das características das figuras espaciais, relacionados a aresta, face e vértice, dessa forma podemos visualizar as figuras em 3D.

Em seu trabalho sobre RA, Lemos (2010), utiliza o software SISEULER, para propor uma aprendizagem diferenciada sobre Relação de Euler. Neste, a aprendizagem é lúdica e favorecida pela visualização e condição de manipulação dos poliedros virtuais projetados no mundo real. Assim, o enfoque com a Realidade Aumentada podem ser proveitosas para o rendimento nas aulas de geometria quando trabalhamos com figuras planas e espaciais.

## 4. GEOMETRIA

A Geometria é uma expressão que resulta dos termos gregos "*geo.*" (terra) e "*métron*" (medir). É uma área da matemática que se divide em: Geometria Plana, Espacial e Analítica e se dedica ao estudo das formas, propriedades e das medidas das figuras no espaço ou no plano, presente na vida do ser humano desde os períodos mais remotos.

### 4.1. Geometria no Contexto Histórico

A história da Geometria se organizou e se estabeleceu como ciência na Grécia Antiga, destacando-se geômetras como Arquimedes, Descartes, Tales de Mileto, Euclides (considerado o pai da Geometria), entre outros.

Os primeiros conhecimentos geométricos que o homem teve, a respeito da Geometria partiram das necessidades em compreender melhor o meio onde vivia. Motivo este que talvez justifique a origem da sua palavra.

Os apontamentos mais antigos de estudos geométricos são conferidos aos povos primitivos que descobriram triângulos obtusos no antigo Vale do Indo, que foi uma civilização da antiga Babilônia. Esses registros datam de cerca de 3000 a.C. Também, podemos salientar que os registros primitivos incluíam um conjunto de princípios empíricos em relação a comprimentos, ângulos, áreas e volumes (BOYER, 1974).

Além disso, os primeiros conhecimentos foram desenvolvidos por conta da necessidade dos povos no que diz respeito ao ofício com a agricultura e construção. Partindo desse pressuposto, podemos dar ênfase a Geometria Espacial definida em um espaço com três dimensões e por isso tem como finalidade analisar formas tridimensionais. Através desta subárea, foi possível calcular o volume de um sólido, ocorrência que vem sendo aplicada pelos povos desde os primórdios da nossa civilização até os tempos modernos (ELVES, 1997).

A Geometria Espacial teve início há muitos anos atrás, nos tempos dos egípcios, há cerca de 1850 a.C, por meio de estudos feitos, extraídos de papiros, documento relevante para o estudo da Geometria na época. Dentre os principais podem ser citados o "Papiro de Rhind" e o "Papiro de Moscou".

Nesses papiros continha muitos problemas matemáticos, dos 85 problemas citados, 26 eram geométricos, muitos deles o foco era a mensuração de áreas de terras e volumes de grãos. Tinham conhecimento que o volume de um cilindro reto é o produto da área da base pelo comprimento da altura, e notavelmente há no Papiro de Moscou um exemplo correto da fórmula

do volume de um tronco de pirâmides de bases quadradas. Não houve nenhum outro exemplo conhecido antes na matemática oriental antiga que chegasse perto dessa fórmula, e muitas conjecturas foram sugeridas a respeito de como ela teria sido descoberta (EVES, 2004).

Os egípcios realizavam cálculos e medidas de dimensionamento da terra. Esse conhecimento foi denominado pelos gregos, de Geometria. Já para os filósofos como Pitágoras e Platão, o estudo da Geometria Espacial era associado ao estudo da metafísica e da religião, devido às formas abstratas que as figuras apresentam (EDUCA MAIS BRASIL, 2018).

Para Platão, a explicação de tudo, como tudo existia estava nos cinco sólidos perfeitos: o cubo (terra), o tetraedro (fogo), o octaedro (ar), o icosaedro (água) e o dodecaedro (cosmos), elemento que permearia todo o universo. Ele e seus seguidores estudaram esses sólidos com muita intensidade (EVES, 1997).

As duas vertentes sobre estudo da Geometria tanto dos egípcios quanto dos gregos, se assimilavam de maneiras diferentes. Cada um estudava e relacionava as suas ideias para aquilo que acreditavam ou poderiam utiliza-la, como no caso dos egípcios que a utilizavam para a medição de terra.

A partir desses estudos, desde os tempos dos primórdios, a Geometria passou a ser estudada em vários campos matemáticos tais como: a Geometria plana, Geometria Espacial, Geometria Analítica entre outros campos que utilizam os conceitos da Geometria para resolver questões relacionada a essa vertente.

Com isso, ela passou a ser uma constante no cotidiano humano, sendo que atualmente faz parte de uma das cinco unidades temáticas proposta na Base Nacional Curricular Comum (BRASIL, 2018).

Efetivamente, a Geometria estar presente no cotidiano das pessoas, sejam nas áreas de construção, medida de superfícies, medida de volume entre outros que fazem parte desse universo de figuras. Para onde quer que se aponte o olhar, as ideias geométricas estão presentes no mundo tridimensional, seja na natureza, nas artes, nas grandes construções ou em outras áreas da ciência. Daí a constituição da Geometria como um dos conteúdos estruturantes da educação básica.

Na construção desta pesquisa, se faz necessário conhecer dois estudiosos, Platão e Leonhard Euler. Platão por sua vez foi responsável em descobrir os poliedros através das figuras planas e espaciais.

#### 4.1.1. Platão

Platão nasceu em Atenas na Grécia, no ano de 428 a.C., e falecido em 384 a.C. Platão chamava-se Aristocles, o apelido Platão (corresponde em grego a *platon*, significa “costas largas”, “ombros grandes”) foi conferido ao filósofo em sua juventude por causa de seus atributos físicos, de ombros largos (FRAZÃO, 2017).

Por volta dos 20 anos, encontrou o filósofo Sócrates e tornou-se seu discípulo. Quando o filósofo Sócrates foi condenado à morte, em 399 a.C., pelo governo de Atenas (sob acusação de “perverter a juventude” com seus ensinamentos filosóficos), Platão preferiu deixar a cidade (EVES, 2004).

Platão então, percorreu outras partes do mundo grego, desde o norte da África até a Itália e, nessas andanças, tomou contato com os ensinamentos pitagóricos. Em 388 a.C., quando já estava com quase quarenta anos, ele viajou para a magna Grécia com intuito de conhecer mais de perto comunidades pitagóricas (EVES, 2004).

Em seu retorno, passou a dedicar-se inteiramente a filosofia, fundando uma escola chamada “academia”. A instituição logo adquiriu prestígio e a ela acorriam inúmeros jovens em busca de instrução e até mesmo homens a fim de debater ideias. Platão permaneceu na direção da academia até sua morte. A academia manteve-se em funcionamento após a sua morte. Ela só foi fechada oito séculos depois, por ordem do imperador Justiniano (EVES, 2004).

Platão foi um filósofo que deu grandes contribuições para o desenvolvimento da matemática, era um entusiasta da disciplina, os grandes matemáticos do seu tempo, ou foram seus alunos, ou seus amigos. Na entrada da Academia de Platão lia-se, a máxima e a celebre frase: “Que não entre quem não saiba Geometria” (MUNDO DA EDUCAÇÃO, 2021).

Ele foi considerado, um dos principais filósofos ocidentais, por sua imensa capacidade de pensar e dialogar. Uma das grandes contribuições desse filósofo e matemático para o estudo da Geometria está relacionado aos sólidos ou Poliedros de Platão, forma como são conhecidos os cinco sólidos estudados de maneira detalhada por ele e seus seguidores. Conta-se que Platão relacionava esses sólidos geométricos com a construção do Universo, associando o tetraedro ao fogo, o cubo a terra, o octaedro ao ar, o icosaedro à água e o dodecaedro ao Cosmos. Platão acreditava que foi a partir da combinação desses elementos que o Universo foi feito (TRABATTONI, 2012).

#### 4.1.2. Euler

Leonhard Euler, (1707-1783) foi um importante matemático e cientista suíço, considerado um dos maiores estudiosos da matemática, sua contribuição teve como um dos pilares a “Introdução à Análise dos Infinitos”, obra que constitui um dos fundamentos da Matemática moderna, dentre suas obras a famosa fórmula que estudamos no Ensino Médio que relaciona os elementos de um Poliedro, tema fundamental deste trabalho.

Com 16 anos de idade graduou-se, Mestre em Artes, sendo aprovado com louvor em 1723, após apresentar uma dissertação, no qual comparava os sistemas de Filosofia Natural de Newton e Descartes (FRAZÃO, 2017).

Motivado pelo desejo de sua família, Euler começou a estudar Teologia, contudo Euler tinha um grande talento para a matemática que Johan Bernoulli percebendo e incentivou a ingressar no curso de matemática e, em 1726, após concluir seu estudo, Euler recebeu o convite para continuar os estudos na Universidade de São Petersburgo, na Rússia (FRAZÃO, 2017).

Em 1730, Euler assumiu o cargo muito importante, foi escolhido professor de física da academia, mas tarde, ele substituiu Daniel Bernoulli como professor de matemática.

Em 1741, Euler foi convidado pelo rei da Prússia, para lecionar em Berlim. Assim ele assumiu a cadeira de matemática da academia. Em 1774 foi nomeado diretor da academia.

Ao passar dos anos, Euler ficou cego da vista direita em consequência de uma congestão cerebral ocorrida em 1735, e mesmo assim, ele prosseguiu com seus trabalhos, ajudado por seu filho mais velho. Durante sua permanência em Berlim, Euler escreveu mais de 200 artigos sobre física, matemática e astronomia e três livros de análise matemática (FRAZÃO, 2017).

Quando Euler morreu, ele estava em plena atividade, sua fama já se espalhava por toda Europa. Ele foi considerado o mestre dos matemáticos do século XVIII. Faleceu em São Petersburgo, Rússia, no dia 18 de setembro de 1783.

Nos tópicos a seguir, falaremos sobre alguns tópicos de Geometria Espacial.

## 4.2. Geometria Espacial

A Geometria é considerada uma ferramenta para descrever e interagir com o espaço no qual vivemos, usada em aplicações tanto tradicionais como inovadoras e, talvez, é a parte da matemática mais intuitiva, concreta e ligada à realidade. Ela tem sido estimulada grandemente por novas ideias tanto na matemática, como na ciência da computação, que tem influência em muitos aspectos da nossa vida por sua educação visual.

Para entender a Geometria Espacial em termos didáticos devemos dar ênfase à visualização de situações geométricas e representações no plano, sem tais habilidades, é praticamente impossível compreender a Geometria em seu sentido mais amplo.

Para Ritter (2011), a aprendizagem da Geometria Espacial favorece três diferentes formas do processo cognitivo, a visualização, a construção e o raciocínio, que se relacionam para habilitar o aluno com a proficiência necessária em situações que abordem o tema.

Segundo Pereira (2001), a Geometria desempenha um papel fundamental na educação porque ativa as estruturas mentais na passagem de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização.

Segundo Polya (2006), a melhor maneira de aprender a visualizar o espaço tridimensional é construindo poliedros que mostrem os conceitos espaciais, objetos concretos encontrados no dia a dia. Assim, a preocupação básica nos contatos iniciais deve ser o reconhecimento das formas mais frequentes, a familiarização com a nomenclatura dos elementos das figuras geométricas faces, vértices, arestas, diagonais, a aprendizagem de representação gráfica de figuras planas e espaciais, da construção e o estabelecimento de relações simples envolvendo os elementos e componentes.

Na educação básica os Parâmetros Curriculares Nacionais, PCN'S + (BRASIL, 2002). Propõem 4 unidades temáticas para o desenvolvimento da Geometria: Geometrias Plana, Espacial, métrica e Analítica. A unidade temática Geometria Espacial, aborda os seguintes conteúdos e habilidades: elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição. O objetivo é:

Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções. Interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos. Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade. Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados (BRASIL, 2002, p.125)

Nessa perspectiva, a Geometria Espacial em sua abrangência quanto a aplicabilidade da pesquisa tem extrema relevância uma vez que, finalidade é levar aos professores a utilização da RA como instrumento facilitador de aprendizagem dos conteúdos Poliedros de Platão na

Relação de Euler, esse conhecimento prévio das características das figuras espaciais no plano 3D favorece o processo de aprendizagem.

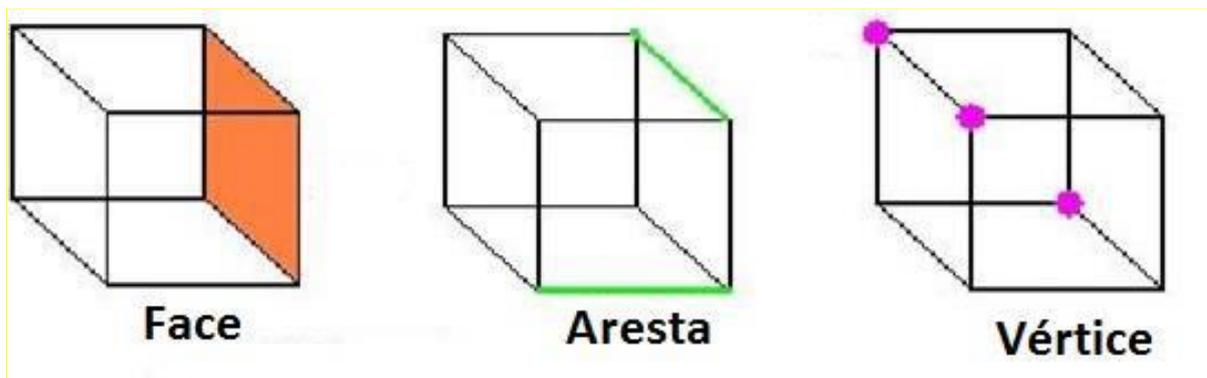
A Geometria dentre os conteúdos de matemática é importante no contexto geral, suas formas e figuras são cobradas nas avaliações abertas em todos os níveis da educação, dessa forma conhecer as figuras e suas características é significativo para o desempenho acadêmico dos alunos, dentre eles estão os poliedros.

#### 4.2.1. Poliedros

Um poliedro, segundo Lima (2006) é uma reunião de um número finito de polígonos planos chamados faces, em que:

- Cada lado de um desses polígonos é também lado de um, e, apenas um, outro polígono.
- A interseção de duas faces quaisquer ou é um lado comum, ou é um vértice, ou é vazia.
- Cada lado de polígono, comum a exatamente duas faces, é chamado uma aresta do poliedro e cada vértice de uma face é um vértice do poliedro.
- É sempre possível ir de um ponto de uma face a um ponto de qualquer outra, sem passar por nenhum vértice.

Os poliedros são conhecidos como sólidos geométricos compostos por três elementos basicamente: faces, arestas e vértices, conforme é possível ver na Figura 1 abaixo.



**Figura 1** – Elementos de um poliedro.

**Fonte:** (LUCHARIA, 2018).

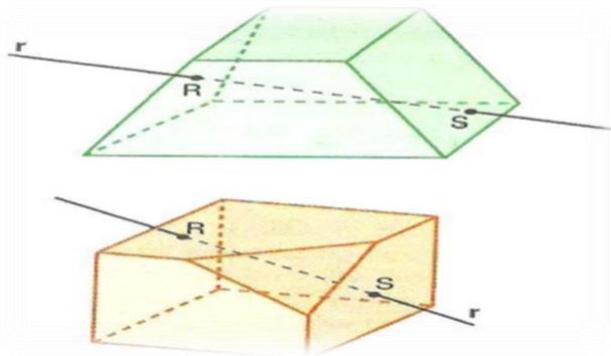
Os elementos dos poliedros são definidos da seguinte maneira:

- Faces: são polígonos que limitam o poliedro.
- Arestas: tratam-se dos segmentos de reta que limitam suas faces.
- Vértices: consistem nos pontos de interseção de três ou mais arestas.

No entanto, existem duas classes de poliedros, os poliedros regulares e os irregulares. Neste trabalho demos ênfase apenas aos poliedros regulares, que iremos definir a seguir.

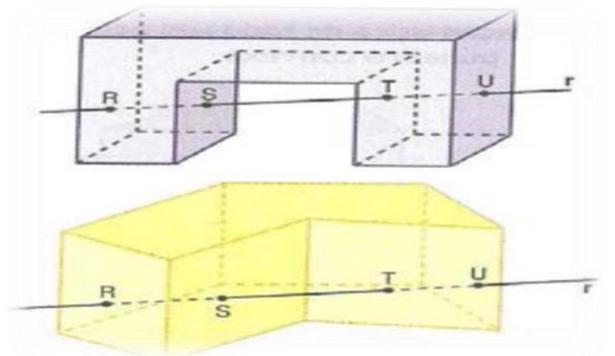
#### 4.2.2. Poliedro Regular

Antes de definirmos um poliedro regular precisamos entender o conceito de poliedro convexo. Os poliedros convexos são aqueles que estão em um mesmo semiespaço para todo plano que contém uma de suas faces, em outras palavras, o plano que contém uma face de um poliedro convexo nunca corta a outra face, deixando parte do poliedro em um semiespaço e a outra parte em outro, intersecção destes semi-espacos é chamada poliedro convexo (DOLCE, 1993, p.124). Assim, é possível perceber que um poliedro é considerado convexo se qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces) o corta em, no máximo, dois pontos. Observe nas Figuras 2 e 3 os exemplos de poliedros convexo e não convexo respectivamente.



**Figura 2** - Poliedros Convexos.

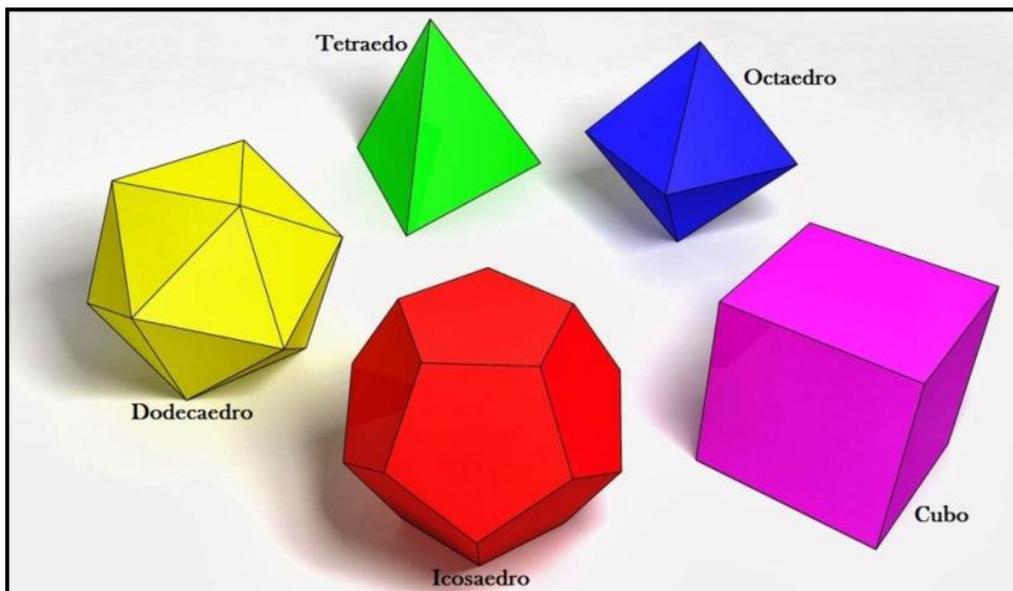
**Fonte:** (DANTE, 2005).



**Figura 3** – Poliedros Não Convexos

**Fonte:** (DANTE, 2005).

Assim, um poliedro se diz regular quando todas as suas faces são regiões poligonais regulares congruentes, ou seja, são polígonos convexos que possuem todos os lados e ângulos congruentes, e quando todos os seus vértices são do mesmo tipo, isto é, a cada vértice concorre a mesma quantidade de arestas (MIALICH, 2013). Como podemos observar na Figura 4.



**Figura 4** – Poliedros Regulares.

**Fonte:** (ANDRADE, 2017).

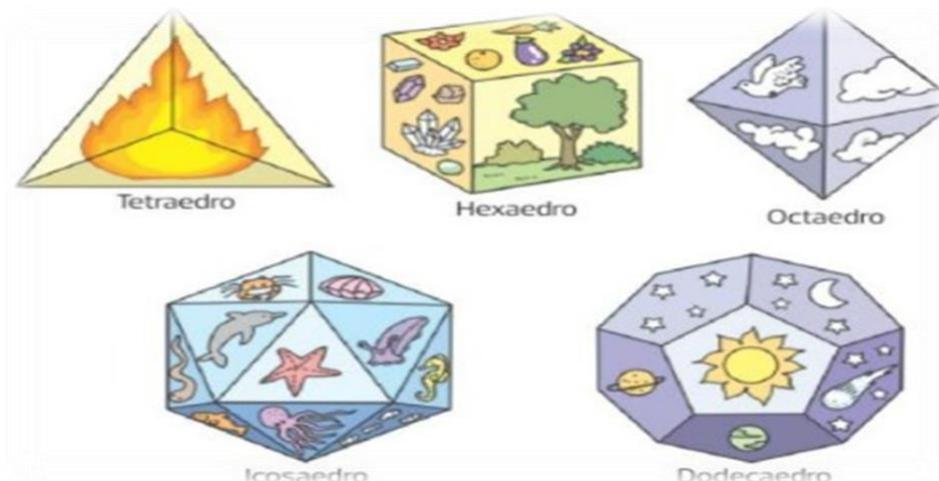
Um poliedro regular convexo costuma ser chamado de Poliedro de Platão, tema que será abordado no próximo item de nosso trabalho.

#### 4.2.3. Poliedro de Platão

Os poliedros de Platão possuem características próprias, que verificam as seguintes condições:

- O número de arestas é igual em todas as faces.
- Em cada vértice incidem o mesmo número de arestas.
- Vale a Relação de Euler ( $V+F-A=2$ ).

Segundo Rooney (2012), Platão, ao estudar os poliedros regulares, listou cada um com elementos referentes à natureza, como resultado disso, as figuras platônicas denominam-se também, sólidos platônicos, uma vez que, Platão apresenta terra, ar, água e fogo como cubo, octaedro, icosaedro e tetraedro, respectivamente, e o dodecaedro representa o universo, como mostra a Figura 3.



**Figura 5** – Poliedros de Platão.

**Fonte:** (DANTE, 2014).

Uma característica acentuada nos poliedros de Platão é que todo poliedro obedece a relação de Euler.

Dessa forma, podemos afirmar que existem cinco e somente cinco Poliedros de Platão, também chamados de poliedros regulares. Além de toda sua utilidade para os campos do conhecimento, podemos encontrá-los no meio social em que estamos inseridos.

#### 4.2.4. Poliedros na Sociedade

No estudo de poliedros, no que tange os conceitos, a principal habilidade para o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno no processo ensino e aprendizagem é a de visualização e reconhecimento dessas figuras na sociedade contemporânea. Conforme é afirmado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) tem-se:

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As Figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades (BRASIL, 1997, p. 127).

A visualização é um processo cognitivo complexo e de caráter individual, no qual a experiência tem grande importância, o que uma pessoa observa pode não ser visto, ou percebido, por outra. Frente a isso, podemos perceber que os Parâmetros Curriculares nos asseguram levar aos educandos uma leitura mais visual e dinâmica das figuras em termos sociais, a Geometria faz parte do mundo que nos cerca, e os poliedros estão presentes em

inúmeras atividades do homem, nas construções arquitetônicas, nas embalagens de produtos, nas artes e objetos artísticos, além das atividades humanas que contemplam os conceitos geométricos.

Na arquitetura existe uma importante utilização de figuras geométricas. Esta significa construção, e é a técnica ou arte de planejar e edificar o ambiente habitado por nós, sua organização estética funcional do espaço e dos seus elementos, dispõe de criatividade na manipulação de materiais e locais através de conceitos científicos e matemáticos. No projeto de um ambiente há, pelo arquiteto, uma preocupação com as formas que serão construídas, estas derivam de figuras geométricas simples como os polígonos regulares, já outras construções são caracterizadas por formas complexas como a dos poliedros, o que evidencia que este profissional convive frequentemente com a Geometria, mais especificamente com propriedades e conceitos geométricos.

Podemos notar nas cidades sejam atuais ou antigas, que utilizaram nas construções poliedros como referência, temos o projeto do Centro de Convenções, Orla das cidades, prédios e inúmeras igrejas, percebemos que suas unidades se articulam de modo a formar um conjunto de poliedros.

Outra parte da sociedade que evidenciam a presença constante dos poliedros referem-se as infinidades de embalagens que são produzidas e utilizadas nos diferentes produtos consumidos. As embalagens é a primeira impressão que o consumidor tem de um produto, as cores, os desenhos, as informações e o formato são pontos observados, às vezes, indiretamente durante a compra, é certo que um artigo com embalagem muito grande, muito pequena ou desajeitada não atrai o consumidor, pois, a embalagem pode ser o cartão de visita do produto.

Assim, empresas, com o intuito de chamar a atenção do consumidor, investem em embalagens diferenciadas, a maioria delas em formato de poliedros, o que mais uma vez destaca a presença desses sólidos geométricos no nosso dia-a-dia. A importância das embalagens é indiscutível, desde o período mais remoto, vem exercer a função básica de conservação, proteção e transporte dos alimentos mais elementares na história da humanidade, até a evolução e degradação no meio ambiente.

Segundo Dante (2009), a Geometria representa para o ser humano, compreender o mundo ao seu redor, onde espaço e forma devem ocorrer a partir de exploração de objetos do mundo físico, estimulando a observação e percepção das semelhanças e diferenças. Os poliedros, prismas e cilindros, fazem parte da Geometria, ocupa grande espaço no cotidiano, nas embalagens de presentes, de medicamentos, arquitetura e entre outros.

Os PCNS afirmam que o aprendizado das Ciências, da Matemática e suas Tecnologias pode ser conduzido de forma a estimular a efetiva participação e responsabilidade social dos alunos, discutindo possíveis ações na realidade em que vivem, desde a difusão de conhecimento a ações de controle ambiental ou intervenções significativas no bairro ou localidade, de forma a que os alunos se sintam de fato detentores de um saber significativo (BRASIL, 1998).

Assim, o processo de ensino da matemática quanto ao estudo da geometria tem sua relevância em todos os aspectos, entender os conceitos pertinentes quanto a área e volume dos poliedros, demonstrar a geometria como evidente no meio social do aluno é o ponto partida para compreensão em nível macro desse conteúdo.

#### 4.2.5. Relação de Euler

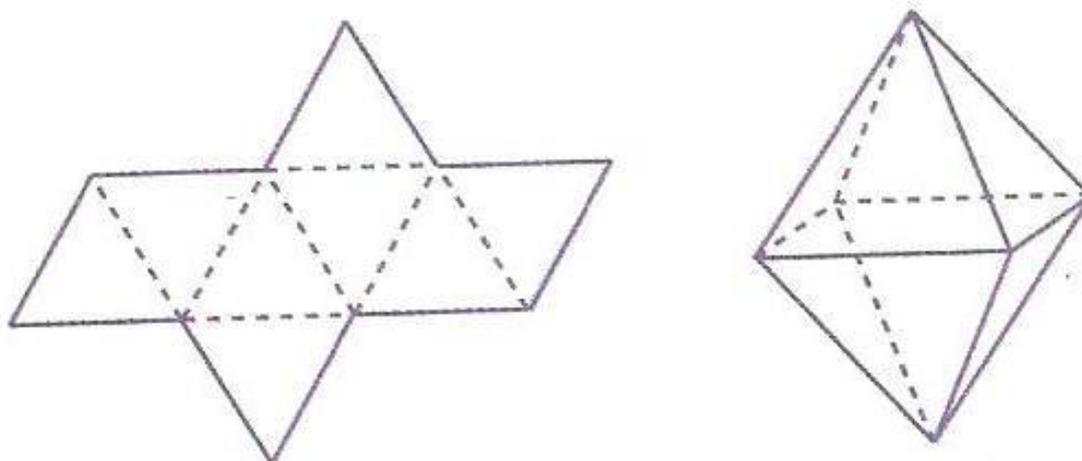
Os poliedros são conhecidos desde a antiguidade, mas até meados do Século XVIII nenhum estudioso havia identificado qualquer relação de natureza combinatória nesses sólidos, ou seja, ainda não haviam descoberto uma relação matemática que envolvesse apenas a disposição relativa dos elementos de um poliedro (vértices, faces e arestas) e a contagem dos mesmos, sem considerar medidas geométricas, como comprimentos e áreas.

Foi então, que o matemático Leonard Euler demonstrou a relação conhecida como relação de Euler que consiste no fato de que todo poliedro convexo, com arestas, faces e vértices tem característica de Euler igual a 2, o número

$$F + V - A = 2,$$

em que,  $F$  é o número de faces,  $V$  o número de vértices e  $A$  o número de arestas, é válido para todo poliedro convexo.

Como foi dito a relação de Euler é só válida para poliedros convexos. De modo a clarear esta relação, considere o exemplo: Vamos verificar se o octaedro (vide Figura 6) é um poliedro convexo. Observe na Figura 6 o octaedro planificado, é possível notar que conta 8 faces ( $F = 8$ ), 6 vértices ( $V = 6$ ) e 12 arestas ( $A = 12$ ).



**Figura 6** – Elementos do Octaedro.

**Fonte:** (DANTE, 2005)

Substituindo o número de faces, vértices e arestas na Relação de Euler, tem-se:

$$8 + 6 = 2 + 12 = 14 \quad \text{Equação 1}$$

Portanto, como os dois lados da Equação 1 ficaram com o mesmo valor podemos concluir que o octaedro é um poliedro convexo.

A relação é válida para todo poliedro convexo, os cinco, chamados de THODI, Tetraedro, Hexaedro, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro.

A pesquisa evidência uma maneira adequada e dinâmica de introduzirmos o estudo desta relação para os alunos. Iremos utilizar a Realidade Aumentada, através de um software, afim de proporcionar a visualização de uma figura de três dimensões no espaço e facilitar a observação das faces, vértices e arestas de um poliedro qualquer, projetado sobre uma superfície plana.

#### 4.2.6. Pensamentos Geométricos e a Importância da Visualização Tridimensional

O interesse pelo estudo da geometria aparece no educando quando o mesmo percebe que o educadores usam imagem para demonstrar os objetos em todas as dimensões, considerando seu lados, arestas entre outras característica, dessa forma o conteúdo torna-se interessante e desperta o interesse do aluno.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN'S, 1998), um dos objetivos para o ensino de espaço e forma, é o de esperar que o aluno identifique características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, superfícies

planas e arredondadas, formas das faces, simetrias e reconhecendo elementos que as compõem, faces, arestas, vértices, lados, ângulos. Ainda, as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca.

Fainguelernt (1999), aponta para a importância de no ensino da Geometria explorar no aluno a visualização e as articulações de propriedades geométricas. Nesse contexto, levar o aluno a compreender a geometria como essencial tanto para os conteúdos matemáticos, como em outras áreas de conhecimento, é relevante perceber a importância da pesquisa no campo cultural e social do educando.

Em virtude dessa importância no contexto escolar e social busca-se oportunizar aos alunos um conhecimento satisfatório. Para que eles possam visualizar e encontrar significado no estudo dos conteúdos de Geometria. Em paralelo a isso, percebe-se que a tecnologia avança com uma velocidade expressiva, chegando as salas de aula. Unindo estas duas realidades, propomos neste trabalho utilizar o recurso didático da Realidade Aumentada, para o aluno fazer uma leitura do mundo através dos olhos da tecnologia.

Para Severo (2017) a tecnologia encontra-se disseminada em nossa sociedade de uma forma praticamente indissociável, inevitavelmente, seus efeitos são sentidos nas mais diversas áreas da sociedade, sendo que a educação não pode ser deixada de lado. Diante dessa realidade, torna-se imprescindível a busca de soluções que viabilizem uma educação mais atrativa para uma geração que já nasceu em meio a uma “revolução tecnológica” um tanto consolidada, nessa perspectiva, a Realidade Aumentada apresenta-se como ferramenta extremamente válida no sentido de prover uma interação capaz de atrair a atenção dos alunos para um aprendizado mais eficiente.

Na visão do autor, a visualização através da RA das figuras geométricas é um tema atual em educação matemática e vem sendo tratada, por meio de diferentes enfoques e associadas a múltiplos conteúdos em toda a educação básica.

## **5. REALIDADE AUMENTADA**

A Realidade Aumentada (RA) é uma tecnologia em expansão. Em poucos anos foi possível vê-la sair dos laboratórios e dos ambientes restritos à técnicos para tomar lugar nos escritórios, nas prateleiras dos supermercados, na mesa do café da manhã. E não poderia ser diferente no ambiente educacional (YAOYUNYONG et al., 2011).

Essa tecnologia de Realidade Aumentada é uma variação da realidade misturada, que combina entidades do ambiente real e do ambiente virtual, com predomínio do real sobre o virtual. Kirner e Siscoutto (2007) define a Realidade Aumentada como sendo a inserção de objetos virtuais no ambiente físico, mostrada ao usuário, em tempo real, com apoio de alguns dispositivos tecnológicos, usando a interface do ambiente real, adaptada para visualizar e manipular os objetos reais e virtuais, visando melhorar a interação com o usuário e aumentar a sensação de realismo, diminuindo a distância entre o real e o virtual.

Segundo Azuma (1997), para que essa tecnologia, seja dita, tecnologia de Realidade Aumentada, ela precisa possuir algumas características, tais como:

- Combinação de objetos reais e virtuais no ambiente real;
- Execução interativa em tempo real;
- Alinhamento de objetos reais e virtuais entre si.

Em seguida, serão apresentados alguns aspectos tecnológicos da Realidade Aumentada os principais fatos e concepções acerca da utilização desta tecnologia.

### **5.1. Aspectos e Funcionamentos Tecnológicos da Realidade Aumentada**

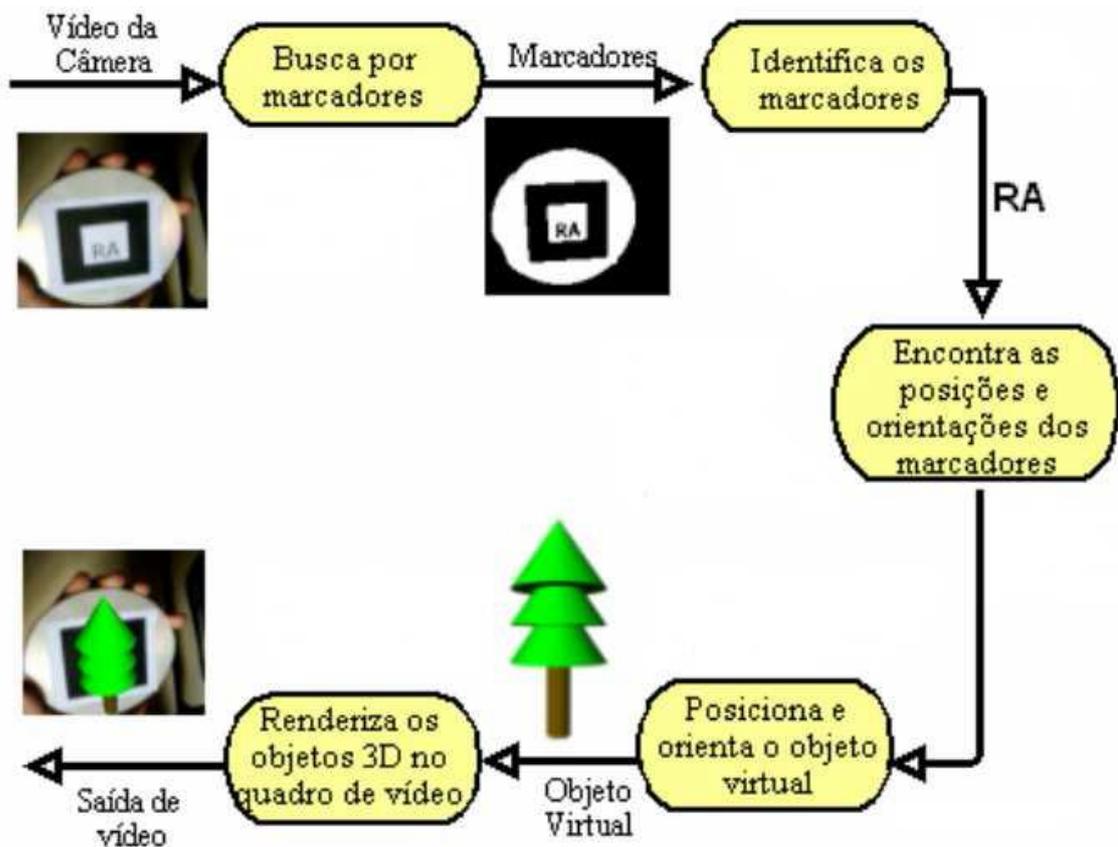
A Realidade Aumentada vem se destacado no cenário profissional no estudo das mais diversas áreas, por exemplo, na medicina, na visualização de órgãos do corpo humano de forma virtual, no ramo da construção de prédio servindo também de estudo para outras futuras tecnologias, ela consiste em uma técnica avançada de interface computacional que permite a sobreposição de objetos virtuais sobre uma imagem do mundo real. Considerada uma variante da realidade virtual (RV), a RA suporta uma visualização de maneira altamente realista, incrementando a percepção do usuário no uso de uma interface de computador (DUARTE et al., 2005). Enquanto a realidade virtual transporta o usuário para um ambiente completamente sintético, a RA apenas aprimora o ambiente real (ANAMI, 2013).

Em outras palavras, nessa tecnologia de Realidade Aumentada podemos observar que sobre uma imagem do mundo real, filmada por uma câmera e projetada em uma tela, apareça juntamente com objetos virtuais devidamente programados. Tais objetos podem ser animações em 3D ou qualquer outro conteúdo digital que complemente a imagem real, aumente a quantidade de informações sobre ela e/ou possibilite a interação entre o usuário e o que ele vê.

Um sistema de Realidade Aumentada possui dois componentes básicos: hardware e software. O hardware envolve os dispositivos de entrada, que define a interação do usuário com a aplicação, e os dispositivos de saída de dados, por exemplo, os displays, onde será mostrado o ambiente virtual mesclado ao real. O software é responsável por implementar objetos virtuais e integrá-los ao ambiente real (SANTIN e KIRNER, 2008).

Esse trabalho tem como interesse em trabalhar com a Realidade Aumentada junto a um marcador. Nesse caso, para que funcione o sistema de RA com marcador são necessários os seguintes passos (vide Figura 7):

1. Captura: a primeira etapa é a captura de vídeo de entrada da câmera.
2. Detecção: a imagem é convertida numa imagem binária para o marcador ser identificado.
3. Reconhecimento: etapa na qual o símbolo dentro do marcador é comparado com os da base de dados.
4. Rastreamento: etapa na qual são calculados as posições e orientações dos marcadores em relação a câmera para alinhar os objetos virtuais.
5. Renderização: nesta etapa os objetos virtuais são renderizados no quadro de vídeo.
6. Exibição: exibição do vídeo no display.



**Figura 7** – Funcionamento de uma Aplicação de Realidade Aumentada.

**Fonte:** (SANTIN E KIRNER, 2008).

Conforme é apresentado na Figura 7, uma câmera (que pode ser um webcam, filmadora ou câmera de smartphone) filma uma imagem do mundo real (por exemplo, uma folha de papel) que contém um símbolo qualquer (um quadro com a figura de uma árvore). A este símbolo é dado o nome de marcador de RA. O software, responsável por receber a imagem da câmera, processá-la e enviá-la para a tela, identifica este marcador, localiza em sua base de dados o objeto virtual atribuído a ele (um modelo tridimensional de uma árvore) e faz aparecer na tela, sobre a imagem do mundo real, um objeto virtual.

A realidade Aumentada (RA), conforme Cardoso et al. (2014), é um símbolo ou uma figura previamente cadastrada no software de RA que “ao serem impressos e inseridos fisicamente diante de uma câmera serão identificados e irão disparar eventos programados”. Tais eventos, neste caso, são comandos internos que fazem aparecer na tela, e na posição desejada, objetos virtuais.

## 5.2. A Realidade Aumentada em Sala de Aula

É possível que a RA apresente grande potencial em todas as áreas onde a rápida transferência de informação é importante. Porém, de acordo com Yaoyuneyong et al. (2011), Anami (2013) e Rodrigues et al. (2010), é na educação que esta tecnologia contribui de maneira mais significativa ao permitir o processo de exploração, descoberta, observação e construção de novo conhecimento, oferecendo ao aprendiz a oportunidade de melhor compreensão do objeto de estudo. E este é um dos fatores que fazem com que a RA seja uma tecnologia promissora para a educação ao possibilitar a interação entre o plano e estático com o virtual em movimento.

Para melhorar a aprendizagem é necessário aproximar a relação professor aluno considerando o estilo de aprendizagem, por isso a aplicação da abordagem metodológica através da Realidade Aumentada gera aprendizagem e aproxima o aluno da realidade vivida.

No Brasil, conforme Cardoso et al. (2014), o uso da RA na educação, apesar de crescente, ainda é pequeno e precisa ser mais pesquisado e divulgado, pois, “a utilização dessa tecnologia estimula e facilita a aquisição do conhecimento por parte do praticante” e, no caso do ensino, pode “ajudar o docente em suas práticas educacionais possibilitando diversas maneiras de ensinar” (CARDOSO et al. 2014).

Ainda segundo CARDOSO (2014). “Esse recurso tecnológico torna-se extremamente eficiente por possuir a capacidade de exibir objetos, com uma grande riqueza de detalhes, no contexto solicitado pelo docente”, sem depender apenas da capacidade de imaginação do aluno que, por ser subjetiva, pode gerar informações imprecisas (CARDOSO et al., 2014).

Nesse caso a tecnologia, traz uma grande variedade de vantagem com seu uso tais como, estimular e motivar os alunos a explora objetos de diferentes ângulos.

Além disso, a tecnologia RA pode ajudar o aluno, em umas das grandes dificuldades que ele enfrenta, segundo Kaufmann e Schmalstieg (2002), é conseguir visualizar um complexo objeto de estudo tridimensional da Geometria Espacial. Muitos discentes enfrentam esse tipo de dificuldade, e a tecnologia RA, vem como uma ferramenta que pode ajudar a “sanar” esse problema em sala de aula. Yaoyuneyong et al. (2011), segundo ele a utilização de software de RA contribui para entender os conceitos do livro didático, essa ferramenta demonstra a sobreposição de objetos virtuais no plano real, permitir a visualização, possibilitando a interatividade além de despertar o interesse pela construção do próprio conhecimento.

### 5.3. O uso do Software Geometrix em Sala de Aula

Os softwares educativos são ferramentas importantes no processo de ensino – aprendizagem de conteúdos de Geometria Espacial.

Sancho (2006) afirma que:

Muitas crianças e jovens crescem em ambiente altamente mediados pela tecnologia, sobretudo a audiovisual e a digital. Os cenários de socialização das crianças e jovens de hoje são muito diferentes dos vividos pelos pais e professores. O computador, assim como o cinema, a televisão e os videogames atraem de forma especial a atenção dos mais jovens que desenvolvem uma grande habilidade para captar suas mensagens (SANCHO, 2006, p. 19).

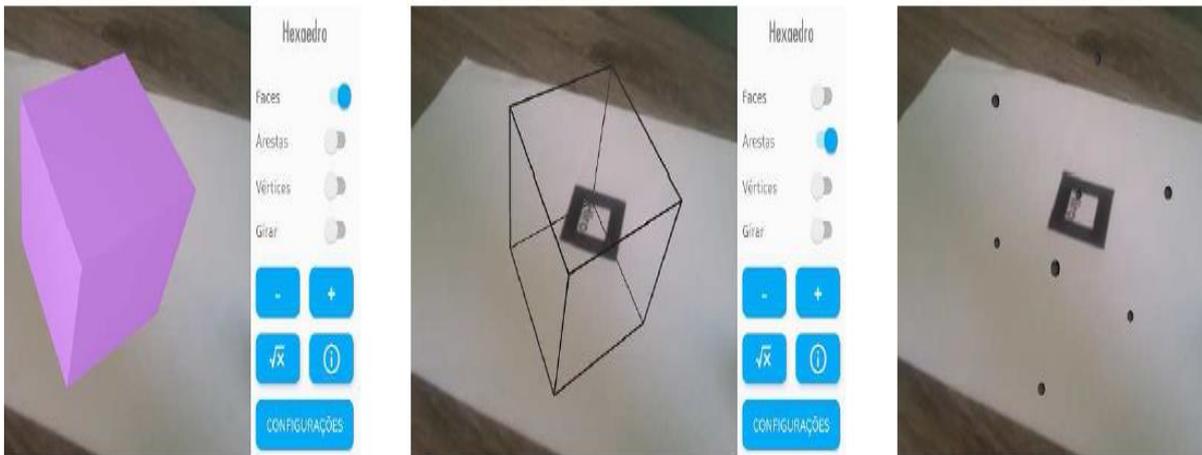
Os softwares educativos em matemática permitem instigar a criatividade e a imaginação da criança, pois esses aplicativos também se tornaram importantes aliados no processo do desenvolvimento cognitivo, permitindo assim que os alunos produzam ideias mais sofisticadas.

A utilização de software em ambientes educacionais tem crescido a cada dia, os jovens estão cada vez mais conectados a essas ferramentas digitais. A tecnologia já faz parte do seu cotidiano, cabe a escola introduz como suporte nas aulas.

Conforme Souza (2006):

Se o conteúdo a ser trabalhado está relacionado com a realidade do aluno, o professor terá mais possibilidades de fazer o aluno refletir sobre os seus direitos e deveres, pois o educador não deve estar preocupado em fazer com que os alunos só absorvam os conteúdos. Se ele conseguir fazer com que o aluno comece a questionar, refletir e agir sobre os fatores sociais, econômicos, políticos e culturais que o cercam já estará alcançado seus objetivos educacionais (SOUZA, 2006, p. 52).

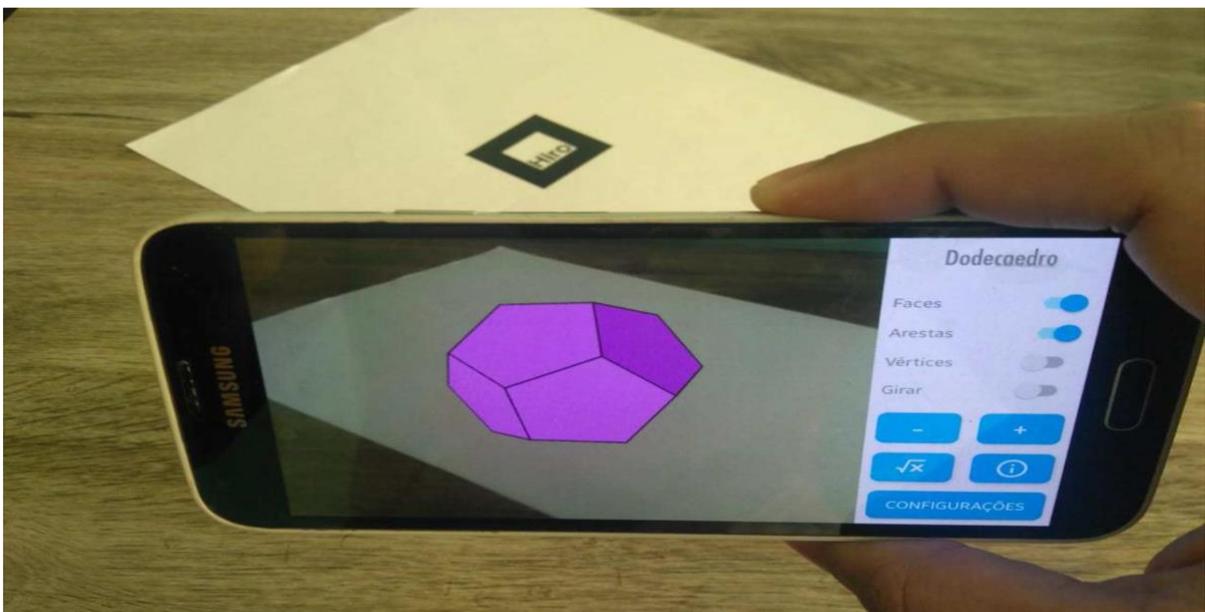
Diante dessa realidade, o software Geometrix é apresentado como uma ferramenta bastante produtiva no ensino de Geometria Espacial. Esse aplicativo possibilita a visualização dos elementos dos seguintes sólidos geométricos: poliedros regulares, pirâmides, prisma e sólidos de revolução, através da Realidade Aumentada. É possível coletar informações sobre os sólidos, tais como: números de faces, vértices, arestas, fórmula para calcular o volume e a área externa (vide Figura 8).



**Figura 8**– Faces, Arestas e Vértices do Sólido Geométrico

**Fonte:** (OLIVEIRA, 2018).

Esse aplicativo, além de ser muito útil no estudo dos poliedros na visualização 3D, é também muito fácil de ser utilizado pelo discente em sala de aula. Basta ter um aparelho móvel (celular) e um marcador. A imagem do Geometrix em ação é mostrada na Figura 9 a seguir.



**Figura 9** – Aplicativo para Dispositivo Móvel de Realidade Aumentada.

**Fonte:** (SCHEMALSTIEG, 2005)

O aluno passa a atuar junto com o professor no processo ensino - aprendizagem, não mais como um mero espectador, mas fazendo parte da construção do próprio conhecimento. O software Geometrix proporciona aos professores e alunos uma maneira mais dinâmica de

estudar a Geometria Espacial. Além do mais, esse mecanismo pode ajudar a “sanar” as dificuldades que muitos alunos têm de visualizar os elementos de figuras tridimensionais a olho nu, ou apenas utilizando o livro didático (duas dimensões).

## 6. PROPOSTA DE INTERVENÇÃO

Para a pesquisa realizamos uma busca literária junto a teóricos, dissertação, teses de doutorados, sites e revistas eletrônicas para fundamentar nossas argumentações pertinentes ao tema, e sua relevância para o ensino da geometria quando abordamos o estudo dos poliedros.

O campo da pesquisa foi o colégio estadual professora Mirtes Rosa Mendes de Mendonça Lima, localizado no município de Itacoatiara- AM. Aplicada num espaço temporal de uma semana no 2º semestre letivo de 2021, os sujeitos colaboradores foram os discentes do 2º ano do turno matutino. A turma era composta de 28 estudantes.

Os métodos utilizados, durante o trabalho de campo, para a coleta dos dados dessa pesquisa foram: a aplicação de questionários e observação- participante. Segundo Viana (2007), a observação- participante é considerada a mais disponível das técnicas de coletas de dados. Já a construção do questionário significa basicamente traduzir os objetivos da pesquisa em questões específicas, e as respostas proporcionam dados requeridos para teste de hipóteses ou esclarecimento do problema da pesquisa (GIL, 1999).

Foram aplicados dois questionários semiestruturados aos colaboradores da pesquisa: com o 1º questionário (individual), denominado teste de sondagem, objetivou-se identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre a utilização de tecnologia em sala de aula, em três das dez questões; já no 2º questionário (também individual), propôs-se a fazer um comparativo dos aprendizados dos poliedros e relação de Euler após aplicação da Realidade Aumentada, em quatro das oito questões. Ressalta-se que três questões do teste de sondagem foram: o professor utilizar algum recurso tecnológico ao ensinar em suas aulas o conteúdo de Geometria Espacial? Qual material didático o professor de matemática utilizar para explicar o conteúdo poliedro de Platão? Você sabe o que é Realidade Aumentada. Já as duas do questionário final foram: qual a sua opinião sobre o uso do software Geometrix durante as aulas de Geometria Espacial para entender os poliedros de Platão na relação de Euler? A utilização deste software ajudou na compressão dos conceitos e na realização das atividades? Tecnologia da Realidade Aumentada ajudou na compressão dos conceitos e na realização das atividades? O que foi mais interessante? Você pode afirmar que ficou mais fácil aprender o conteúdo poliedro de Platão na relação de Euler, quando o professor uso a tecnologia da Realidade Aumentada?

Foi aplicada também uma sequência de etapas durante a realização desse trabalho como estratégia organizacional das atividades desenvolvidas durante a pesquisa. A sequência teve como propósito “promover a aprendizagem dos conteúdos poliedros de Platão e relação de

Euler com a aplicação da Realidade Aumentada”. A sequência que foi desenvolvida com os discentes foi programada para três aulas, com duração de 50 minutos, cada.

Na 1ª aula, foi aplicado um questionário para conhecer o nível de conhecimento dos alunos em relação a utilização de tecnologia em sala de aula e como esses conteúdos são ministrados pelos professores de matemática, se os alunos já conheciam a tecnologia da realidade aumenta entre outras questões abordadas na pesquisa. Os estudantes, nesse primeiro encontro, foram analisados pela participação no preenchimento do teste.

O propósito da 2ª aula da sequência foi fazer uma breve revisão dos conteúdos poliedros de Platão e relação de Euler, feita por meio de explicações e resoluções de exercícios. Foi trabalhado nesse momento a visualização dos poliedros, com a identificação de seus elementos, classificação e denominação. No segundo momento da aula foi falado também a respeito da Realidade Aumentada, uma estratégia didática, aplicada por meio do App Geometrix. Segundo Anastasiou (2003):

“...o professor deverá ser um verdadeiro estrategista, o que justifica a adoção do termo estratégia, no sentido de estudar, selecionar, organizar e propor as melhores ferramentas facilitadoras para que os estudantes se apropriem do conhecimento”.  
(Anastasiou, 2003, p.69).

Nesta aula, os discentes e docentes foram orientados a fazer o download e instalação do aplicativo, para na aula seguinte, utilizar e manipular o Geometrix. Nestes momentos, os participantes foram avaliados por meio da resolução de questões sobre o conteúdo e observação e análise dos seus comportamentos e reações.

Na 3ª aula (última etapa) os discentes resolveram questões sobre os poliedros de Platão e suas aplicações na relação de Euler utilizando a tecnologia RA, mediada pelo software Geometrix, para visualização dos sólidos geométricos. No segundo momento da aula os alunos responderam ao questionário final a respeito dos seus sentimentos e estudos das aulas anteriores. Sendo que os alunos começaram a responder as atividades proposta na segunda aula e concluíram na terceira e última etapa.

Há vários tipos de estratégia didáticas, como é o caso dos poliedros construídos com matérias de baixo custo, cartolinas e com canudos. Pensando no quanto a tecnologia está presente em nossas vidas, elaboramos uma aplicação voltada para um App gratuito e de fácil acesso, no qual é possível visualizar a parte tridimensional e manipular as formas geométricas

dos poliedros, destacando facilmente e a identificação dos vértices, arestas e faces para uma aula mais dinâmica e de melhor compreensão da relação de Euler.

## 7. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

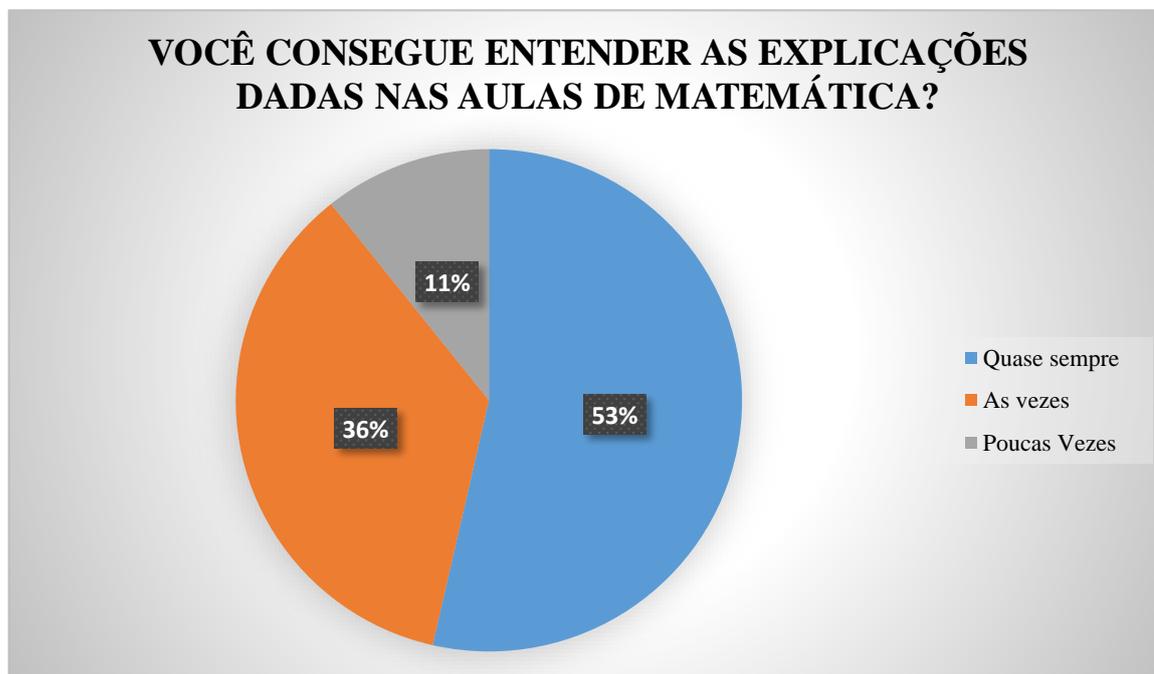
Neste item serão apresentados dados coletados durante a pesquisa feita em sala aula, bem como a apresentação dos resultados obtidos através dos questionários aplicados e argumentações quanto aos questionamentos feitos pelos entrevistados.

### 7.1. Dados Coletados a partir do Primeiro Questionário

O primeiro questionário (em Anexos) serviu como base, para saber se os alunos conheciam sobre a tecnologia RA, se já tinham utilizado alguma tecnologia em suas aulas no conteúdo de Geometria Espacial, qual material didático que o professor utilizava para ministrar suas aulas, e se o aluno conseguia entender suas explicações quanto ao assunto proposto. Também foi investigado se eles já tinham utilizado algum tipo de software, e se gostaria de utilizar essa tecnologia no conteúdo de poliedros de Platão e relação Euler.

Ao observar as respostas dos alunos, deparamos com as mais variadas opiniões. A primeira pergunta foi:

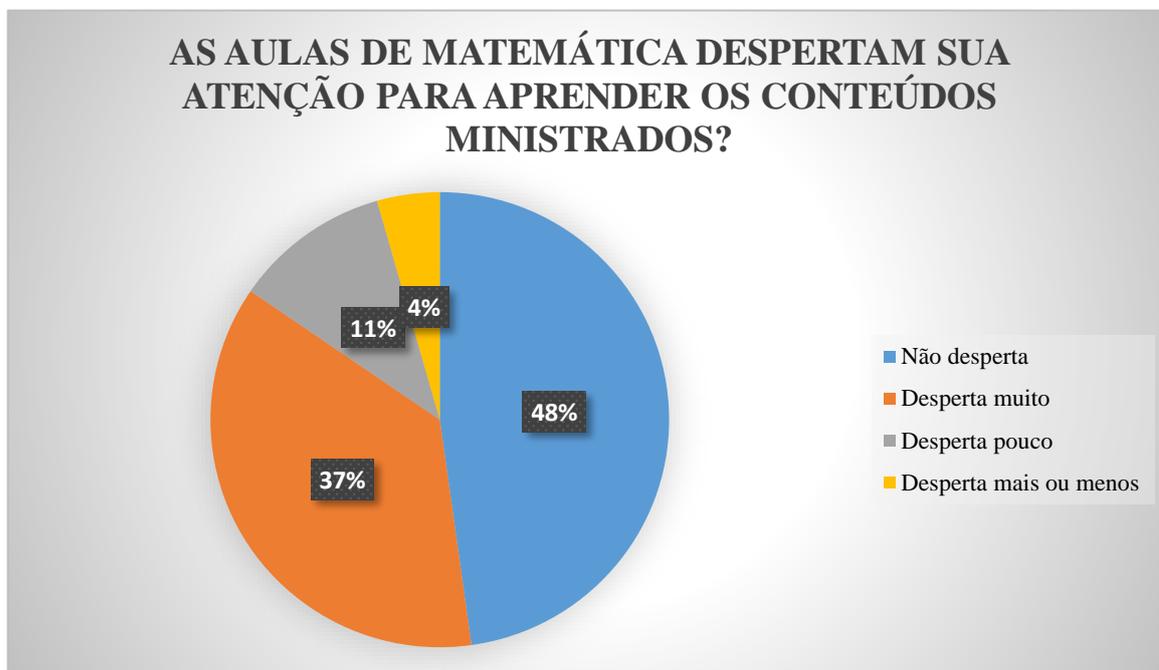
Sobre o questionamento acima temos os seguintes resultados.



De vinte e oito alunos (28), quinze (15) apresentaram a resposta quase sempre. Os demais, (10) afirmaram as vezes e (03) poucas vezes. Esse questionamento precede as afirmações de Lakatos (2003). Alunos não são vistos por alguns professores como seres

humanos capazes de pensar e se relacionar com harmonia, mas sim, como depósito de conteúdos desvinculados da realidade do aluno. A segunda pergunta tinha finalidade:

As aulas de matemática despertavam sua atenção para aprender os conteúdos ministrados?

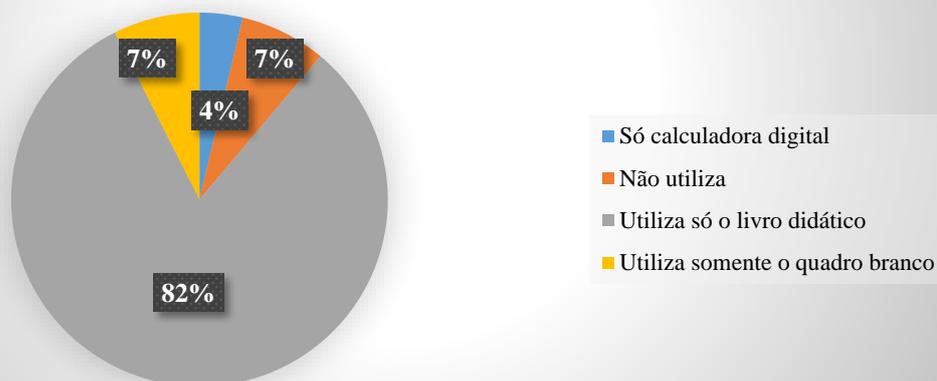


Dos vinte e oito alunos (28), tivemos as mais diversas respostas, tais como: tem algumas coisas que é difícil e não dá para compreender, não desperta (13); a matemática é uma matéria que gosto muito e sempre está presente na vida, desperta muito (10); é essencial aprender pelo menos o básico entendendo desperta pouco (03); não gosto muito de matemática, a matemática consegue despertar nada mais ou menos (02). O que se percebe é que são muitas falas feitas e prontas moldadas pela nossa sociedade, mas em relação as aulas, não parece haver, pelo menos em parte do público, um real despertar para a importância dos conteúdos de matemática.

Quanto a utilização de tecnologia em sala de aula, questionamos:

O professor utilizava algum recurso tecnológico em suas aulas para explicar o conteúdo de poliedro de Platão, e que ajudasse na visualização da relação de Euler?

**O PROFESSOR UTILIZAVA ALGUM RECURSO TECNOLÓGICO EM SUAS AULAS PARA EXPLICAR O CONTEÚDO DE POLIEDRO DE PLATÃO, E QUE AJUDASSE NA VISUALIZAÇÃO DA RELAÇÃO DE EULER?**

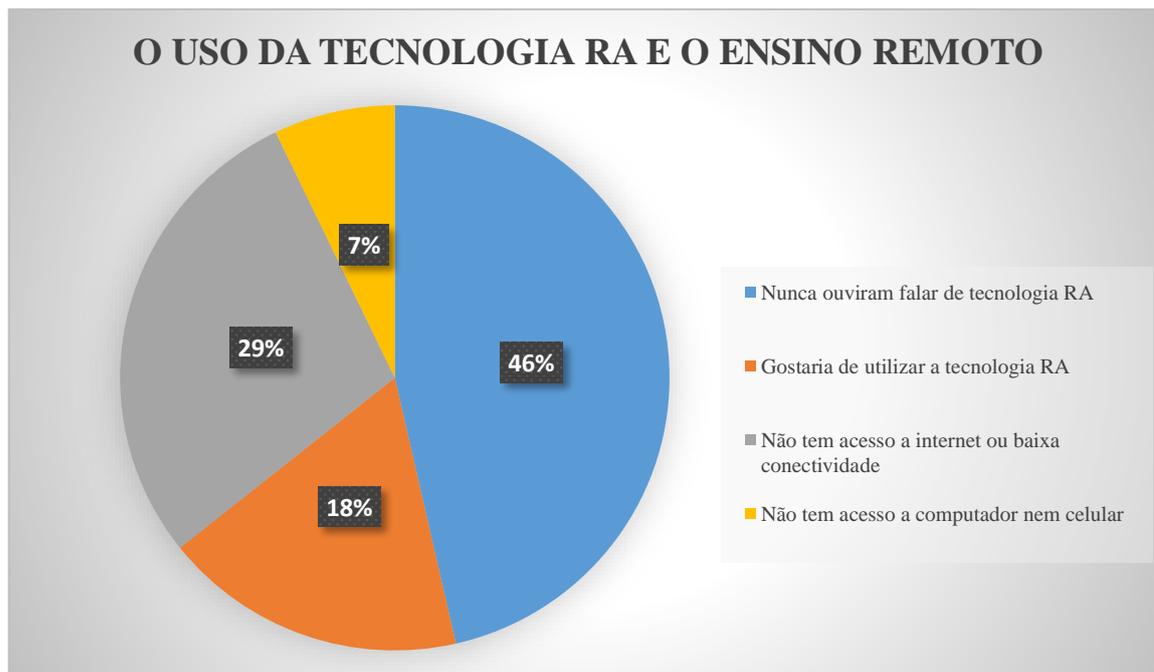


Dos vinte e oito alunos (28). Disseram ter utilizado apenas calculadora digital (01), nunca ter utilizaram (02). Disseram que o professor só utilizava o livro didático (23). Disseram que utilizava apenas o quadro branco (02). A era da tecnologia está aí, a tecnologia faz parte do dia a dia de crianças, adolescentes e adultos, mas o que se percebe é que é pouco utilizada pelos professores em sala de aula. A sala de aula, espaço coletivo de conhecimento, interação e troca de informações, poderia viver hoje uma nova fase com a chegada de recursos tecnológicos, sem dúvida isso impactaria diretamente na relação professor e aluno.

As perguntas as três (03) perguntas finais do questionário foram em relação a tecnologia RA e o ensino remoto.

Você conhece a tecnologia RA? Você quer utilizar tecnologia RA com o software para manipular os poliedros? E quais as dificuldades enfrentadas no ensino remoto da disciplina de matemática? Uma vez que no período mais grave da pandemia, muitos alunos só estudavam de forma remota.

Quanto as respostas vamos gerar uma tabela e um gráfico quando as respostas dos alunos relativo aos três questionamentos.



De vinte e oito (28) alunos disseram, nunca ter ouvido falar sobre a tecnologia RA (13). Gostariam de utilizar essa tecnologia RA com o software (05). Disseram, não tem acesso a internet ou baixa conectividade (08). Afirmaram não ter acesso a computador nem celular. (02)

Estes dados nos remetem a perceber que é preciso um trabalho junto a direção e supervisão da escola, para viabilizar meios necessário para que os alunos possam ter acesso a internet e dessa forma possam utilizar a Realidade Aumentada, como material didático.

Na próxima seção, apresento a análise dos resultados encontrados com a revisão do conteúdo de Geometria Espacial voltado para os conhecimentos prévio envolvendo questões relacionadas aos poliedros de Platão e relação de Euler.

## 7.2. Oficina: Revisão da Geometria Espacial

A pesquisa em questão foi dividida em 3 etapas, na primeira etapa foi feito um questionário em relação ao aprendizado do aluno e os meios tecnológicos que o professor utilizou para ministrar as suas aulas o conteúdo de poliedros de Platão e relação de Euler.

Na segunda etapa, foi feito uma revisão na qual estarei expondo mais a frente nessa seção. A revisão foi feita de maneira em que os alunos, revisassem os conteúdos propostos na aula, tais como: o que é um poliedro, quais as características que tem esses poliedros, para que sejam denominados poliedros de Platão e quantos existem e onde a relação de Euler se relaciona com os poliedros. Em seguida foi falado também sobre a tecnologia RA, o software Geometrix,

qual a contribuição no projeto e na visualização desses poliedros junto a relação de Euler. Comentou-se dos benefícios dessa tecnologia no estudo das relações vértices, faces e arestas e o que se fazia necessário para utilizar essa tecnologia em sala de aula.

Durante a realização dessa pesquisa, os alunos se mostraram um pouco apreensivos, mas com o passar das horas, foram se envolvendo cada vez mais. No início da aula foi feita uma breve revisão sobre os poliedros, expliquei que existia duas classes de poliedros, os convexos e os não convexos, mas que só iríamos trabalhar com os convexos, caso geral dos poliedros de Platão. Trabalhei com definições do tipo: todo poliedro convexo obedece a relação de Euler, mas nem todo poliedro que obedece a relação de Euler é convexo; as condições para um poliedro ser de Platão, tais como, todas as faces são polígonos com o mesmo número de lados, todos os vértices são vértices de ângulos poliédricos com o mesmo número de arestas e verificar a relação de Euler.

Dos vinte e oito alunos presentes, doze lembravam das definições, 10 ficaram no mais ou menos e seis nem lembravam mais.

TOTAL DE ALUNOS – 28
12 – Lembraram das definições
10 – Lembraram mais ou menos
06 – Não lembravam mais

Então fui ao quadro desenhei um hexaedro, e fui mostrado todas essas relações dentro desse sólido e as suas definições, como exemplo para os demais poliedros. No ponto de vista de Smole (2013). Professores têm a ideia de que a aprendizagem só se dá através de noções e definições, mas há um engano, pois existem várias formas de formar um conceito, uma delas pode ser através da prática, eles precisam participar das soluções dos problemas, investigar, e descobrir a melhor forma de solucionar, refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos dos poliedros e os conceitos geométricos.

Em seguida, foi explicado sobre a relação de Euler nos poliedros, perguntado aos alunos se eles ainda lembravam da relação e se conseguiriam utiliza-la. Dos vinte e oito alunos presentes, vinte deles disseram que conseguiriam os outros oito ficaram com dificuldade em relacionar as três vertentes dos poliedros na relação de Euler. Novamente utilizei o hexaedro, encontrado os vértices, faces e as arestas desse poliedro junto a relação.

Logo após o exemplo, os alunos disseram ser fácil, porém quando solicitei que eles utilizassem icosaedro na relação, todos sentiram dificuldades, pois ficou mais difícil encontrarem os vértices, arestas e faces. Então conversei a respeito da visualização dos poliedros, sobre a dificuldade que os alunos, no geral, têm de visualizar a olho nu ou utilizando

apenas o livro didático em que as figuras tridimensionais são mostradas apenas em duas dimensões.

Depois, em um dado momento, perguntou-se aos discentes se eles concordavam com a análise que tinha acabado de fazer em relação a visualização dos poliedros de Platão. Alguns disseram que visualizaram bem o tetraedro e hexaedro, mesmo o livro apresentando desenhos planos. Porém, essa dificuldade aumenta quando o poliedro é mais complexo, como o dodecaedro e icosaedro. Então, perguntei se poderíamos utilizar algo que “facilitasse” essa visualização, e o que poderia ser.

Como a maioria nunca utilizou nem um tipo de tecnologia em sala de aula, não ouve opinião. Então, perguntei se eles conheciam a tecnologia RA, ou já tinham ouvido falar. Sendo que no primeiro questionário foi feita esta pergunta. Como resposta disseram que nunca ouviram falar, e nem faziam ideia do que era a Realidade Aumentada. Mesmo já encontradas em alguns brinquedos hoje em dia. Assim, dei início a questão que norteou a pesquisa, que era contribuir com a visualização desses poliedros junto a relação de Euler.

Comecei a falar da tecnologia RA, da sobreposição de elementos virtuais num ambiente real, que podem ser gerados por um sistema computacional e visualizado na tela de um monitor. No primeiro momento, olhavam assustados, perdidos, não estavam entendendo e nem faziam ideia de como utiliza-la. No entanto antes de mostrar a tecnologia aos mesmos, perguntei se eles já tinham utilizado algum tipo de software em seu celular. Neste momento me deparei com uma dificuldade, muitos disseram que utilizavam, mais para outros fins, nunca para aprender matemática; já outros disseram que não possuíam celular. O que fazer, já que para aplicar a proposta era necessário o uso de aparelho celular para manusear o software. No entanto, dos vinte e oito alunos presente, apenas 3 não possuíam celular. Agrupamos os alunos que não tinham aos que possuíam e demos sequência na aula.

No decorrer da sequência, mostrei a tecnologia RA junto ao software Geometrix já instalada no celular, os alunos ficaram maravilhados, nunca tinham visto, algo tão inovador e diferente para aprender o conteúdo de Geometria Espacial. Terminado de mostrar as ferramentas que seria utilizada na aula seguinte, foi dado a cada aluno um papel, que serviu de marcador, necessário para a visualização dos poliedros de Platão. Os discentes apontaram a câmera do celular diretamente nesse marcador, que gerava uma imagem virtual, com a diferença, que essa imagem era manipulável. Para a próxima aula, foi pedido que todos os alunos que possuía celular baixassem o software Geometrix.

### 7.3. Dados coletados durante a Oficina com o uso do Software Geometrix

Após todas as explicações da aula anterior de como utilizar o aplicativo, foi dada a continuação na excursão da pesquisa, trabalharam uma atividade sobre os poliedros de Platão e relação de Euler, utilizando o software Geometrix como suporte na visualização e manipulação de poliedros.

Inicialmente, foi feita a visualização de alguns poliedros, tais como, o tetraedro e hexaedro e foi pedido que o aluno escolhesse um dos poliedros de Platão para verificar a relação de Euler com o auxílio do software. Todos os vinte e oito alunos presentes conseguiram responder perguntas simples do tipo, quantos vértices, arestas e faces tem o sólido escolhido. Vinte deles escolheram o tetraedro e oito o hexaedro para verifica a relação de Euler, utilizando o software. Provavelmente, por serem os dois sólidos mais simples e com menos elementos (face, aresta e vértice) mais fáceis de serem visualizados no livro didático. Os demais sólidos (octaedro, dodecaedro e icosaedro) requerem uma maior atenção, por serem mais complexos, terem maior quantidade de elementos e ainda pela dificuldade de se observar uma figura tridimensional em duas dimensões, no livro.

Alguns alunos tiveram dificuldade no início de utilizar o Geometrix, pois ele foi utilizado junto com a um marcador. Era necessário o discente centralizar a câmera do celular diretamente nesse marcador. Pouco tempo depois, já estavam manipulando de forma correta os sólidos.

Tinham outras seis questões referentes aos números de vértices, faces e arestas dos poliedros de Platão na relação de Euler que variavam de um nível fácil até um nível médio. Os discentes só precisavam ler e observar no Geometrix o que a questão estava pedindo. Nas últimas duas questões foram trabalhadas a contextualização e interpretação dentro de um problema real, de uma situação do dia-a-dia. Dos vinte e oito alunos, dez conseguiram resolver todas as questões, dezoito só conseguiram resolver até a questão seis. Sendo que eram oito questões ao todo. A dificuldade dos alunos que não conseguiram resolver as duas últimas questões, foi no geral, na parte da interpretação e contextualização do problema, sabiam aplicar os dados na relação, mas não conseguiam retirar os dados da questão.

Outra questão que pude observar, é que muitos alunos ainda erravam os cálculos básicos dentro da relação de Euler, dificuldades com jogo de sinal e também na hora de resolver a equação. Ou seja, até estavam compreendendo o conteúdo proposto, porém, esbarravam em problemas anteriores a esta parte da matemática.

Pavanello (2004), destaca a importância do ensino de Geometria, que a mesma representa um campo para desenvolver a capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível. Para isso, é preciso que o trabalho envolva atividades de observação, manipulação e exploração de diferentes objetos em diferentes dimensões. Dessa forma, os conceitos propostos, pela autora ressalta o papel da Geometria não significa minimizar o da álgebra, devemos estimular e desenvolver tanto o pensamento visual, dominante na Geometria, quanto o sequencial, preponderante na álgebra, pois ambos são essenciais para uma formação concreta no campo das ciências exatas.

No entanto, ficou evidente que a proposta da pesquisa, de visualização dos poliedros junto a relação de Euler, se deu de maneira positiva e satisfatória em relação a manipulação desses sólidos e compreensão do conteúdo. Aliar os recursos concretos aos virtuais, faz parte dos estudos que envolvem a aprendizagem significativa e a visualização geométrica. O software teve o papel de “facilitar” a visualização tridimensional das figuras geométricas. Nos mostrando que a tecnologia RA pode ser uma grande aliada no ensino da Geometria Espacial nas escolas no que tange o assunto de poliedros e relação de Euler.

#### **7.4. Dados coletados a partir do Segundo Questionário**

Foi possível verificar alguns indícios de aprendizagem a partir do questionário 2 (em Anexos), respondido pelos alunos ao término da investigação que envolvia perguntas sobre o que havíamos visto no decorrer das aulas. As perguntas foram respondidas das mais diversas maneiras, alguns bem objetivos, já outros foram mais detalhistas em suas respostas.

A primeira e a segunda questão perguntou: “você conseguiu entender as explicações dadas em relação aos poliedros de Platão na relação de Euler?” E “as aulas de matemática despertaram sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?” Foi visível e audível que todos gostaram de aprender com o auxílio do software.

A terceira questão tratou da Realidade Aumentada. Eles afirmaram que ainda não se sentiam totalmente confiantes em explicar o que é a RA, alguns disseram que saberiam explicar o que é, outros que ainda não conheciam muito e outros ainda tentaram explicar com suas palavras. Um dos alunos disse: “é um modo de ver melhor alguma coisa, real e pode ser tocado” já outro deu a seguinte explicação: “eu entendi um pouco sobre esse aplicativo me ajudou a entender sobre os poliedros” entre outras respostas dadas.

A questão quarta era a respeito da opinião dos mesmos sobre a facilidade do uso do software durante as aulas de Geometria Espacial. Os alunos demonstram entender a utilização

do aplicativo em relação a visualização dos poliedros na relação de Euler. Comentários de alguns alunos: sim, porque o software mostra melhor a forma da aresta, face e vértice; muito útil, facilita bastante na compressão do poliedro; ele é bom, ele ajuda a entender sobre os poliedros de Platão, e dá para ver as formas geométricas.

A quinta questão argumentou acerca da utilização do Geometrix na compressão dos conceitos e na realização das atividades. Eles afirmaram entender a utilizar o software. A prova disso foi a afirmação de um aluno que disse “sim, porque ele ajudou a fazermos a nossa atividade e proporcionou um maior entendimento”, já um outro disse: “primeiro ele dá as formas dos poliedros e a variação dos poliedros, facilita a número de vértices, faces e arestas”, isso só reafirma, que essa tecnologia pode ser uma grande aliada para a visualização da relação de Euler nos poliedros de Platão. E a afirmação e satisfação do uso não parraram por aí, outro aluno relatou que “Facilita” bastante a visualização 3D desses sólidos geométricos.

Quando solicitamos que comentassem o que foi mais interessante na utilização dessa tecnologia (questão 6), os discentes descreveram o seu ponto de visto, em que a ferramenta ajudou, embora apresentassem dificuldades em algum momento. Em resposta, um aluno afirmou que: “para mim foi as formas dos poliedros e a variação dos poliedros, facilitar o ver o número de vértices, faces e aresta”, já outro disse “deixou a aula mais dinâmica, embora ter visto cada poliedro em 3D”. Era exatamente esse um dos meus focos, quando propus este trabalho, tornar a aula mais dinâmica.

A sétima questão pedia para os alunos relatarem sobre a utilização da tecnologia em sala. Observei que, em cada relato os alunos se mostraram bem felizes em ter utilizado a tecnologia em sala. Alguns depoimentos: “sim entendemos melhor, após do professor”, “na verdade o que eu mais gostei foi dos cálculos dos poliedros, que tem a forma  $V-A+F=2$ , a aula ficou muito legal e eu gosto de matemática”. Assim, conseguimos despertar de forma lúdica mais o interesse do aluno em participar das aulas.

A penúltima questão, oitava, os alunos teriam de falar sobre as dificuldades na utilização do software. As respostas foram favoráveis, pois os alunos não tiveram grandes dificuldades para utiliza-lo, a não ser na parte da centralização da câmera junto ao marcador, que só foi visível no início. Um dos alunos disse “não tem, porque é um software leve e muito fácil de usa”. Ou seja, uma ferramenta simples, de fácil manuseio e que pode fazer toda a diferença na relação professor e aluno durante uma aula.

A última questão abordou um exercício de fixação, foi pedido que os discentes encontrassem os vértices, faces e arestas do sólido octaedro, com auxílio do software

Geometrix, todos participaram ativamente, interagiram entre eles, se ajudaram uns aos outros e conseguiram resolver a questão proposta.

No final da última etapa e também do último questionário, perguntei novamente a eles, agora de forma individual, se a tecnologia RA com o uso do software contribuiu para a visualização dos poliedros de Platão, e se facilitou a identificação das relações dos vértices, faces e arestas, para fosse possível utilizar a relação de Euler, assim, foi possível perceber o interesse dos alunos pelo uso do material como recurso didático. Ao acompanhar os alunos durante as aulas, percebi a ansiedade e curiosidade que eles estavam em utilizar a tecnologia em suas atividades, algo que poderia ser tão presente, mas que infelizmente está tão distante daquela sala de aula.

Atualmente ainda existe uma grande barreira na utilização de tecnologia em sala de aula, principalmente no que se refere ao uso do celular. Pensamentos referentes a essa temática, precisam ser revistos, a tecnologia no ambiente escolar pode fazer toda a diferença no ensino e aprendizagem da matemática, em especial no que tange a Geometria Espacial.

## 8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O mundo globalizado e invadido diariamente por aparelhos tecnológicos, esses meios entram através de celulares, notebook e TV nas residências e conseqüentemente na vida social e cultural da grande maioria dos estudantes. O uso da tecnologia nas salas de aula leva os estudantes a se depararem com aquilo que está presente em seu meio social, dessa forma podemos afirmar que o uso de recursos avançados como Realidade Aumentada é uma metodologia que precisa ser pensada como meio pelo qual a educação tende a evoluir no processo de ensino e aprendizagem, fato evidenciado durante a aplicação da pesquisa.

Ao aplicar o trabalho em sala de aula foi possível verificar que realmente existem dificuldades relacionadas não só na visualização desses sólidos como também na parte da manipulação da equação gerada pela Relação de Euler. Muitas dessas dificuldades acontecem devido a forma com que esses sólidos são apresentados aos alunos, em geral, de maneira bidimensional, utilizado apenas o livro didático como material de apoio. Essas dificuldades ficaram mais evidente durante a oficina de revisão dos conteúdos Poliedros de Platão e Relação de Euler.

As falas registradas durante as aulas e as respostas nos questionários de alguns alunos, mostram que também existem por parte deles, a necessidade de compreender melhor alguns conteúdos anteriores e relacionados ao tema, afim de facilitar a resolução e visualização de novos problemas.

Ao apresentar a tecnologia RA pelo software Geometrix, a turma do Ensino Médio, foi possível constatar as potencialidades desse aplicativo, e o quanto o mesmo pode contribuir com a melhoria do ensino de Geometria Espacial. Os alunos conseguiram utilizar de forma muito satisfatória o aplicativo, ficando evidente na resolução dos exercícios.

Infelizmente, o uso de tecnologia para o ensino da disciplina matemática, em especial no conteúdo de Geometria Espacial não é algo muito utilizado na referida escola. Esperamos que essa pesquisa tenha contribuído para um despertar o interesse de professores pelo uso da tecnologia como recurso de ensino.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, J. R. **Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico: um modelo para os problemas de partilha de quantidade.** 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.

ANAMI, B. M. **Boas práticas de Realidade Aumentada aplicada à educação.** Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Ciência da Computação). Universidade Estadual de Londrina. Londrina, PR, 2013. Disponível em: <<http://www.uel.br/cce/dc/wp-content/uploads/TCC-BeatrizAnami-BCC-UEL-2013.pdf>>. Acesso em: 20 ago. 2021.

ANASTÁSIU, L.; ALVES, L. **O processo de ensinagem na universidade: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula.** – Joinville, SC: UNIVILLE, 2003.

AZUMA, R. T. **A survey of augmented reality. Presence: Teleoper. Virtual Environ.,** MIT Press, Cambridge, MA, USA, v. 6, n. 4, p. 355–385, ago. 1997. ISSN 1054-7460. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1162/pres.1997.6.4.355>>. Acesso em 24 ago. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional comum curricular.** Brasília, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Médio,** 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais + (Ensino Médio).** 2000. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Disponível em: Acesso em: 02 jun. 2020.

BRASIL, Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Básica.** Parâmetros curriculares nacionais, Ensino Médio, 2002.

BOYER, C, B. **História da Matemática.** São Paulo. Edgard blucher, Ltda, 1974.

CARDOSO, Raul G. S. et al. **Uso da Realidade Aumentada em auxílio à educação.** In: Computer on the Beach. 2014. Florianópolis, SC. UNIVALI. 2014. p. 330-339. 2014. Disponível em: <<http://www6.univali.br/seer/index.php/acotb/article/viewFile/5337/2794>>. Acesso em: 20 set 2020.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática.** Obra em 4v. para alunos de 6º ao 9º ano. Ed. São Paulo: Ática 2009.

DANTE, L. R. **Projeto teláris- matemática – 6º ano,** são Paulo: Ática, 2014.

DUARTE, Márcio; CARDOSO, Alexandre; LAMOUNIER JR, Edgard. **O Uso de Realidade Aumentada no Ensino de Física**. In: II Workshop de Realidade Aumentada - WRA2005. Unimep, Piracicaba, SP. Setembro, 2005. Disponível em: <<http://www.ckirner.com/download/anais/WRA2005-Anais/WRA2005-1-24.pdf>>. Acesso em: 28 set. 2021.

DUNCAN, Sandra de Aquino Maia. **Uso de técnicas de Realidade Aumentada no ensino de pirâmide**. Dissertação (mestrado em matemática- PROFMAT). Universidade estadual do Norte fluminense (UENF) - Campos dos Goytacazes, 2014.

EDUCA MAIS BRASIL. E + B **Educação**, c2020. Página inicial. Disponível em: <<https://www.educamaisbrasil.com.br/educacao/>>. Acesso em: 29/09/2021.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Unicamp, 2004.

EVES, Howard. **Geometria: tópicos de História da matemática para uso em sala de aula**. Geometria tradução Higino H Domingues. São Paulo, atual, 1997.

FAINGUELERNT, E. K. Educação Matemática: **Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

Frazão, D. **Johannes Kepler, astrônomo e matemático alemão**. Biografia de Jonnes Kepler 2017. Disponível em: <[https://www. Ebiografia.com/johannes Kepler](https://www.Ebiografia.com/johannes%20Kepler)>. acesso em: 29 set.2021.

GIL, Antônio. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. São Paulo: Atlas, 1999.

KAUFMANN, Hannes; SCHMALSTIEG, Dieter. **Mathematics And Geometry Education With Collaborative Augmented Reality**. In: ACM Siggraph 2002 conference abstracts and applications. Nova York – Estados Unidos da América, 2002. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.13.1057&rep=rep1&type=pdf&embedded=true>>. Acesso em: 27 set. 2021.

KIRNER, C; Toré, R. **Realidade Virtual: Conceitos e Tendências**. São Paulo: J. Garcia Comunicação Visual, 2008.

KIRNER, Claudio. **Desenvolvimento de aplicações educacionais adaptáveis online com Realidade Aumentada**. In: Tendências e técnicas em realidade virtual e aumentada. Porto Alegre, Brasil, 2013.

LIMA, E. L. **Meu professor de matemática e outras histórias**. 5. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

LEMOS, Bruno; CARVALHO, Carlos de Alencar. **Uso da Realidade Aumentada para apoio ao entendimento da relação de Euler**. Dissertação (mestrado profissional em educação matemática) - Instituto de ciências exatas, universidade federal do Rio de Severino sombra, Vassouras, Rio de Janeiro, 2010.

LORENZATO, Sergio. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: LORENZATO, Sergio. O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção formação de professores).

MACEDO, Alex de Cassio. **Ensino e Aprendizagem de Geometria por meio da Realidade Aumentada em Dispositivos móveis**: um estudo de caso em colégios públicos do litoral paraense. Curitiba, 2018.

MASETTO, M.T. **Mediação Pedagógica e o Uso da Tecnologia. Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 7 ed. Campinas: Papirus, 2010.

MIALICH, Flávia Renata. **Poliedros e Teorema de Euler**. 2013. 80f. Dissertação (Mestrado Programa de Pós-graduação em Matemática Profissional em Rede Nacional) -Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, 2013.

PEREIRA, Antônio Luiz. **Motivação para a disciplina MT450- seminários de resolução de problemas**. São Paulo, IME- USP, agosto de 2001.,

POYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de janeiro: Interciência,1995.

RITTER, A. M. **A visualização no Ensino De Geometria Espacial: possibilidades com o software calques 3d**. porto alegre, IM/UFRGS,2011. Dissertação de mestrado.

PAVANELLO, R. M. por que ensinar/aprender geometria. 2004. Trabalho apresentado no VII Encontro paulista de educação matemática, são Paulo, 2004.

PRENSKY, Marc. **Aprendizagem baseada em jogos digitais**. São Paulo: SENAC São Paulo, 2012. 575 p. ISBN 9788539602711.

ROONEY, A.A **História da matemática: desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito**. São Paulo: M. Books do Brasil, 2012.

SANCHO, Juana Maria; HERNÁNDEZ, Fernando. De tecnologias da informação e comunicação a recursos educativos. In: **Tecnologias para transformar a educação**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

SANTIN, R.; KIRNER, C. Ar toolkit: conceitos e ferramenta de autoria colaborativa. **Realidade Virtual e Aumentada: Uma Abordagem Tecnológica**, SBC, Porto Alegre, 2008.

SOUZA, Cecília Rodrigues de (Org.). **Oficinas Pedagógicas: Desafios e Possibilidades**. Manaus: Valer /Foppi, 2006.

SMOLE, Katia Stocco, DINIZ, Maria Ignez. **Matemática: ensino médio 1. 8. Ed**. São Paulo: Saraiva, 2013.

TORI, R.; KIRNER, C.; SISCOOTTO, R. A. **Fundamentos e tecnologia de realidade virtual e aumentada**. [S.l.]: Editora SBC, 2007.

VIANNA, Heraldo Marelim. **Pesquisa em educação: a observação**. Brasília: plano Editora, 2007.

VALENTE, José Armando. **Análise dos diferentes tipos de softwares usados na Educação.** Em J.A. Valente (Org.), O Computador na Sociedade do Conhecimento (pp. 71-84). Campinas, SP: Gráfica da UNICAMP, 2002.

VALENTIN, Thiago Antônio. **O uso da Realidade Aumentada no ensino da Geometria Espacial.** Dissertação (mestrado em matemática- PROFMAT). Universidade Federal do Rio de Janeiro – Instituto de matemática, 2017.

YAOYUNYONG, Gallayanee; JOHNSON, Erik; YUEN, Steve Chi-Yin. Augmented reality: An overview and five Direction for AR in education. In: **Jornal of Education Tecnology Development and Exchange.** 2011. v. 4. Disponível em: <<http://www.sicet.org/journals/jetde/jetde11/11-10-steve.pdf>>. Acesso em 25 de set. 2020.

## ANEXO 1 – QUESTIONÁRIO 1

Caro (a) Aluno (a)

Esta pesquisa tem por finalidade verificar o quão aproveitável é utilizar a realidade aumentada no ensino da geometria espacial, em especial nos conteúdos Poliedros de Platão e Relação de Euler para alunos da 2ª série do ensino médio da Escola Estadual Professora Mirtes Rosa localizada no município de Itacoatiara – AM.

Marque a(s) resposta(s) com um **X**.

1) Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática?

- (A) Sempre
- (B) Quase sempre
- (C) Às vezes
- (D) Poucas vezes
- (E) Nunca

2) As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?

- (A) Sim
- (B) Não
- (C) Às vezes

Explique o porquê de sua resposta.

---



---



---

3) Você já utilizou algum aplicativo matemático nas suas aulas/atividades nesse período de pandemia, aula remota?

- (A) Sim
- (B) Não

Se sim, Qual?

---



---



---

4) O(a) professor(a) utiliza algum recurso tecnológico ao ensinar em suas aulas o conteúdo de geometria espacial?

- (A) Sim
- (B) Não

Se sim, descreva o recurso tecnológico utilizado.

---



---



---

5) Qual material didático o(a) professor(a) de matemática utiliza para explicar o conteúdo Poliedros de Platão?

- (A) Livro didático

- (B) Quadro branco  
 (C) Outros recursos didáticos.

Se marcou a letra c, descreva o recurso didático utilizado.

---



---



---

- 6) O(a) professor(a) utiliza algum recurso que facilite a visualização das faces, vértices e arestas nos Poliedros de Platão?

- (A) Sim  
 (B) Não  
 (C) As vezes

Se sim, Quais?

---



---

- 7) Qual material didático o(a) professor(a) de matemática utiliza para explicar o conteúdo Relação de Euler?

- (A) Livro didático  
 (B) Quadro branco  
 (C) Outros recursos didáticos.

Se marcou a letra c, descreva o recurso didático utilizado.

---



---

- 8) Você sabe o que é realidade aumentada (RA)?

- (A) Sim  
 (B) Não

Se sim, explique em poucas palavras o que significa RA

---



---



---

- 9) Você gostaria de utilizar a tecnologia de aplicativos matemáticos para visualizar e manipular os Poliedros em aplicações do dia a dia?

---



---



---

- 10) Quais as dificuldades, problemas que enfrenta no ensino remoto da disciplina de matemática?

- (A) Não tem acesso diário de internet ou tem baixa conectividade.  
 (B) Não tem computador, estuda no celular.  
 (C) Não tem computador, estuda no celular de outra pessoa.  
 (D) Não consegue ter uma rotina diária de estudos.

Se enfrenta outras dificuldades no ensino remoto, cite-as:

---



---



---

**ANEXO 2 – ATIVIDADE APLICADA****ATIVIDADE**

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Utilize o aplicativo Geometrix para visualizar os poliedros e responda as perguntas a seguir.

Questão(1): Quantas faces o tetraedro possui? \_\_\_\_\_

Questão(2): Quantos vértices possui um hexaedro? \_\_\_\_\_

Questão(3): Quantas vértices, faces e arestas possui um tetraedro? \_\_\_\_\_

Questão(4): Um poliedro convexo é constituído de 25 arestas e 15 faces. Quantos vértices possui esse poliedro? \_\_\_\_\_

Questão(5): Um poliedro convexo possui 20 faces e 12 vértices, então o número de arestas desse poliedro é:

- A) 20
- B) 24
- C) 28
- D) 30
- E) 32

Questão(6): Os sólidos de plantão são conhecidos como os únicos poliedros regulares, ou seja, todas as faces são iguais. Dos poliedros a seguir, são considerados sólidos de plantão, exceto:

- A) Cubo
- B) Dodecaedro
- C) Tetraedro
- D) Paralelepípedo
- E) Icosaedro.

Questão(7): Escolha um poliedro e verifique se a Relação de Euler:

V-  $A+F=2$  e válida para o poliedro escolhido.

Questão(8): Quantas arestas e quantos vértices tem um poliedro convexo de 20 faces, todas triangulares?

Questão(9): Arquimedes descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, no total são 32 faces, todas regulares. Esse poliedro inspirou a fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na copa do mundo de 1970. Sabendo que sua aresta é 90.

Quantos vértices possui esse poliedro?

### ANEXO 3 – QUESTIONÁRIO 2

Caro (a) Aluno (a)

Esta pesquisa tem por finalidade verificar o quão aproveitável é utilizar a realidade aumentada no ensino da geometria espacial, em especial nos conteúdos Poliedros de Platão e Relação de Euler para alunos da 2ª série do ensino médio da Escola Estadual Professora Mirtes Rosa localizada no município de Itacoatiara – AM.

Marque a(s) resposta(s) com um **X**.

11) Você conseguiu entender as explicações dadas em relação aos poliedros de Platão na relação de Euler?

(F) Sim

(G) Não

(H) Mais ou menos.

12) As aulas de Matemática despertaram sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?

(D) Sim

(E) Não

(F) Mais ou menos

Explique o porquê de sua resposta.

---



---



---

13) Você sabe o que é realidade aumentada (RA)?

(A) sim

(B) não

Se sim, explique em poucas palavras o que significa RA.

---



---



---

14) Qual sua opinião sobre o uso do Software Geometríz durante as aulas de geometria espacial para entender os poliedros de Platão na relação de Euler?

---



---



---

15) A utilização deste software ajudou na compreensão dos conceitos e na realização das atividades? De que maneira?

---



---



---

16) O que foi mais interessante?

---

---

---

---

17) Na aula de hoje, você pode afirmar que ficou mais fácil aprender o conteúdo Poliedro de Platão na Relação de Euler, quando o professor usou a tecnologia da Realidade Aumentada?

---

---

---

---

18) Quais as dificuldades encontradas em relação á utilização do software? Descreva

---

---

---

---

19) Quantas faces, arestas e vértices possuem o poliedro chamado de octaedro?

---

---

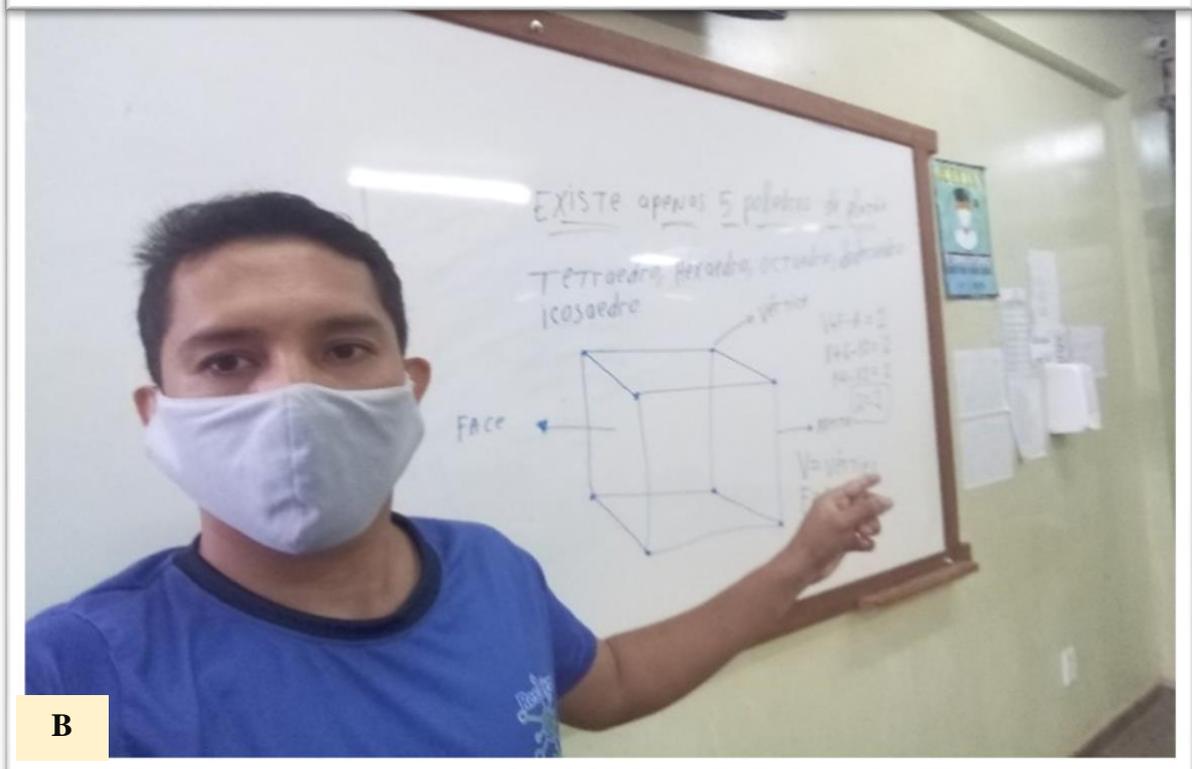
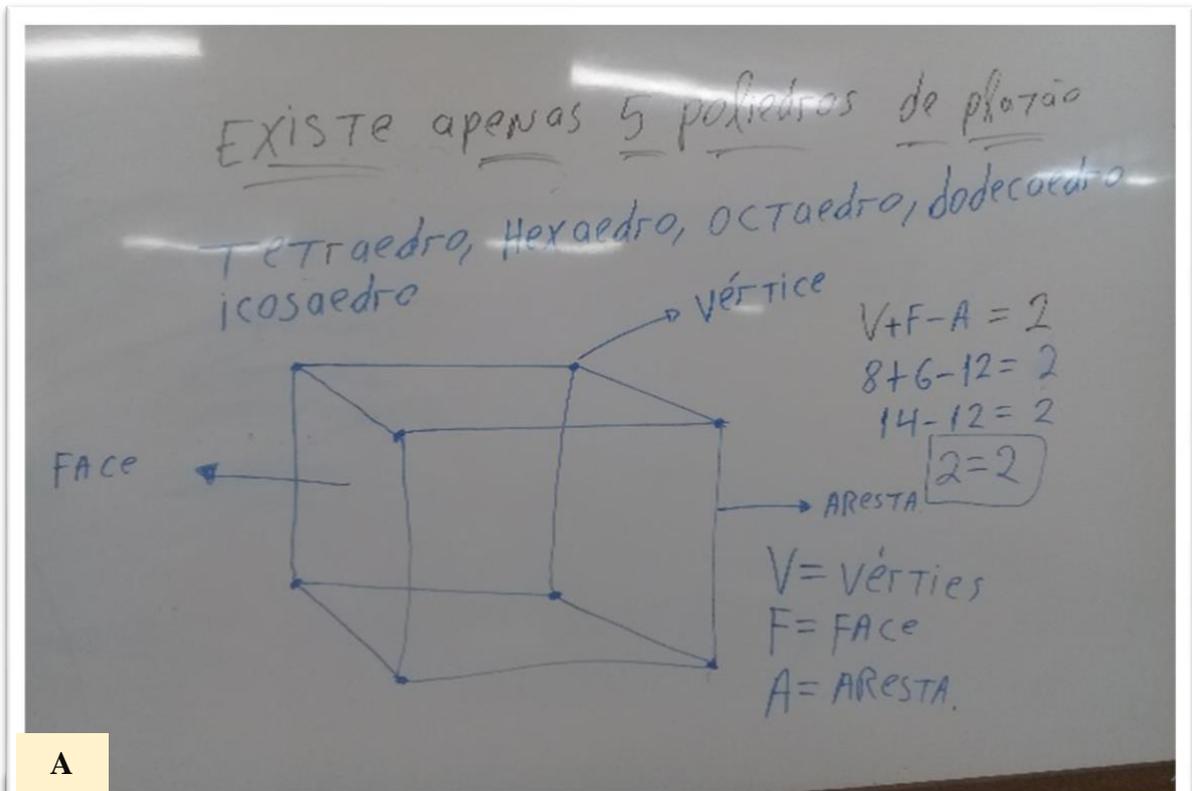
---

---

**ANEXO 4 – FOTOS DA APLICAÇÃO DO TRABALHO**

**Figura 10 – A) e B) Alunos respondendo o Questionário.**

**Fonte:** Próprio Autor.

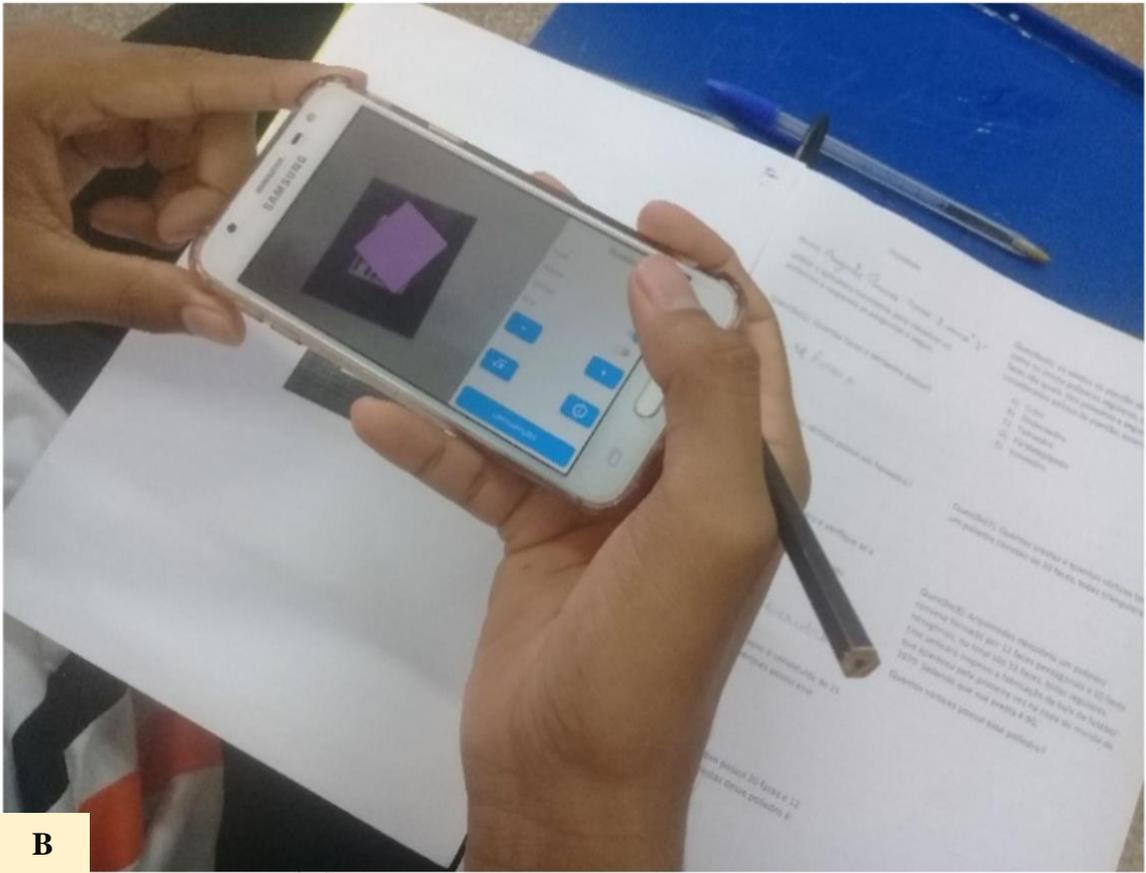


**Figura 11 – A) e B)** Explicação do assunto.

**Fonte:** Próprio Autor.



A



B

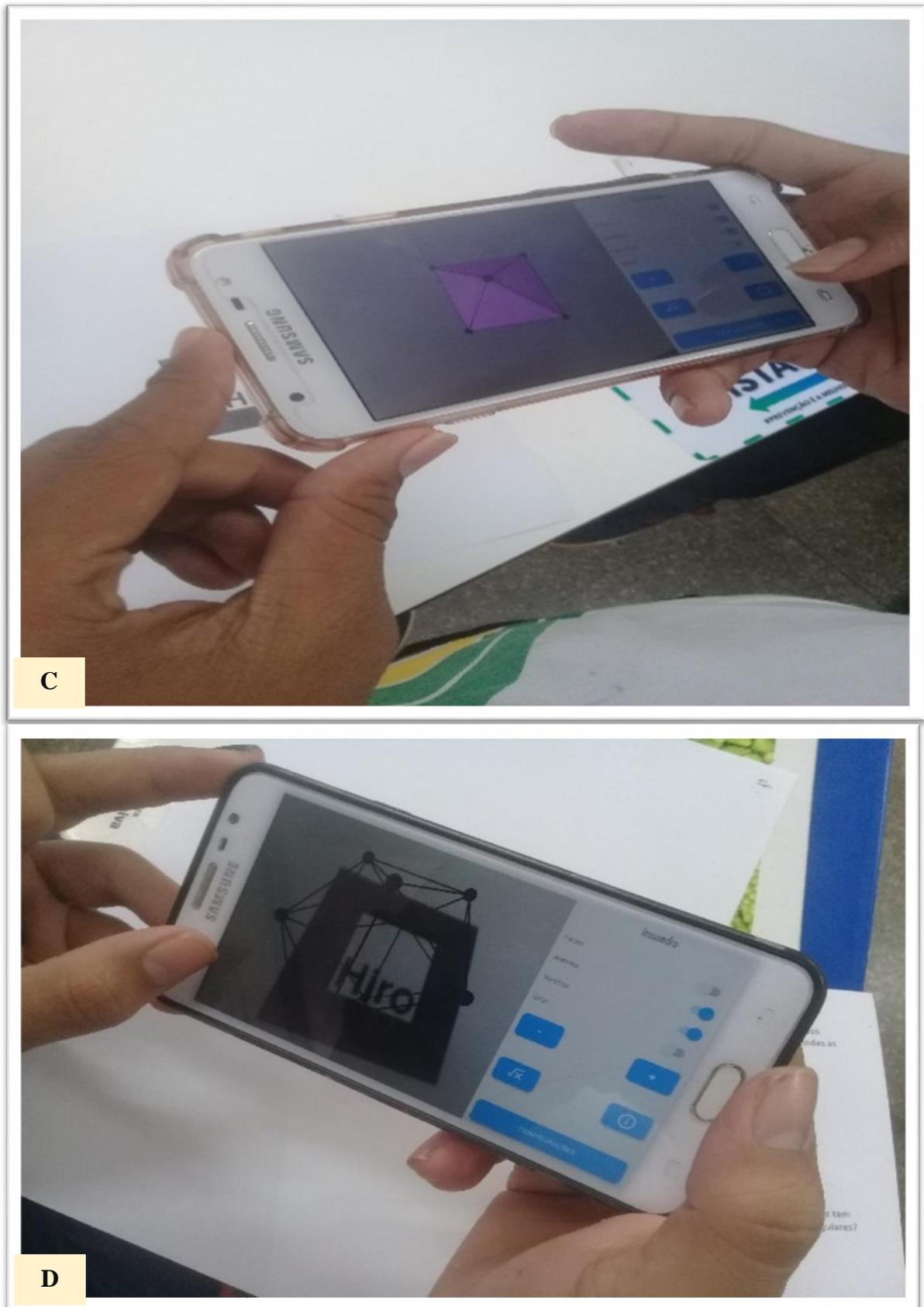


Figura 12 –A); B); C) e D) Alunos usando o Software.

Fonte: Próprio Autor.