



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

---



DANIEL CASTRO DE LIMA

PROBLEMA INVERSO DE ESTIMATIVA DE TEMPERATURAS  
INTERNAS EM CHAPAS DE AÇO ASTM A36 DURANTE PROCESSO DE  
SOLDAGEM MIG/MAG ATRAVÉS DO FILTRO DE AMOSTRAGEM POR  
IMPORTÂNCIA UTILIZANDO MEDIDAS DE TEMPERATURA NA FACE  
OPOSTA

Manaus  
2022

DANIEL CASTRO DE LIMA

PROBLEMA INVERSO DE ESTIMATIVA DE TEMPERATURAS INTERNAS EM  
CHAPAS DE AÇO ASTM A36 DURANTE PROCESSO DE SOLDAGEM MIG/MAG  
ATRAVÉS DO FILTRO DE AMOSTRAGEM POR IMPORTÂNCIA UTILIZANDO  
MEDIDAS DE TEMPERATURA NA FACE OPOSTA

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Faculdade de Tecnologia da  
Universidade Federal do Amazonas como parte  
dos requisitos necessários para obtenção do título  
de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. MSc. Gino José Andrade de Andrade

Manaus  
Abril de 2022

### Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

L732e Lima, Daniel Castro de  
Estimativa de temperatura interna em chapas de aço ASTM A36 durante processo de soldagem MIG/MAG através do filtro de amostragem por importância utilizando medidas de temperatura na face oposta / Daniel Castro de Lima . 2022  
101 f.: il. color; 31 cm.

Orientador: Gino José Andrade de Andrade  
TCC de Graduação (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Amazonas.

1. Soldagem. 2. MIG/MAG. 3. Problema Inverso. 4. Filtro SIR. I. Andrade, Gino José Andrade de. II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

PROBLEMA INVERSO DE ESTIMATIVA DE TEMPERATURAS INTERNAS EM CHAPAS DE AÇO ASTM A36 DURANTE PROCESSO DE SOLDAGEM MIG/MAG ATRAVÉS DO FILTRO DE AMOSTRAGEM POR IMPORTÂNCIA UTILIZANDO MEDIDAS DE TEMPERATURA NA FACE OPOSTA

DANIEL CASTRO DE LIMA

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado à Faculdade de Tecnologia da Universidade Federal do Amazonas como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Aprovada por:

---

Gino José Andrade de Andrade  
Orientador (DEMEC/UFAM)

---

Nilton Pereira da Silva  
(DEMEC/UFAM)

---

Antonio do Nascimento Silva Alves  
(DEMEC/UFAM)

Manaus-AM, Abril de 2022.

Aos anos de esperança.

## **AGRADECIMENTOS**

Muitas pessoas me ajudaram nesta conquista, entre elas está:

Minha mãe, Hilda Silva de Castro, que sempre acreditou em meu potencial, desde minhas primeiras pequenas vitórias.

Meu Padrasto, Raimundo França, e minha tia Dr. Claudia Silva de Castro por me motivar nos estudos.

Meu Orientador, M.Sc. Gino José Andrade de Andrade, que desde o primeiro trabalho de iniciação científica procurou o meu melhor para o desenvolvimento da ciência e educação.

Dr. Rubelmar Maia de Azevedo, por me explicar muito da transferência de calor na soldagem e experimentos de soldagem.

Dr. Nilton Pereira da Silva por me auxiliar na elaboração da proposta deste trabalho de conclusão de curso, assim como me motivar como aluno.

Meu amor, Lucas Lôbo, pela paciência, por ser ouvinte, por ser muito companheiro há mais de dois anos e ser inspiração para meu desenvolvimento profissional e pessoal desde então.

José Roberto Oliveira Coutinho pelo companheirismo desde o ensino fundamental, será sempre meu amigo que levarei para toda a vida.

Meus colegas de turma e amigos: Filipe Martins, Phillip Silva e Geydson Silva (meus fiéis companheiros), agradeço muito por horas, e às vezes dias, de estudo e por serem sempre as minhas escolhas para trabalhos em grupo.

Professores: Eng. Paulo Martins, M.Sc. Junout Louzada, Dr. Gustavo Cunha, Dr. Danilo Chuí e ao atual Diretor da Faculdade de Tecnologia da UFAM, Dr. João Caldas, pelo auxílio nestes cinco anos de curso de engenharia mecânica, com os quais pude aprender muito e me tornar um profissional sério e dedicado em colaborar com a engenharia de ponta e desenvolver o Polo Industrial de Manaus. Contribuindo para o crescimento de meu estado de morada e de coração: Amazonas.

Meu amigo Eng. Henrique Oliveira, por me auxiliar na elaboração deste trabalho e me motivar à procura pelo desenvolvimento profissional.

Universidade Federal do Amazonas, por possibilitar a realização deste curso e a todos que contribuíram direta ou indiretamente para realização deste trabalho.

*“Mathematics rightly viewed possesses not only truth but supreme beauty.”*

*(Bertrand Russell)*

## RESUMO

O processo de soldagem a arco elétrico tem a finalidade de unir peças metálicas, entre esses processos destacam-se o Metal Inert Gas (MIG) e Metal Active Gas (MAG). Durante o processo de soldagem o material base está submetido a uma fonte de calor ocasionando um aumento de temperatura, inerente ao processo, que altera a resistência mecânica, propriedades físico-químicas e características metalúrgicas. No entanto, não é possível mensurar esse aumento na temperatura em toda região da peça, somente em alguns pontos por termopares, ou zonas externas por meio de câmera termográfica por infravermelho. O conhecimento do campo de temperatura e da zona afetada pelo calor é útil para se obter uma melhor qualidade de solda. Devido às limitações existentes para a obtenção direta da temperatura no interior da chapa, uma solução de problema inverso em transferência de calor torna-se atrativa. Assim, o objetivo deste trabalho é estimar temperatura em um ponto interno de uma chapa de aço ASMT A36, durante o processo de soldagem MIG/MAG utilizando medidas simuladas de temperatura na face oposta à poça de fusão. Uma abordagem Bayesiana através do algoritmo de Filtro SIR (Amostragem e Reamostragem por Importância – Sampling Importance Resampling) será utilizada para estimar o campo de temperatura. Soluções conhecidas para o problema de soldagem, com coordenadas cartesianas e meio semi-infinito serão adotadas para representar o problema físico. A estimativa ocorreu de maneira satisfatória tanto para a temperatura interna da chapa quanto a estimativa do fluxo de calor.

**Palavras-chave:** Soldagem, MIG/MAG, Problema Inverso e Filtro SIR

## ABSTRACT

The arc welding process has the purpose of joining metallic parts, among them we highlight Metal Inert Gas (MIG) and Metal Active Gas (MAG). During the welding process the base material is subjected to a heat source causing an increase on temperature, inherent to the process, which changes the mechanical strength, physical-chemical properties, and metallurgical features. However, it is not possible to measure this temperature increase in the entire region of the part, only in some points by thermocouples, or external zones by means of thermographic cameras. Knowledge of the temperature field and the heat-affected zone (HAZ) is useful in achieving better weld quality. Due to the existing limitations for directly obtaining the temperature inside the plate, an inverse problem solution in heat transfer becomes attractive. Thus, the objective of this work is to estimate temperature at an internal point of an ASMT A36 steel plate during the MIG/MAG welding process using simulated temperature measurements on the face opposite the melt pool. A Bayesian approach through the Sampling Importance Resampling (SIR) filter algorithm will be used to estimate the temperature field. Known solutions for the welding problem, with Cartesian coordinates and semi-infinite medium will be adopted to represent the physical problem. The estimation was satisfactory for both the internal temperature of the plate and the heat flux estimation.

**Keywords:** Welding, MIG/MAG, Inverse Problem and SIR filter.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1: Participação do Amazonas no PIB Nacional. Fonte: Abraciclo (2019). ...	1
Figura 1-2: Vendas do setor de duas rodas (2008-2018), dados em milhões. Fonte: SUFRAMA (Adaptado pelo Autor). .....	2
Figura 3-1: Relação do ciclo térmico e a posição da fonte. Exemplo para $q = 1424,24\text{J/s}$ , $vs = 1,0714\text{mm/s}$ , $T_0 = 150^\circ\text{C}$ , $\eta = 0,8$ , $\alpha = 5,32643\text{mm}^2/\text{s}$ , $k = 0,03794\text{W}/\text{mm}^\circ\text{C}$ e $d = 15,85\text{mm}$ . Fonte: Autor.....	11
Figura 3-2: Representação esquemática do ciclo térmico na soldagem em um só passe. Fonte: Modenesi (2012). .....	12
Figura 3-3: Valores das curvas de temperatura (ciclos térmicos) para o cordão de solda em termos das distâncias em relação a abertura do arco. Fonte: Granjon (1991). .....	13
Figura 3-4: Ciclos térmicos coletados por termopares localizados na linha central da face oposta para a implementação da metodologia de Granjon - CP1T-01. T1 - T7 representam as posições onde foram soldados os termopares na face oposta, em relação ao ponto de abertura do arco. Fonte: Cruz Neto (2018). .....	14
Figura 3-5: Problema físico – Soldagem a arco elétrico MIG/MAG.....	14
Figura 3-6: Esquema de posição da fonte em relação a origem fixa do sistema ortogonal $x - y - z$ . As condições de temperatura prescrita localizadas nas fronteiras distantes da origem são mostradas. Fonte: Autor (2021). .....	15
Figura 3-7: Esquema de posição da fonte em relação a origem móvel do sistema ortogonal $\xi - y' - z'$ . Fonte: Autor (2020).....	16
Figura 3-8: Exemplo de resposta do modelo de chapa grossa de Rosenthal. Para $q = 1424,24\text{J/s}$ , $vs = 1,0714\text{mm/s}$ , $T_0 = 150^\circ\text{C}$ , $\eta = 0,8$ , $\alpha = 5,32643\text{mm}^2/\text{s}$ , $k = 0,03794\text{W}/\text{mm}^\circ\text{C}$ e $d = 15,85\text{mm}$ . Fonte: Autor (2020). .....	22
Figura 3-9: Esquema de posição das fontes imaginárias para a solução do problema da chapa intermediária de Rosenthal. As fontes indicadas em laranja são imaginárias e encontram-se aos pares, a fonte real está indicada em vermelho presente na origem do sistema $x - y - z$ . Fonte: Autor (2020). .....	23
Figura 3-10: Exemplo de resposta do modelo de chapa intermediária de Rosenthal. Para $q = 1424,24\text{J/s}$ , $vs = 1,0714\text{mm/s}$ , $T_0 = 150^\circ\text{C}$ , $\eta = 0,8$ , $\alpha = 5,32643\text{mm}^2/\text{s}$ , $k = 0,03794\text{W}/\text{mm}^\circ\text{C}$ e $d = 15,85\text{mm}$ . Fonte: Autor (2020). .....	23

Figura 3-11: Domínio real do modelo de chapa intermediária. Fonte: Autor (2021).	24
Figura 3-12: Exemplo de resposta do modelo de chapa fina de Rosenthal. Para $q = 1424,24\text{J/s}$ , $vs = 1,0714\text{mm/s}$ , $T_0 = 150^\circ\text{C}$ , $\eta = 0,8$ , $\alpha = 5,32643\text{mm}^2/\text{s}$ , $k = 0,03794\text{W/mm}^\circ\text{C}$ e $d = 15,85\text{mm}$ . Fonte: Autor (2020).	25
Figura 3-13: Isosuperfícies para diferentes soluções do problema de soldagem. Fonte: Autor (2021).	25
Figura 3-14: Esquema da fonte gaussiana. Adaptado de Eagar & Tsai (1983).	26
Figura 3-15: Distribuição das fontes puntiformes no plano $y - z$ . Autor: Ramirez e Brandi (2004).	27
Figura 3-16: Exemplo de resposta do modelo de múltiplas fontes de Ramirez e Brandi (2004). Para $q = 1424,24\text{J/s}$ , $vs = 1,0714\text{mm/s}$ , $T_0 = 150^\circ\text{C}$ , $\eta = 0,8$ , $\alpha = 5,32643\text{mm}^2/\text{s}$ , $k = 0,03794\text{W/mm}^\circ\text{C}$ e $d = 6\text{mm}$ . Fonte: Autor (2020).	29
Figura 3-17: Isosuperfícies da solução de múltiplas fontes. Fonte: Autor (2021).	29
Figura 3-17: Previsão e atualização de dados. Fonte: Kaipio e Somersalo (2004).	36
Figura 3-19: Esquema geral dos filtros de partículas para problema inversos. Fonte: Lucumi (2015).	37
Figura 3-20: Representação do processo de reamostragem no Filtro SIR. Fonte: Chen (2002).	39
Figura 3-21: Comparação das partículas amostradas com as reamostrada. Fonte: Autor (2022).	40
Figura 4-1: Disposição dos pontos do ensaio simulado. Fonte: Autor (2022).	44
Figura 4-2: Termopares soldados na face oposta (imagem obtida após soldagem). Fonte: Cruz Neto (2018).	44
Figura 4-3: Macrografia de um cordão de solda com algumas medidas fornecidas através do software <i>AxioVision</i> da ZEISS® do experimento CT-01. Fonte: Cruz Neto (2018).	45
Figura 4-4: Distribuição espacial das fontes puntiformes no interior da zona fundida. Autor: Ferreira (2017).	46
Figura 4-5: Calibração da fonte do modelo de múltiplas fontes. Adaptado de Cruz Neto (2018).	47
Figura 4-6: Análise de convergência da solução de chapa intermediária. <b>iter</b> indica a quantidade do iterador do somatório da Equação (3-31), que deixa de ser infinito para assumir valor finito. Fonte: Autor (2022).	48
Figura 4-7: Fluxo de calor ( $Q$ ) caso “A”. Fonte: Autor (2021).	50

Figura 4-8: Medidas simuladas no ponto $(10,0, d, t)$ para o caso “A”. Fonte: Autor (2022). .....	50
Figura 4-9: Fluxo de calor $(Q)$ caso “B”. Fonte: Autor (2021). .....	51
Figura 4-10: Medidas simuladas no ponto $(10,0, d, t)$ para o caso “A”. Fonte: Autor (2022). .....	51
Figura 4-11: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d)$ utilizando $\sigma q = 1\%$ para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022. ....	55
Figura 4-12: Fluxo de calor estimado $Q (J/s)$ utilizando $\sigma q = 1\%$ para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022. ....	56
Figura 4-13: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d/4)$ utilizando $\sigma q = 1\%$ para o caso “A”. Fonte: Autor .....	57
Figura 4-14: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d/2)$ utilizando $\sigma q = 1\%$ para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022. ....	58
Figura 4-15: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d)$ utilizando $\sigma q = 5\%$ para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022. ....	60
Figura 4-16: Fluxo de calor estimado $Q (J/s)$ utilizando $\sigma q = 5\%$ para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022. ....	61
Figura 4-17: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d/4)$ utilizando $\sigma q = 5\%$ para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022. ....	62
Figura 4-18: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d/2)$ utilizando $\sigma q = 5\%$ para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022. ....	63
Figura 4-19: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d)$ utilizando $\sigma q = 10\%$ para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022. ....	64
Figura 4-20: Fluxo de calor estimado $Q (J/s)$ utilizando $\sigma q = 10\%$ para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022. ....	65
Figura 4-21: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d/4)$ utilizando $\sigma q = 10\%$ para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022. ....	66
Figura 4-22: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d/2)$ utilizando $\sigma q = 10\%$ para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022. ....	67
Figura 4-23: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d)$ utilizando $\sigma q = 1\%$ para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022. ....	69
Figura 4-24: Fluxo de calor estimado $Q (J/s)$ utilizando $\sigma q = 1\%$ para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022. ....	70

Figura 4-25: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d/4)$ utilizando $\sigma q = 1\%$ para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022. ....	71
Figura 4-26: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d/2)$ utilizando $\sigma q = 1\%$ para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022. ....	71
Figura 4-27: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d)$ utilizando $\sigma q = 5\%$ para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022. ....	73
Figura 4-28: Fluxo de calor estimado $Q$ ( $J/s$ ) utilizando $\sigma q = 5\%$ para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022.....	74
Figura 4-29: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d/4)$ utilizando $\sigma q = 5\%$ para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022. ....	75
Figura 4-30: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d/2)$ utilizando $\sigma q = 5\%$ para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022. ....	76
Figura 4-31: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d)$ utilizando $\sigma q = 10\%$ para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022. ....	77
Figura 4-32: Fluxo de calor estimado $Q$ ( $J/s$ ) utilizando $\sigma q = 10\%$ para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022.....	78
Figura 4-33: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d/4)$ utilizando $\sigma q = 10\%$ para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022. ....	79
Figura 4-34: Estimativa da temperatura no ponto $(10,0, d/2)$ utilizando $\sigma q = 10\%$ para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022.....	80

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3-1: Algoritmo de Reamostragem. Fonte: Arulampalam (2002). .....	39
Tabela 3-2: Algoritmo do filtro de partículas SIR deste trabalho. Fonte: Autor (2022). .....	41
Tabela 4-1: Relação dos pontos internos de interesse. Fonte: Autor (2021).....	43
Tabela 4-2: Dados do experimento CT-01. Fluxo de calor ( $Q$ ) caso “A”. Fonte: Cruz Neto (2018).....	45
Tabela 4-3: Propriedades Termofísicas Consideradas. Fonte: Grong (1997). .....	46
Tabela 4-4: Relação dos pontos internos de interesse. Fonte: Autor (2021).....	47
Tabela 4-5: Análise de convergência dos pontos de interesse, para o tempo de 50s. Fonte: Autor (2022). .....	48
Tabela 4-6: Desvio padrão, número de partículas e tempo computacional para o caso “A”, considerando $\sigma q = 1\%$ . Fonte: Autor (2022).....	53
Tabela 4-7: Desvio padrão, número de partículas e tempo computacional para o caso “A”, considerando $\sigma q = 5\%$ . Fonte: Autor (2022).....	59
Tabela 4-8: Desvio padrão, número de partículas e tempo computacional para o caso “A”, considerando $\sigma q = 10\%$ . Fonte: Autor (2022). .....	63
Tabela 4-9: Desvio padrão, número de partículas e tempo computacional para o caso “B”, considerando $\sigma q = 1\%$ . Fonte: Autor (2022).....	67
Tabela 4-10: Desvio padrão, número de partículas e tempo computacional para o caso “B”, considerando $\sigma q = 5\%$ . Fonte: Autor (2022).....	72
Tabela 4-11: Desvio padrão, número de partículas e tempo computacional para o caso “B”, considerando $\sigma q = 10\%$ . Fonte: Autor (2022).....	76

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos latinos

$A_c$	Constante;
$A$	Área, $mm^2$ ;
$a$	Constante;
$C$	Constante;
$c_i$	Valor do vetor de pesos acumulativos;
$c_p$	Calor específico a pressão constante, $J/kg^{\circ}C$ ;
$d$	Espessura da chapa, $mm$ ;
$e$	Vetor de parâmetros pouco conhecidos e incertezas;
$E$	Vetor aleatório de parâmetros pouco conhecidos e incertezas;
$f$	Função do modelo de evolução de estado;
$H_r$	Energia remanescente por comprimento de solda;
$I_N$	Integral numérica de Monte Carlo;
$I$	Corrente elétrica, $A$ ;
$i$	Contador de partícula;
$ir$	Contador auxiliar;
$iter$	Iterador da quantidade de fontes imaginárias;
$j$	Contador de partículas;
$k$	Condutividade térmica, $W/mm^{\circ}C$ ;
$k$	Contador de tempo;
$m$	Função auxiliar;
$N_{eff}$	Tamanho efetivo de amostras;
$N_{part}$	Número de partículas;
$P$	Função auxiliar;
$p$	Função auxiliar;
$q$	Fluxo de calor gerado no processo de soldagem a arco elétrico, $J/s$ ;
$q_a$	Fluxo de calor da fonte do tipo “a”;
$q_b$	Fluxo de calor da fonte do tipo “b”;
$q_m$	Fluxo de calor médio, $J/s$ ;

$r$	Coordenada radial;
$R$	Coordenada radial;
$t$	Tempo, $s$ ;
$T$	Temperatura, $^{\circ}C$ ;
$T_{ex}$	Medidas calculadas pela solução do problema direto;
$T_0$	Temperatura inicial ou de preaquecimento, $^{\circ}C$ ;
$T_c$	Temperatura crítica, $^{\circ}C$ ;
$T_{med}$	Temperatura medida, $^{\circ}C$ ;
$T_1$	Temperatura no ponto de interesse 1, $^{\circ}C$ ;
$T_2$	Temperatura no ponto de interesse 2, $^{\circ}C$ ;
$U$	Tensão elétrica, $V$ ;
$u$	Vetor de distribuição uniforme;
$v$	Velocidade de soldagem, $mm/s$ ;
$\mathbf{v}$	Vetor das incertezas;
$W$	Somatório dos pesos das partículas;
$w_i^k$	Peso das partículas;
$\tilde{w}_i^k$	Peso normalizado das partículas;
$x$	Eixo das coordenadas retangulares;
$\mathbf{x}$	Vetor de estados;
$Y$	Medidas simuladas com erros randômicos;
$y$	Eixo das coordenadas retangulares
$\mathbf{y}$	Variável observada;
$N_{part}$	Número de partículas;
$z$	Eixo das coordenadas retangulares;

### Símbolos gregos

$\alpha$	Constante;
$\alpha$	Difusividade térmica;
$\Delta_{ah}$	Distância da fonte de tipo “a” em relação ao eixo $z$ ;
$\Delta_{av}$	Distância da fonte de tipo “a” em relação ao eixo $y$ ;
$\Delta_{bv}$	Distância da fonte de tipo “b” em relação ao eixo $y$ ;

$\Delta t$	Intervalo de tempo de uma amostra do termopar a outra, s;
$\sigma$	Desvio padrão das variáveis de estado;
$\sigma_q$	Desvio padrão da variável de estado “ $q$ ”;
$\sigma_T$	Desvio padrão da variável de estado “ $T$ ”;
$\sigma_{T_1}$	Desvio padrão da variável de estado “ $T_1$ ”;
$\sigma_{T_2}$	Desvio padrão da variável de estado “ $T_2$ ”;
$\sigma_Y$	Desvio padrão dos erros de medição;
$\omega$	Número randômico com média zero e desvio padrão unitário;
$\varepsilon$	Número randômico com média zero e desvio padrão unitário;
$\xi$	Coordenada móvel;

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
3.2	OBJETIVOS GERAIS E ESPECÍFICOS .....	4
3.2	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	4
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>6</b>
2.1	SOLDAGEM .....	6
2.2	TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA SOLDAGEM .....	7
2.3	PROBLEMAS INVERSOS APLICADOS À SOLDAGEM .....	8
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>10</b>
3.1	MODELO FÍSICO.....	10
3.1.1	<i>Ciclo Térmico.....</i>	<i>10</i>
3.1.2	<i>Estado quase estacionário .....</i>	<i>12</i>
3.1.3	<i>Modelo de Chapa Grossa .....</i>	<i>14</i>
3.1.4	<i>Formulação do Modelo de Chapa Grossa.....</i>	<i>15</i>
3.1.5	<i>Solução do Modelo de Chapa Grossa .....</i>	<i>17</i>
3.1.6	<i>Solução do Modelo de Chapa Intermediária.....</i>	<i>22</i>
3.1.7	<i>Solução do Modelo de Chapa Fina .....</i>	<i>24</i>
3.1.8	<i>Modelo de Múltiplas Fontes .....</i>	<i>26</i>
3.2	PROBLEMAS INVERSOS EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR .....	30
3.2.1	<i>Teorema de Bayes .....</i>	<i>31</i>
3.2.2	<i>Integral de Monte Carlo.....</i>	<i>33</i>
3.2.3	<i>Amostragem por importância .....</i>	<i>33</i>
3.2.4	<i>Estimativa de Estados .....</i>	<i>34</i>
3.2.5	<i>Filtro de partículas – amostragem de importância sequencial.....</i>	<i>36</i>
3.2.6	<i>Filtro de partículas – amostragem por importância e reamostragem sequencial.....</i>	<i>38</i>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>43</b>
4.1	PONTOS DE INTERESSE DE TEMPERATURA.....	43
4.2	FLUXO DE CALOR E GEOMETRIA .....	44
4.3	PROPRIEDADES TERMOFÍSICAS CONSTANTES CONSIDERADAS .....	45
4.4	SELEÇÃO DAS MÚLTIPLAS FONTES .....	46

4.5	CONVERGÊNCIA DO MODELO DE CHAPA INTERMEDIÁRIA .....	47
4.6	MEDIDAS SIMULADAS .....	49
4.7	ESTIMATIVA DE VARIÁVEIS DE ESTADO .....	52
4.7.1	<i>Estimativa para o caso A</i> .....	53
4.7.2	<i>Estimativa para o caso B</i> .....	67
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>81</b>
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>82</b>
	<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>87</b>
	<b>APÊNDICE B .....</b>	<b>96</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Os veículos de duas rodas compreendem uma parcela considerável de meios de transporte no Brasil. Foram registrados 23.862.010 motocicletas e 4.778.607 motonetas no país em 2020 (IBGE, 2021), correspondendo a um total de 26,5% dos veículos que circulam no Brasil, enquanto em Manaus a frota de motocicletas e motonetas é 27,3% do valor total de veículos do município, dados obtidos por IBGE (2021).

Conforme Brito (2019) o segundo maior subsetor do Polo Industrial de Manaus (PIM) é o setor de duas rodas. A criação do PIM alavancou consideravelmente a participação do Amazonas no PIB nacional, conforme mostra a Figura (1-1), e em 2020 obteve um faturamento de US\$26,38 bilhões segundo dados da Superintendência da Zona Franca de Manaus (SUFRAMA, 2020). O setor da indústria de duas rodas é um dos mais importantes e presentes para o PIM, produzindo 299.552 unidades e faturando cerca de 3,97 bilhões de dólares (SUFRAMA, 2020).

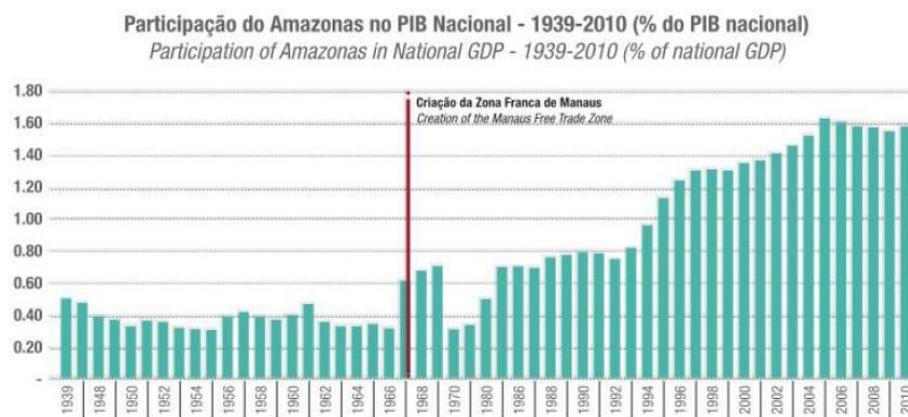


Figura 1-1: Participação do Amazonas no PIB Nacional. Fonte: Abraciclo (2019).

Como mostrado na Figura (1-2) as vendas do setor de duas rodas sofreram um decréscimo entre 2008 e 2018.



Figura 1-2: Vendas do setor de duas rodas (2008-2018), dados em milhões. Fonte: SUFRAMA (Adaptado pelo Autor).

“Diante desse cenário de retração da produção, as fabricantes de motocicletas tiveram que adaptar seus processos produtivos, reduzindo custos para manter suas margens de lucro. Em uma dessas empresas, situada no PIM, são realizadas desde 2014 diversas atividades de melhoria nos processos produtivos.” (Guimarães, 2020)

Para a redução de custos fixos e controle de qualidade dos produtos, diversas empresas têm automatizado seus processos produtivos, incluindo o processo de soldagem. A soldagem MIG/MAG (*Metal Inert Gas/ Metal Active Gas*) é um processo amplamente aplicado do qual destacam-se como algumas vantagens ser um processo semiautomático, facilmente adaptado a um processo automático, que pode ser executada em todas as posições, facilidade na execução da soldagem e etc (Wainer *et al.*,1992).

Conforme Allgayer (2017) o aço ASTM A36 é utilizado em setores de alta produtividade e como é salientado por Cruz Neto (2018) esse aço apresenta, além de muita utilização na indústria, valores de propriedades mecânicas delimitadas pela ASTM, diferente do que é visto no aço SAE 1020 comumente utilizado em seu lugar.

A junta soldada possui uma formação microestutural variada e essas variações e suas respectivas representações geométricas tem uma intrínseca relação com as temperaturas de pico nestes pontos internos, como apresentado por Petrov e Tumarev (1977). Já em relação as propriedades mecânicas na junta soldada, Buchmayr e Cerjak (1988) salientam a relação da taxa de resfriamento e a resistência mecânica da junta. Logo, para conhecimento destes fenômenos se torna atrativo o conhecimento completo das curvas de temperatura em toda a junta.

Um grande marco na soldagem foi equacionar esse processo, e a solução analítica para equação de fluxo de calor por fonte móvel de Rosenthal (1941) foi apresentada e, conforme Wentz (2008), é utilizada subsequentemente para estudos de soldagem. A solução de Rosenthal possibilitou o conhecimento da distribuição de temperatura em uma junta soldada sendo possível, a partir desta solução, obter a largura do cordão de solda, por Wells (1952), e a distribuição de temperaturas de pico, por Adams (1958). Sendo utilizada por autores até hoje, vale ressaltar Cruz Neto (2018) e Ferreira (2017). No entanto, uma das limitações do modelo está na representação da fonte de calor puntiforme, salientada por Rosenthal (1941) como uma das hipóteses do modelo, alguns autores, como Eagar e Tsai (1983) e Myhr e Grong (1997), utilizaram diferentes formatos da fonte de calor, destacando-se o trabalho obtido por Ramirez e Brandi (2004) onde obtiveram o modelo das múltiplas fontes distribuídas que é consideravelmente robusto e utilizado principalmente para soldagem multipasse, como apresentado por Ferreira (2017), modelos similares a este representam melhor a distribuição interna de temperatura e apresenta a poça de fusão com geometria similar ao verificado em análise macrográfica como apresentado por Martikainen (2013).

Em alguns processos de fabricação, como soldagem e usinagem, o fluxo de calor é um parâmetro difícil de ser obtido experimentalmente. Portanto, se os dados de temperatura numa superfície que se tem acesso são medidos, o fator de causa pode ser determinado através da solução de um problema inverso (Magalhães, 2018). Como temperaturas internas são de difícil acesso para um termopar, também podem ser tomadas como natureza desconhecida e fator de causa para a temperatura de que se tem acesso.

O objetivo do problema inverso é estimar uma ou mais características causais, a partir da medida da resposta do sistema. Em problemas inversos os métodos determinísticos são baseados na minimização da norma de mínimos quadrados que levam a uma estimativa pontual sem considerar a natureza estatística das incertezas de medição, e sem quantificar as incertezas na solução inversa. Por outro lado, a inferência Bayesiana fornece a solução do problema inverso formulando uma descrição probabilística completa dos parâmetros desconhecidos e das incertezas associadas, dados os valores experimentais das medidas de temperatura (Silva, 2012).

Problemas de estimação de estado, também designados como problemas inversos não estacionários, são de grande interesse em inúmeras aplicações práticas. Nesse tipo de problema, os dados medidos disponíveis são usados em conjunto com o conhecimento prévio sobre os fenômenos de interesse e os dispositivos de medição para produzir sequencialmente estimativas

das variáveis dinâmicas desejadas. Isso é realizado de forma que o erro seja estatisticamente minimizado. Assim, os problemas de estimação de estado lidam com a combinação de previsões de modelo contendo incertezas e medições que também são intrinsicamente incertos, a fim de obter estimativas mais precisas das variáveis do sistema. (Ozisk e Orlande, 2021)

O emprego de estimativa de estado para obtenção do campo de temperatura interna é bastante utilizada e pode ser visto nas obras de: Lamien (2016), Lamien (2017), Pacheco (2018), Nunes (2019) e Pereira (2021).

Conforme Ozisk e Orlande (2021) o método de filtro de partículas se destaca entre os métodos de estimativa de estado pois, diferente do filtro de Kalman, este método não se restringe a problemas lineares e gaussianos. Já o filtro de partículas SIR mostra-se vantajoso devido ser um método que evita um erro de estimativa chamado degeneração de partículas, como demonstrado por Chen (2002).

## **3.2 Objetivos Gerais e Específicos**

O presente trabalho tem como objetivo:

### **Geral**

Estimar a temperatura em dois pontos internos da chapa de aço ASMT A36 durante processo de soldagem MIG/MAG, com medidas de temperatura através de Problemas Inversos em Transferência de Calor utilizando a solução do modelo direto apresentado por Rosenthal.

### **Específicos**

- Simular o modelo de chapa intermediária de Rosenthal;
- Simular o modelo de múltiplas fontes;
- Gerar medidas simuladas de temperatura a partir do código obtido no subitem anterior seguindo uma distribuição normal;
- Estimar a temperatura em diferentes pontos internos.

## **3.2 Organização do trabalho**

O presente trabalho está organizado da seguinte maneira: após a presente Introdução, o Capítulo 2 expõe a revisão da literatura subdivida nos principais tópicos abordados por este trabalho: Soldagem, Transferência de Calor na Soldagem, Problema Inverso na Soldagem.

O Capítulo 3 apresenta Materiais e Métodos empregados neste trabalho o qual

apresenta o modelo direto e problema inverso utilizado.

Capítulo 4 é discutido os resultados obtidos neste trabalho para o problema direto e inverso. São geradas medidas simuladas por meio do modelo direto como entrada para o problema inverso de modo a validar o método.

No Capítulo 5, as conclusões e sugestões para trabalhos futuros são mostrados.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

A presente seção apresenta uma revisão bibliográfica disponível na literatura para os principais temas tratados nesse trabalho. Os itens são os seguintes: Soldagem MIG/MAG, Problema de Transferência de Calor na Soldagem e Problemas Inversos em Transferência de Calor na Soldagem.

### 2.1 Soldagem

Modenesi (2012) apresenta o conceito de soldagem considerado pela AWS (*American Welding Society*), que define como "Operação que visa obter a coalescência localizada, produzida pelo aquecimento até uma temperatura adequada, com ou sem a aplicação de pressão e de metal de adição."

Os processos de soldagem são utilizados para fabricar produtos, estruturas metálicas, aviões e veículos espaciais, navios, locomotivas, veículos ferroviários, pontes entre outros. (Wainer, 1992). Conforme Karkhin (2018) em termos de aplicação a soldagem a arco elétrico supera todos os outros métodos de fonte de calor na soldagem, que, conforme Modenesi (2012), são estes: Soldagem a feixe de elétrons, feixe de luz, chama oxi-acetilênica e aquecimento por resistência da escória líquida. Este processo utiliza como fonte de calor um arco elétrico mantido entre um eletrodo nu consumível, alimentado continuamente, e a peça a soldar (Wainer, 1992).

Entre os processos de soldagem a arco elétrico se destaca o processo de soldagem MIG/MAG que é caracterizado pela proteção gasosa que pode ser ativa, MAG (*Metal Active Gas*), que é observado reação química desse gás com o metal base, ou inerte, MIG (*Metal Inert Gas*), onde esse gás não necessariamente interage com a peça a ser soldada. Os processos são similares, sendo observado basicamente a diferença entre os gases, conforme Liskevych (2010).

Segundo Rosenthal (1941) a condução de calor é responsável pela maioria dos fenômenos encontrados subsequentemente na soldagem, são eles: contração, tensão residual, mudanças metalúrgicas, mudanças físicas, mudanças químicas, entre outros.

Conforme Wainer (1992), quando presente uma temperatura suficiente na zona de ligação, maior a possibilidade de que os grãos surjam em tamanho maior, tornando a solda mais grosseira e a região mais suscetível a possíveis falhas. Outro fator que deve ser levado em consideração são as alterações microestruturais intrinsecamente ligadas aos ciclos

térmicos que originam a Zona Afetada pelo Calor (ZAC) e que possuem alterações nas propriedades mecânicas nesta região. (Soeiro Junior, 2018)

Esses fatores tornam importante o conhecimento do comportamento da distribuição de temperatura nas peças durante a soldagem, principalmente para controlar ou evitar fenômenos indesejados. Conforme Scotti (2014), é comumente utilizado a simulação térmica de zona afetada de calor (ZAC) por ser um meio econômico e ágil para avaliação das transformações de fase.

Um grande marco na soldagem foi equacionar esse fenômeno, e a solução analítica para equação de fluxo de calor por fonte móvel de Rosenthal (1941) foi apresentada e, conforme Wentz (2008), é utilizada subsequentemente para estudos de soldagem, como determinação das distribuições de temperaturas máximas por Adams (1958). Graças a essa solução foram obtidos fatores como taxa de resfriamento e distribuição de temperatura (Tsai e Eagar, 1984).

As soluções propostas por Rosenthal são ditas como diretas, para esse tipo de solução o escopo é determinar um campo de temperatura a partir de várias características causais (condições de contorno, equação governante, propriedades termofísicas, parâmetros de soldagem entre outros.). Essas soluções (diretas) simulam o comportamento em base de vários parâmetros anteriormente especificados (Silva, 2012).

## **2.2 Transferência de Calor na Soldagem**

Rosenthal (1941) foi pioneiro no modelamento do problema de condução de calor com fontes móveis e suas soluções têm aplicação em soldagem e corte e são utilizados até hoje. Conforme Grong (1997) o modelo de chapa intermediária é o mais robusto formulado por Rosenthal. No entanto, o modelo traz consigo definições que o afastam do fenômeno real, essas restrições são discutidas pelo próprio autor e por Cruz Neto (2018), sendo necessário adequações realizadas por autores, como a dependência das propriedades em relação a própria temperatura, que foi apresentado por Ferreira (2017), e consideração do formato da zona fundida (Ramirez e Brandi, 2004).

Cruz Neto (2018) discute sobre métodos mais apurados e precisos acerca da determinação da taxa de resfriamento utilizando tanto uma abordagem matemática do problema quanto empírica. Para ter uma estimativa dessa taxa de resfriamento é utilizada equação oriunda do modelo analítico de Rosenthal (1941). Uma das principais fontes de estudo desse trabalho.

É discutido a aplicação da equação de chapa fina, chapa grossa e intermediária, além das restrições intrínsecas ao modelo.

Fassani (2003) apresenta uma proposta de modelagem analítica de um problema de soldagem multipasse, onde é possível observar a deposição de solda por cima de cordão já presente do passe anterior, com a utilização de um modelo com múltiplas fontes, e não mais somente um ponto ou linha como as propostas por Rosenthal. A partir dessa consideração pode ser possível obter resultados mais coerentes com os medidos na realidade.

Ferreira (2017) discute uma metodologia para simulação computacional da distribuição de temperatura em problemas de soldagem multipasse, assim como as modificações microestruturais observadas no aço API 5L X80 quando submetido ao processo. O autor utiliza o modelo de múltiplas fontes que foi desenvolvido por Ramirez e Brandi (2004)

Karkhin (2019) é uma ótima referência ao apresentar um histórico dos modelos matemáticos da distribuição de temperatura no processo de soldagem e suas simplificações em diversas aplicações, desde soldagem a laser até por fricção. O autor não fica somente restrito aos modelos clássicos de Rosenthal (1941), mas apresenta uma gama de soluções numéricas e analíticas que obtiveram desempenho melhor que o registrado nas soluções de Rosenthal (1941).

## **2.3 Problemas Inversos Aplicados à Soldagem**

Gonçalves, C. V. *et al.* (2006) estimou o fluxo de calor e por conseguinte a eficiência térmica considerando duas soluções diferentes para o problema de soldagem descrito pelo autor, um que considera a condição quase estacionária e outro que considera as mudanças de fase para o cálculo da temperatura. Onde foram obtidos resultados relativamente melhores considerando implicação das mudanças de fase, onde as medidas experimentais obtiveram proximidade à função calculada da temperatura a partir do fluxo estimado. O fluxo de calor é estimado por via de otimização pelo método dos mínimos quadrados.

Karkhin (2002) apresenta uma solução inversa para o problema de condução de calor com o objetivo de estimar o fluxo de calor, o formato da solda e a formação dos grãos durante a soldagem a laser. O autor utiliza a minimização da função objetivo como metodologia para a estimativa do fluxo de calor, a função utilizada para o fluxo de calor considera a distribuição de fontes de calor, é obtido o formato da poça de fusão assim como os grãos simulados.

Magalhães (2018) apresenta a estimativa do fluxo de calor durante o processo de soldagem TIG (*Tungsten Inert Gas*) em aço AISI 304 e Laser em aço SAE 1020. O modelo direto para a solução do problema inverso foi solucionado via diferenças finitas. O trabalho visa estimar o calor no regime transiente, os resultados se mostraram viáveis e apresentaram melhor desempenho que métodos usuais para a estimativa do aporte de calor nos processos de soldagem.

Unnikrishnakurup *et al.* (2017) utiliza como método para a estimativa do fluxo de calor durante o processo de soldagem TIG a técnica de Levenberg-Marquardt. O fluxo de calor foi considerado como uma distribuição gaussiana. O algoritmo desenvolvido pelo autor foi capaz de estimar tanto a eficiência do processo quanto o formato da fonte de calor.

## 3 MATERIAIS E MÉTODOS

### 3.1 Modelo Físico

Após a abertura do arco elétrico o calor gerado por este arco é suficiente para fundir o metal de adição, depositá-lo e diluí-lo sob o metal de base. Durante o processo a energia fornecida é tal que promove transformações metalúrgicas não só na poça de fusão como também no metal base que não é fundido, gerando a Zona Afetada pelo Calor (ZAC). A microestrutura da ZAC difere significativamente daquela observada no metal base e propriedades mecânicas como dureza e tenacidade são modificadas nessa região, são essas as principais propriedades que categorizam os aços, por exemplo, quanto sua soldabilidade (Ferreira, 2017). Devido esses fatores se torna necessário o conhecimento da distribuição de temperatura na peça durante o processo de soldagem, tendo em vista que variações em suas propriedades mecânicas e sua baixa soldabilidade podem torná-lo ineficaz ao trabalho destinado.

Conforme Özişik (1993) Rosenthal foi pioneiro nos estudos de condução de calor envolvendo fonte de calor móvel (comum na soldagem a arco elétrico) e determinando a distribuição de temperatura resultantes do processo de soldagem a arco. Nesta seção serão apresentadas as soluções de Rosenthal para diferentes casos, assim como soluções posteriormente desenvolvidas. Porém alguns temas precisam ser abordados, como ciclo térmico e o estado quase estacionário.

#### 3.1.1 Ciclo Térmico

Conforme Cruz Neto (2018): “Ciclo térmico é uma curva de temperatura em função do tempo, tendo uma etapa de aquecimento e uma de resfriamento, sendo uma variação de temperatura num ponto fixo no material”. Logo, para um ponto de medição de temperatura localizado em  $(x_{med}, y_{med}, z_{med})$ , tem-se:

$$T_{med} = T(x_{med}, y_{med}, z_{med}, t) \quad (3-1)$$

A relação da posição da tocha e o ciclo térmico é possível ser observada na Figura (3-1), que o ponto de medição fixa, por um termopar, é indicado pelo ponto vermelho localizado na face oposta à fonte de calor que se move em  $x$  da esquerda para a direita. No primeiro momento (3-1a) a fonte de calor está atrás deste ponto de medição em relação ao sentido de soldagem (esquerda para direita no eixo  $x$ ) no segundo estágio (3-1b) é possível notar que a fonte passa pelo ponto e nele é registrado a temperatura máxima, por último a temperatura registrada após a passagem da fonte móvel (3-1c), neste momento ocorre o processo de resfriamento que é consideravelmente mais lento que o de aquecimento. Logo o ciclo térmico pode ser compreendido como a curva de temperatura em um ponto fixo causado pela passagem de uma fonte de calor.

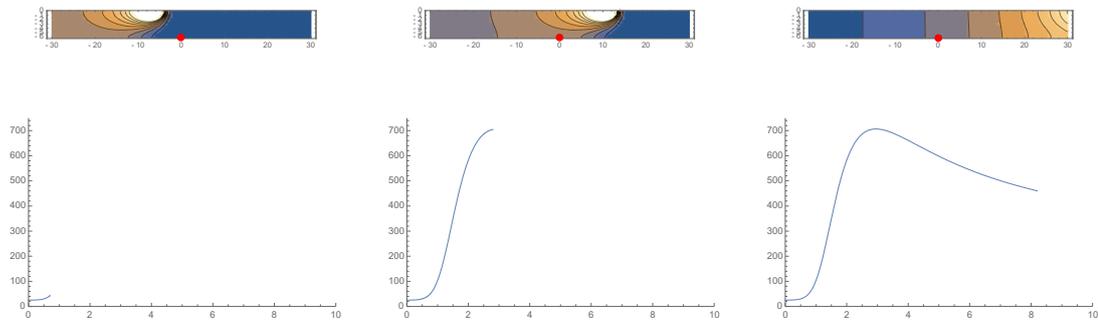


Figura 3-1: Relação do ciclo térmico e a posição da fonte. Exemplo para  $q = 1424,24J/s$ ,  $v_s = 1,0714mm/s$ ,  $T_0 = 150^\circ C$ ,  $\eta = 0,8$ ,  $\alpha = 5,32643mm^2/s$ ,  $k = 0,03794W/mm^\circ C$  e  $d = 15,85mm$ . Fonte: Autor.

Cada ponto de medição é submetido a um ciclo térmico particular, que depende, entre outros fatores, da localização deste ponto em relação a solda. O ciclo térmico pode ser descrito pelos parâmetros (Modenesi, 2012):

- **Temperatura de Pico ( $T_p$ ):** Temperatura máxima atingida em um dado ponto. Indicado pelo pico do ciclo térmico;
- **Temperatura Crítica ( $T_c$ ):** Temperatura onde pode ocorrer dissolução de precipitados ou crescimento de grãos;
- **Tempo de Permanência ( $t_c$ ):** Tempo que o material está acima da Temperatura Crítica;

- **Tempo de Resfriamento** ( $\Delta t_{T_1/T_2}$ ) (Uma alternativa ao parâmetro de velocidade de resfriamento  $\phi$ ): Indica o tempo entre duas temperaturas, comumente utilizado 800°C e 500°C,  $\Delta t_{8/5}$ , ou 700°C e 300°C,  $\Delta t_{7/3}$ .

Alguns destes parâmetros podem ser vistos na Figura (3-2), é possível notar que a temperatura pico é mostrada ( $T_p$ ), a temperatura crítica ( $T_c$ ) encontra-se a baixo da temperatura de pico, na zona de resfriamento o ângulo  $\phi$  que indica a velocidade de resfriamento é referente à derivada no ponto onde é registrado a temperatura crítica, o tempo de permanência é referente ao intervalo que o ciclo térmico apresenta valores de temperatura superiores à temperatura crítica ( $T_c$ ) e  $\Delta T$  é referente ao intervalo de resfriamento do ponto onde a temperatura inicial é considerada por volta de 800 a 850 °C.

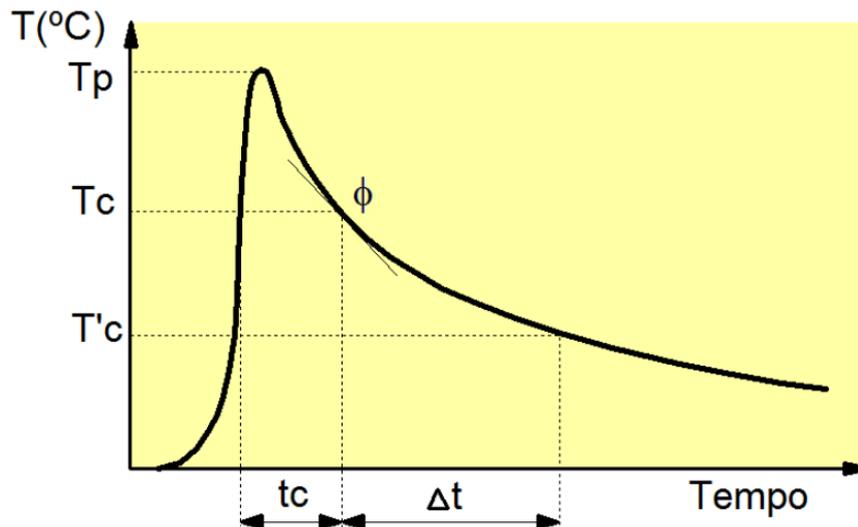


Figura 3-2: Representação esquemática do ciclo térmico na soldagem em um só passe. Fonte: Modenesi (2012).

### 3.1.2 Estado quase estacionário

Rosenthal (1941) afirma que durante experimentos de soldagem após um comprimento suficiente um estado era observado, esse estado se caracterizaria pelo fato de que um observador localizado na fonte móvel não nota nenhuma mudança na temperatura entorno da fonte de calor ao decorrer do processo. Conforme Özişik (1998), matematicamente, essa condição de regime quase estacionário é definida pela configuração:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (3-2)$$

Granjon (1991) idealiza a tendência ao alcance da condição quase estacionária e como este fenômeno pode ser observado em um experimento. Como mostrado no canto superior da Figura (3-3), se sensores de temperatura ( $A_1, A_2, \dots, A_5$ ) forem posicionados às mesmas distâncias entre si em um cordão de solda a arco e a distâncias crescentes da origem deste cordão (ponto  $o$ ) serão obtidos ciclos térmicos conforme mostrado no gráfico, onde o eixo das abcissas indica o tempo e o eixo das ordenadas indicam a temperatura ( $\theta$ ). Onde é possível notar que a temperatura máxima atingida por cada ciclo térmico ( $\theta_{mA1}, \theta_{mA2}, \dots, \theta_{mA5}$ ) de cada sensor aumenta com a distância percorrida pela fonte desde o início do cordão, depois há uma estabilização nestes ciclos térmicos que é observado a partir do comprimento de solda  $q$  indicado capturado pelo sensor  $A_3$ . Este arranjo constante leva em conta a condição quase estacionária.

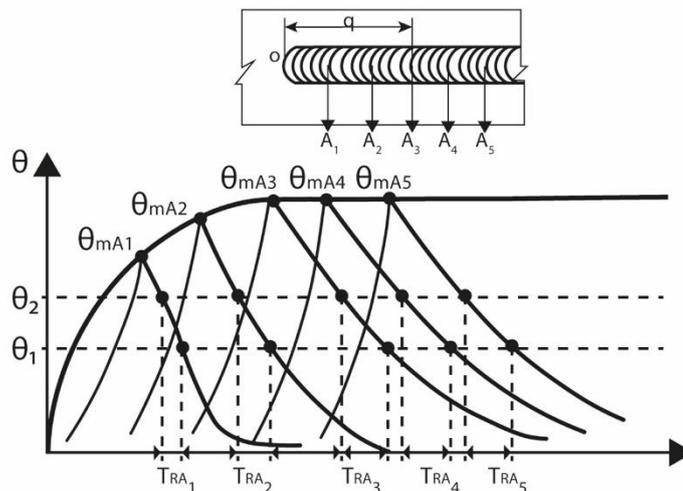


Figura 3-3: Valores das curvas de temperatura (ciclos térmicos) para o cordão de solda em termos das distâncias em relação a abertura do arco. Fonte: Granjon (1991).

O estado quase estacionário foi observado pelo autor Cruz Neto (2018) nos ciclos térmicos aqisitados em seus experimentos. A Figura (3-4) mostra os ciclos térmicos obtidos por cada sensor localizados a 0, 6, 12 ... 50 mm da origem do cordão, esses sensores estão localizados na face oposta à face onde o arco é aberto, como descrito anteriormente, um estado é observado a partir de um comprimento suficiente, que neste caso é cerca de 20 mm.

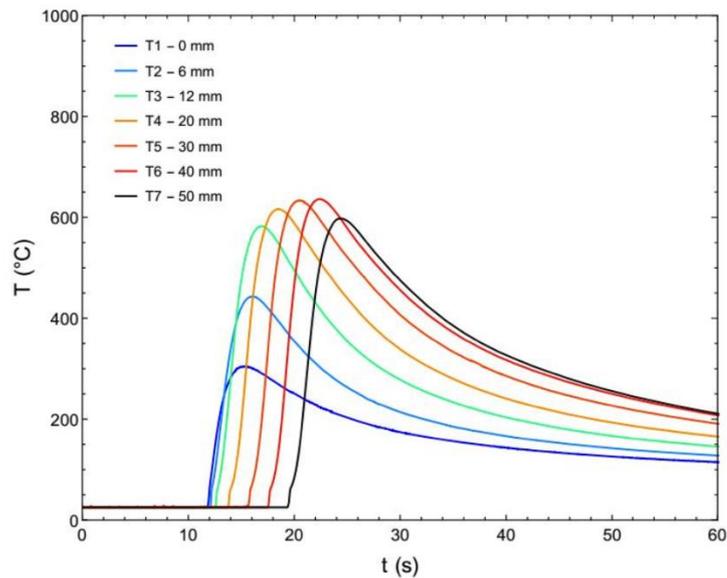


Figura 3-4: Ciclos térmicos coletados por termopares localizados na linha central da face oposta para a implementação da metodologia de Granjon - CP1T-01. T1 - T7 representam as posições onde foram soldados os termopares na face oposta, em relação ao ponto de abertura do arco. Fonte: Cruz Neto (2018).

Conforme Ferreira (2017): “As soluções da Equação de Fourier da condução de calor permanente por Rosenthal, em regime quase estacionário, permitem descrever três modelos de fluxo de calor: chapa grossa, chapa fina e chapa intermediária”.

### 3.1.3 Modelo de Chapa Grossa

O problema físico modelado foi o processo de soldagem a arco elétrico MIG/MAG para a estimativa de temperatura interna, conforme ilustrado na Figura (3-5).

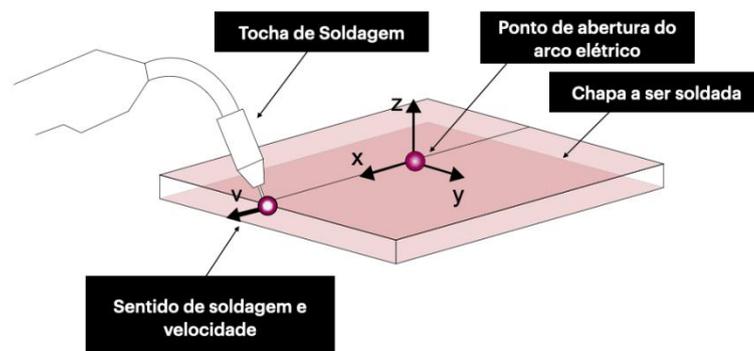


Figura 3-5: Problema físico – Soldagem a arco elétrico MIG/MAG

Rosenthal (1941) realiza a solução por meio de algumas hipóteses, que são:

1. As propriedades termofísicas são consideradas constantes;

2. A fonte de calor tem o formato de um ponto (chapa grossa e intermediária), ou de linha no caso do modelo da chapa fina;
3. Não há consideração de perda de energia com a superfície;
4. O calor gerado pelo efeito Joule é desconsiderado em relação ao calor gerado pelo arco elétrico.

Cruz Neto (2019) apresenta que mais simplificações podem ser ressaltadas, tais como:

5. Não são considerados termos de geração de calor devido às transformações de fase;
6. Entalpia de fusão e de solidificação foram omitidas dos cálculos.

### 3.1.4 Formulação do Modelo de Chapa Grossa

Para introdução da formulação matemática do modelo de Rosenthal é considerado que: um sistema de coordenadas retangulares é adotado; a chapa é grande o suficiente para ser definida com um meio semi-infinito; que a chapa é submetida a uma fonte de calor pontual móvel com velocidade constante  $v$  ( $mm/s$ ) que percorre o eixo  $x$ , pois é inerente ao modelo a consideração de que a fonte de calor se move, sendo observado por Grong (1998) que na maioria dos processos de soldagem por fusão, a fonte de calor não permanece estacionária; essa fonte móvel é igual ao aporte térmico submetido ao corpo e as temperaturas nas extremidades são iguais a  $T_0$  ou seja  $T(\pm\infty, y, z) = T(x, \pm\infty, z) = T(x, y, \pm\infty) = T_0$ , essa temperatura é chamada de temperatura ambiente ou temperatura de preaquecimento da chapa. Na Figura (3-6) é possível ver dois pontos: a origem, onde está localizado a indicação dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  e a fonte de calor móvel que está contida no eixo  $x$  se move no sentido positivo deste eixo com velocidade constante  $v$ .

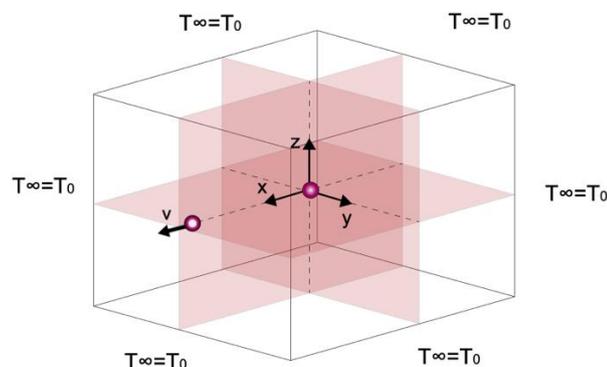


Figura 3-6: Esquema de posição da fonte em relação a origem fixa do sistema ortogonal  $x - y - z$ . As condições de temperatura prescrita localizadas nas fronteiras distantes da origem são mostradas. Fonte: Autor (2021).

Conforme Özişik (1998) para solução de problemas de fonte móvel é conveniente converter o sistema de coordenadas para se mover com a fonte. Na Figura (3-7) é mostrado este novo sistema (móvel) de coordenadas localizado na fonte de calor móvel (semelhante ao mostrado na Figura (3-6), tal sistema deixa de ter as coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , e passa a ter  $\xi$ ,  $y'$ , e  $z'$ .

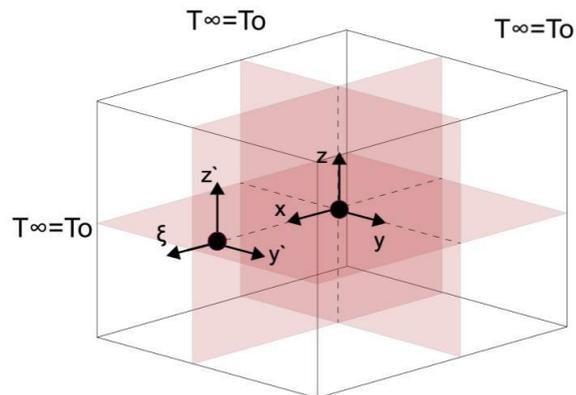


Figura 3-7: Esquema de posição da fonte em relação a origem móvel do sistema ortogonal  $\xi - y' - z'$ . Fonte: Autor (2020).

Isso é possível com a introdução de uma nova coordenada que é definida, conforme Özişik (1998), por:

$$\xi = x - vt \tag{3-3}$$

Como  $y$  e  $z$  não são afetados pela mudança de base móvel, devido a origem móvel se movimentar ao longo de  $x$ , são tais que:

$$y = y' \tag{3-4}$$

$$z = z' \tag{3-5}$$

Considerando que a equação da condução em regime transiente sem geração de calor ou chamada de equação da difusão, conforme Çengel (2009), é dada como:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3-6)$$

Onde  $T \equiv T(x, y, z, t)$ ,  $\alpha$  é a difusividade térmica ( $mm^2/s$ ).

Realizando a mudança de base (3-3) em (3-6), a equação (3-6) se torna:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{\partial T}{\partial t} - v \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) \quad (3-7)$$

Considerando o estado quase estacionário, como dito na seção 3.1.2,  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ , a equação (3-7) fica:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -\frac{v}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial \xi} \quad (3-8)$$

Esta equação é definida como a Equação governante do problema de condução de calor para este problema. O problema físico descrito por Rosenthal (1941) para o meio semi-infinito, apresenta as seguintes condições de contorno:

$$T(\xi, y, z) = T_0, \text{ quando } R \rightarrow \infty \quad (3-9.a)$$

$$\frac{dT(\xi, y, z)}{dR} \rightarrow -\frac{q}{2\pi k R^2}, \text{ quando } R \rightarrow 0 \quad (3-9.b)$$

Onde  $R = \sqrt{\xi^2 + y^2 + z^2}$  é chamado de coordenada radial e  $k$  é a condutividade térmica do corpo ( $W/mm^\circ C$ ).

### 3.1.5 Solução do Modelo de Chapa Grossa

Para a solução da equação (3-8) a solução  $T(\xi, y, z)$  será considerada como uma multiplicação de funções dependentes, ambas, de uma variável, podendo ser em função de  $\xi$  e  $R$ . Karkhin (2019) utiliza uma modificação semelhante a esta:

$$T(\xi, y, z) = T(\xi, R) = T_0 + A_c e^{-\xi a} P(R) \quad (3-10)$$

Onde  $A_c$  e  $a$  são constantes. Substituindo (3-10) na equação (3-8) tem-se:

$$A_c e^{-\xi a} \left( a^2 P(R) + 2 \frac{\partial P(R)}{\partial \xi} (-a) + \nabla^2 P(R) \right) + \frac{A_c v e^{-\xi a}}{\alpha} \left( -a P(R) + \frac{\partial P(R)}{\partial \xi} \right) = 0 \quad (3-11)$$

Reescrevendo, tem-se:

$$\nabla^2 P(R) + \frac{\partial P(R)}{\partial \xi} \left( -2a + \frac{v}{\alpha} \right) + P(R) \left( a^2 - \frac{av}{\alpha} \right) = 0 \quad (3-12)$$

Karkhin (2019) considera  $a$  como sendo

$$a = \frac{v}{2\alpha} \quad (3-13)$$

A equação (3-12) se reduz a:

$$\nabla^2 P(R) - a^2 P(R) = 0 \quad (3-14)$$

Karkhin (2019) considera a simetria esférica para a distribuição de temperatura na chapa, logo tem-se que:

$$\nabla^2 P(R) = \frac{d^2 P(R)}{dR^2} + \frac{2}{R} \frac{dP(R)}{dR} \quad (3-15)$$

Substituindo (3-15) em (3-14), tem-se:

$$\frac{d^2 P(R)}{dR^2} + \frac{2}{R} \frac{dP(R)}{dR} - a^2 P(R) = 0 \quad (3-16)$$

A equação (3-16) segue a forma

$$\frac{d^2P(R)}{dR^2} + \frac{dP(R)}{dR}m(R) + P(R)g(R) = F(R) \quad (3-17)$$

Considere  $P(R) = e^{-\int \frac{m(R)}{2} dR} p(R)$ , essa substituição pode eliminar o termo de primeira ordem e simplificar a equação, conforme Karkhin (2019). Analisando os elementos correspondentes da equação (3-16) na equação (3-17) percebe-se que  $m(R) = \frac{2}{R}$ , nesse caso:

$$P(R) = e^{-\int \frac{2}{R} dR} p(R) = e^{-\int \frac{1}{R} dR} p(R) = \frac{1}{R} p(R) \quad (3-18)$$

Substituindo (3-18) em (3-16):

$$\frac{d^2 \left( \frac{p(R)}{R} \right)}{dR^2} + \frac{d \left( \frac{p(R)}{R} \right)}{dR} \frac{2}{R} + \frac{p(R)}{R} (-a^2) = 0 \quad (3-19)$$

Rearranjando, tem-se:

$$\frac{dp(R)}{dR} - a^2 p(R) = 0 \quad (3-20)$$

As raízes para o polinômio característico são  $\pm a$ , a solução fica como:

$$p(R) = C_1 e^{-aR} + C_2 e^{aR} \quad (3-21)$$

$C_1$  e  $C_2$  são constantes. Utilizando a equação (3-18) tem-se:

$$P(R) = \frac{C_1 e^{-aR} + C_2 e^{aR}}{R} \quad (3-22)$$

Aplicando a condição de contorno (3-9.a) em (3-10),  $P(R)$  precisa tender a 0, logo para que isso se torne verdade,  $C_2$  precisa ser 0. Logo nesta condição,

$$P(R) = \frac{C_1 e^{\alpha R}}{R} \quad (3-23)$$

Substituindo na equação (3-10), tem-se:

$$T(\xi, R) = T_0 + A_c C_1 e^{-\xi a} \frac{e^{\alpha R}}{R} = T_0 + \frac{A_c C_1}{R} e^{\left(\frac{-v}{2\alpha}(\xi+R)\right)} \quad (3-24)$$

Quando  $R \rightarrow 0$  (3-9.a),  $e^{\left(\frac{-v}{2\alpha}(\xi+R)\right)} \rightarrow 1$  e  $T(\xi, R) \rightarrow T_0 + \frac{A_c C_1}{R}$ , logo

$$\frac{dT(\xi, R)}{dR} \rightarrow -\frac{A_c C_1}{R^2} \quad (3-25)$$

Considerando que exista uma superfície esférica numa região próxima a origem concedendo calor ao corpo (fonte puntiforme), esse calor será regido pela equação da lei de Fourier da condução térmica, conforme Çengel (2009) é dada por:

$$q = -kA \frac{dT}{dx} \quad (3-26)$$

Onde  $A$  é a área por onde esse calor é transferido ( $mm^2$ ),  $k$  é a condutividade térmica do corpo ( $W/mm^\circ C$ ). Como a área de contato da esfera imaginária de calor é somente metade com a placa metálica, logo a área a ser utilizada é  $2\pi R^2$ , a equação da lei da condução fica como segue:

$$q = -k(2\pi R^2) \frac{dT}{dR} \quad (3-27)$$

Que é a condição (3-9.b), mostrada por Rosenthal (1941). Logo,

$$\frac{q}{-k(2\pi R^2)} = \frac{dT}{dR} = -\frac{A_c C_1}{R^2} \quad (3-28)$$

Com isso, tem-se que

$$A_c C_1 = \frac{q}{2\pi k} \quad (3-29)$$

Substituindo em (3-24) tem-se:

$$T(\xi, R) = T_0 + \frac{q}{2\pi k R} e^{\left(\frac{-v}{2\alpha}(\xi+R)\right)} \quad (3-30)$$

A solução satisfaz a equação governante (3-8) e que satisfaz as condições de contorno (3-9). A solução mostrada (3-30) é conhecida como a solução analítica de Rosenthal (1941) para o problema de condução de calor com fonte móvel considerando uma chapa espessa, a solução é também chamada como equação da chapa grossa. Esta solução é aplicada para definir a distribuição de temperatura em chapas que a espessura é consideravelmente alta. A seguir é possível observar um exemplo da distribuição de temperatura simétrica entorno do eixo  $x$  no plano  $y - z$ , a Figura (3-8) mostra, em 2D, contornos que são chamados de isotermas que são regiões, conforme Cruz Neto (2018), onde as temperaturas dentro desta curva são iguais em volta da fonte de calor. O conhecimento destas isotermas é crucial para delimitar, por exemplo, a representação geométrica da ZAC.

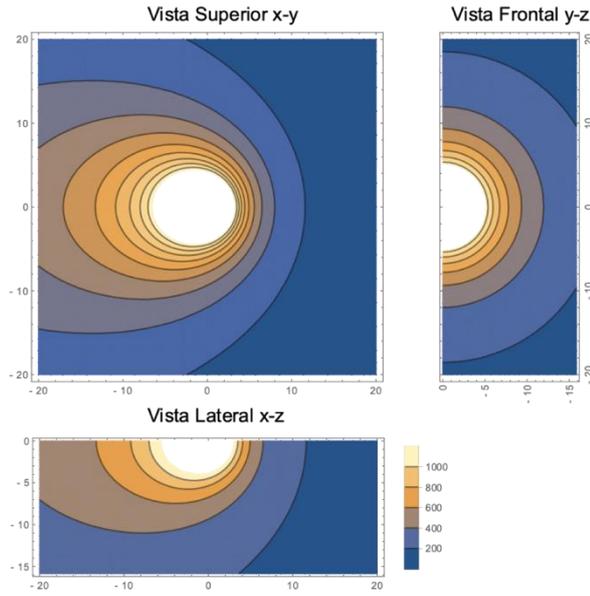


Figura 3-8: Exemplo de resposta do modelo de chapa grossa de Rosenthal. Para  $q = 1424,24\text{J/s}$ ,  $v_s = 1,0714\text{mm/s}$ ,  $T_0 = 150^\circ\text{C}$ ,  $\eta = 0,8$ ,  $\alpha = 5,32643\text{mm}^2/\text{s}$ ,  $k = 0,03794\text{W/mm}^\circ\text{C}$  e  $d = 15,85\text{mm}$ . Fonte: Autor (2020).

### 3.1.6 Solução do Modelo de Chapa Intermediária

Rosenthal (1946) discute o método das imagens para a elaboração de um modelo que considera-se a face inferior com condição adiabática, em base dessa necessidade foi obtida a equação da chapa intermediária que a partir do modelo de chapa grossa, Equação (3-30), utiliza fontes imaginárias espelhadas ao longo de  $z$  com distâncias entre si de  $2d$ , duas vezes a espessura da chapa, conforme Figura (3-9), com o artifício de tornar o gradiente de temperatura igual a 0 na interface inferior das delimitações da chapa no eixo  $z$ . A solução é dada por:

$$T = \frac{q}{2\pi k} e^{-\frac{v\xi}{2\alpha}} \left[ \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} \frac{1}{r_i} e^{-\frac{v}{2\alpha} r_i} \right] + T_0 \quad (3-31)$$

Onde  $r_i = \sqrt{\xi^2 + y^2 + (z - 2id)^2}$

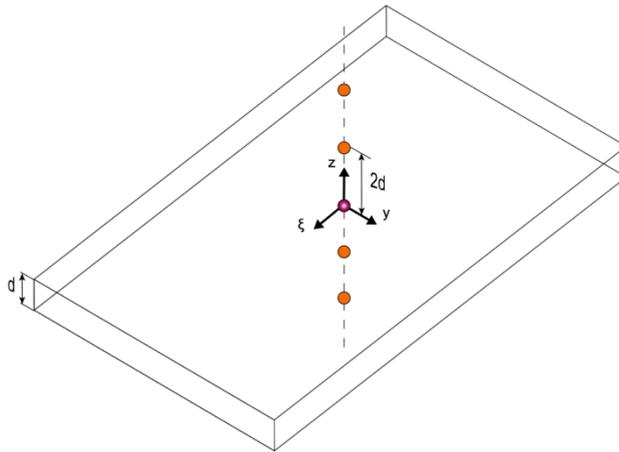


Figura 3-9: Esquema de posição das fontes imaginárias para a solução do problema da chapa intermediária de Rosenthal. As fontes indicadas em laranja são imaginárias e encontram-se aos pares, a fonte real está indicada em vermelho presente na origem do sistema  $x - y - z$ .  
Fonte: Autor (2020).

A distribuição de temperatura nas vistas Superior, Frontal e Lateral são mostradas na Figura (3-10), é perceptível que a isoterma de  $200^{\circ}\text{C}$  apresenta uma disposição perpendicular em relação a face inferior devido a condição pretendida para esta face.

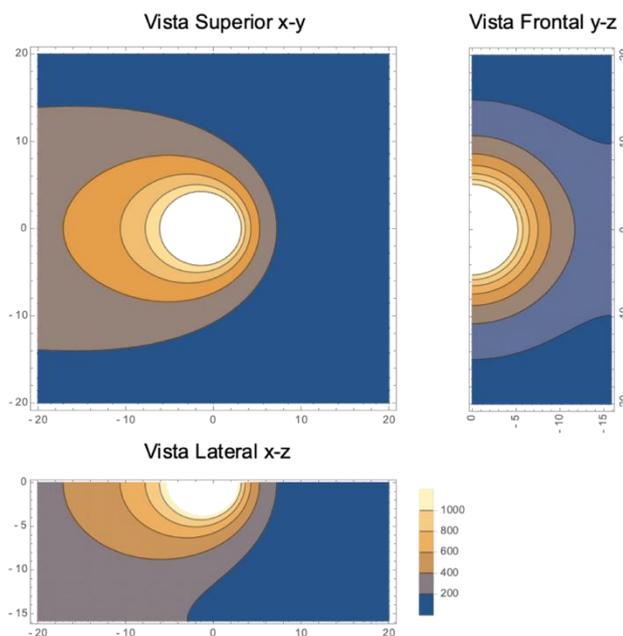


Figura 3-10: Exemplo de resposta do modelo de chapa intermediária de Rosenthal. Para  $q = 1424,24\text{J/s}$ ,  $v_s = 1,0714\text{mm/s}$ ,  $T_0 = 150^{\circ}\text{C}$ ,  $\eta = 0,8$ ,  $\alpha = 5,32643\text{mm}^2/\text{s}$ ,  $k = 0,03794\text{W/mm}^{\circ}\text{C}$  ed  $= 15,85\text{mm}$ . Fonte: Autor (2020).

Na imagem abaixo é possível constatar a influência das fontes imaginárias, essas fontes foram postas com distâncias entre si de  $2d$  e mantendo a fonte central real. Como discutido anteriormente, esta solução tem a particularidade de ter o gradiente de temperatura igual a zero na interface inferior da chapa, evento comum em problemas com superfície isolada nesta região, ou seja, com fluxo de calor prescrito igual a 0.

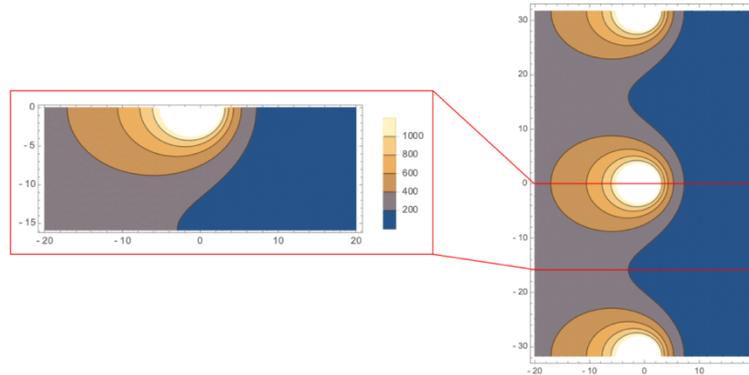


Figura 3-11: Domínio real do modelo de chapa intermediária. Fonte: Autor (2021).

### 3.1.7 Solução do Modelo de Chapa Fina

Outra solução para o problema de condução de calor aplicado à soldagem, porém não utilizada neste trabalho, desenvolvida por Rosenthal (1941), é a solução da chapa fina, que considera o gradiente de temperatura igual a 0 no eixo  $z$ . A solução é dada por:

$$T(\xi, y) = \frac{q}{2\pi kd} e^{-\frac{v\xi}{2\alpha}} K_0 \left[ \frac{vr}{2\alpha} \right] + T_0 \quad (3-32)$$

Onde  $r = \sqrt{\xi^2 + y^2}$ ,  $d$  é a espessura da chapa ( $mm$ ) e  $K_0$  é a função de Bessel de segundo tipo e ordem zero. Essa solução tem a particularidade de ser bidimensional, ou seja, no plano  $x - y$  e não possuir variação de temperatura ao longo do eixo  $z$ . A utilização deste modelo é restrita a casos onde pode ser considerado que a soldagem possui penetração total e que o gradiente de temperatura ao longo da espessura é desprezável.

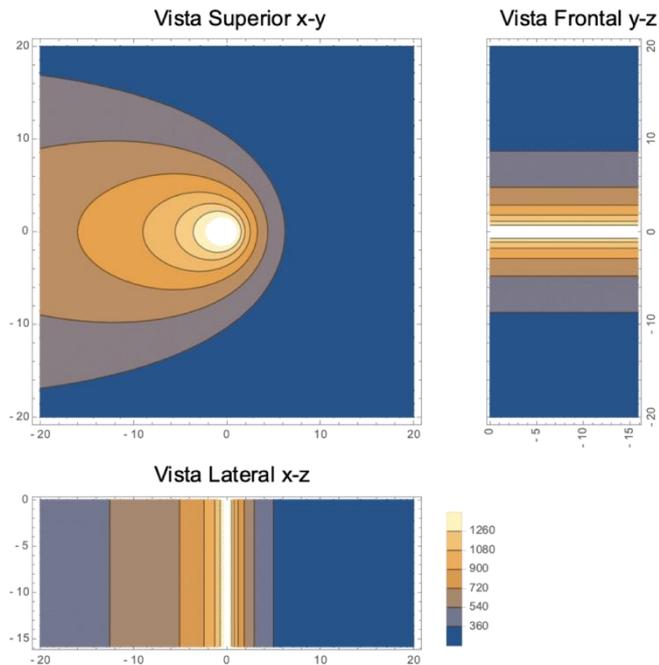


Figura 3-12: Exemplo de resposta do modelo de chapa fina de Rosenthal. Para  $q = 1424,24J/s$ ,  $v_s = 1,0714mm/s$ ,  $T_0 = 150^\circ C$ ,  $\eta = 0,8$ ,  $\alpha = 5,32643mm^2/s$ ,  $k = 0,03794W/mm^\circ C$  e  $d = 15,85mm$ . Fonte: Autor (2020).

É possível também gerar as isosuperfícies de resposta Figura (3-13) que são as superfícies onde os pontos de coordenada  $x$ ,  $y$ ,  $z$  possuem o mesmo valor de temperatura, análogo as isotermas, mas com representação tridimensional. Na imagem a seguir é possível visualizar a representação tridimensional das respostas para o problema de chapa grossa, fina e intermediária.

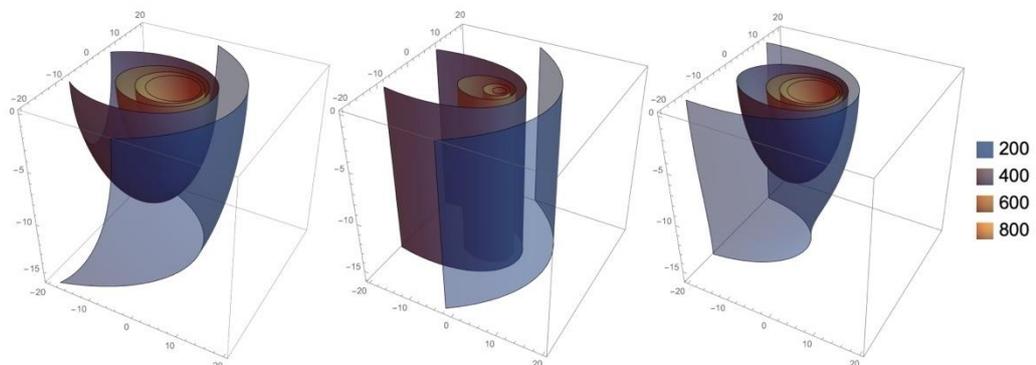


Figura 3-13: Isosuperfícies para diferentes soluções do problema de soldagem. Fonte: Autor (2021).

### 3.1.8 Modelo de Múltiplas Fontes

Para contornar a simplificação do formato pontual da fonte de calor, Eagar & Tsai (1983) elabora uma fonte de formato gaussiano utilizando a meia largura para calibrar o formato desta fonte com a micrografia registrada por ensaio *a posteriori*.

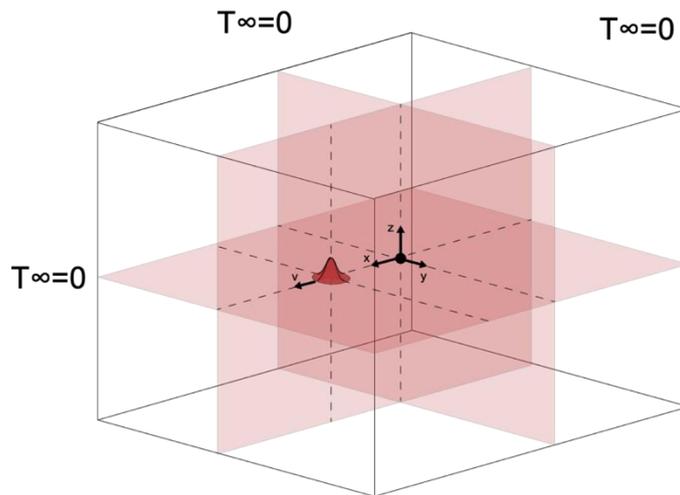


Figura 3-14: Esquema da fonte gaussiana. Adaptado de Eagar & Tsai (1983)

Onde a fluxo de calor pode ser definida como:

$$q(r) = q_m e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (3-33)$$

Onde  $q_m$  é o valor médio do fluxo de calor,  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $\sigma$  é a meia largura e comumente utilizado para ajuste do formato da fonte.

Mais autores contribuíram com modelos para redesenhar a fonte de calor por meio de calibração com a análise microestrutural. Um dos modelos amplamente utilizados é o modelo das múltiplas fontes desenvolvido por Myhr e Gröng (1997) com a finalidade de obtenção de um modelo similar ao de chapa intermediária (utilizando as mesmas condições de contorno), mas podendo redesenhar a região de fusão por meio de fontes pontuais localizadas no eixo  $y$  e  $z$ . O modelo referido anteriormente foi modificado por Ramirez e Brandi (2004) de modo que

as fontes que anteriormente só podiam estar localizadas sobre o eixo  $y$  podem agora adentrar a peça no eixo  $z$ , como mostra a Figura (3-15).

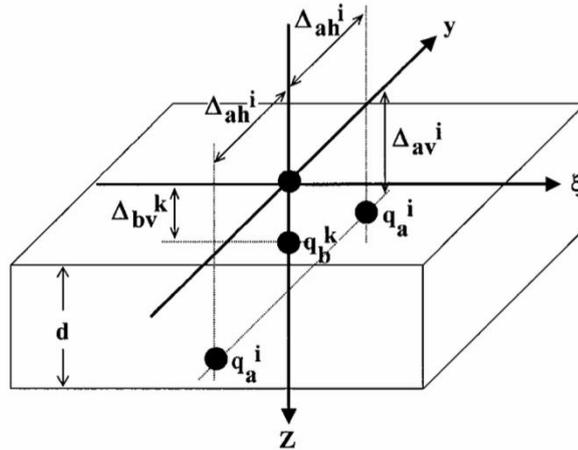


Figura 3-15: Distribuição das fontes puntiformes no plano  $y - z$ . Autor: Ramirez e Brandi (2004).

Este modelo surgiu da necessidade de reproduzir as condições de soldagem multipasse (Ramirez, 2004). O modelo possui a divisão em duas contribuições para a mudança de temperatura (Ferreira, 2017). Conforme Ramirez e Brandi (2004) a temperatura é dada por:

$$T - T_0 = \sum_i [T(q_a^i) + T(q_b^i)] \quad (3-34)$$

De modo que o calor submetido ao corpo é a soma de todas as fontes de calor de ambas as contribuições:

$$q_0 = \sum_i [q_a^i + q_b^i] \quad (3-35)$$

A primeira contribuição é devido às fontes  $q_a$  que estão ao longo de  $\Delta_{ah}$  no eixo  $y$  e  $\Delta_{av}$  para dentro da peça ao longo de  $z$ , conforme Ramirez e Brandi (2004) para esse tipo de contribuição tem-se a formulação:

$$T(q_a^i) = \frac{q_a^i}{4\pi k} \exp(-v\xi/2a) \left[ \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} \exp(-R_i v/2a)/R_i + \sum_{w=-\infty}^{w=+\infty} \exp(-R_w v/2a)/R_w \right] \quad (3-36)$$

Onde

$$R_i = [\xi^2 + (y - \Delta_{ah})^2 + (z - 2id - \Delta_{av})^2]^{1/2} \quad (3-37.a)$$

$$R_w = [\xi^2 + (y - \Delta_{ah})^2 + (z - 2wd - \Delta_{av})^2]^{1/2} \quad (3-37.b)$$

Já a segunda contribuição, conforme Ramirez e Brandi (2004), é devido às fontes do tipo  $q_b$ , que são as fontes localizadas ao longo do eixo  $z$ , tem-se a formulação:

$$T(q_b^i) = \frac{q_b^i}{4\pi k} \exp(-v\xi/2a) \left[ \sum_{j=-\infty}^{j=+\infty} \exp(-R_j v/2a)/R_j + \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} \exp(-R_l v/2a)/R_l \right] \quad (3-38)$$

Com

$$R_j = [\xi^2 + y^2 + (z - 2jd - \Delta_{bv})^2]^{1/2} \quad (3-39.a)$$

$$R_k = [\xi^2 + y^2 + (z - 2kd - \Delta_{bv})^2]^{1/2} \quad (3-39.b)$$

Modelos de múltiplas fontes puntiformes tem a característica de representar melhor a formação geométrica da zona fundida (Cruz Neto, 2018), diferindo das respostas de Rosenthal (1941) que apresentam uma característica simétrica esférica em torno da fonte. É possível observar a distribuição de temperatura conforme Figura (3-16):

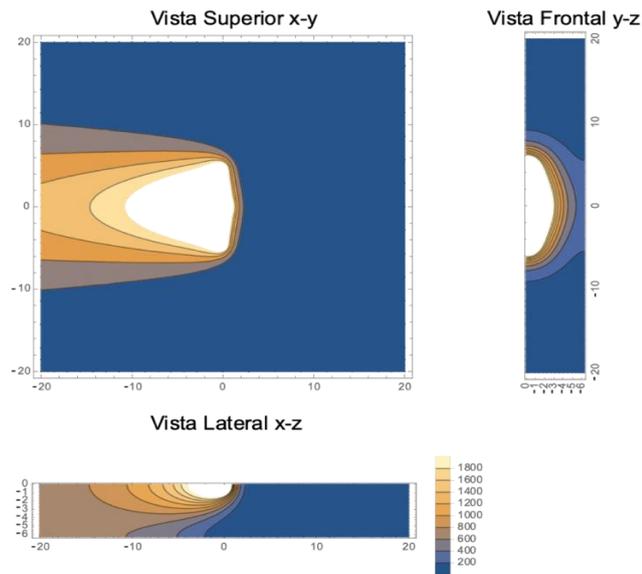


Figura 3-16: Exemplo de resposta do modelo de múltiplas fontes de Ramirez e Brandi (2004). Para  $q = 1424,24J/s$ ,  $v_s = 1,0714mm/s$ ,  $T_0 = 150^\circ C$ ,  $\eta = 0,8$ ,  $\alpha = 5,32643mm^2/s$ ,  $k = 0,03794W/mm^\circ C$  ed  $6mm$ . Fonte: Autor (2020).

Já a representação tridimensional, pode ser vista na Figura (3-17):

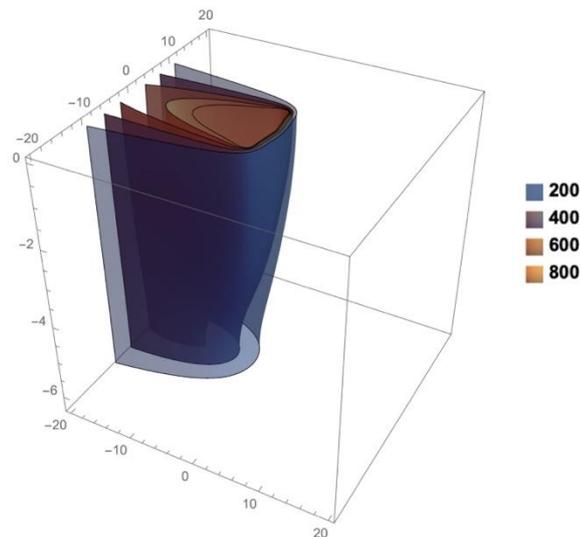


Figura 3-17: Isosuperfícies da solução de múltiplas fontes. Fonte: Autor (2021).

Em relação a simplificação das propriedades constantes, o autor Ferreira (2017) utiliza uma metodologia para obter a solução considerando as propriedades dependentes da temperatura de maneira similar ao realizado por Yan (2014) que utilizou solução numérica do problema de soldagem, obtendo bons resultados comparados a ensaios experimentais. Logo, a

solução de Rosenthal (1941) pode ser utilizada neste contexto da consideração de propriedades variáveis.

## **3.2 Problemas Inversos em Transferência de Calor**

Os Problemas Inversos de Transferência de calor fazem o uso de medidas de temperatura e/ou fluxo de calor, para a estimativa de parâmetros desconhecidos. Problemas inversos de condução de calor são normalmente associados a estimativa do fluxo de calor a que o corpo é submetido e/ou das propriedades termofísicas do material a partir de medidas de temperatura tomadas em sua superfície. Em suma o problema inverso envolve a estimativa da causa a partir do conhecimento do efeito (Cotta, 2009).

Os problemas inversos são caracterizados por serem mal-postos, onde um problema bem-posto segue as leis de Hadamard (1902) que possuem as seguintes características:

1. Existe a solução desse problema;
2. Unicidade da solução desse problema;
3. Estabilidade da solução: alterações pequenas nas condições iniciais fazem com que o sistema oscile pouco na solução.

A base da solução do problema inverso é contornar a natureza mal-posta desses problemas e métodos numéricos são implementados afim de minimizar a instabilidade da solução, e outros métodos também podem ser inclusos afim de definir melhor a solução (Cotta, 2009).

Destaca-se dentre os métodos de Problemas inversos em Transferência de Calor quanto a abordagem determinística que são, de um modo geral, resolvidos através da minimização de uma função objetivo (Cotta, 2009), e estocástica, essa emprega a inferência Bayesiana, um dos métodos relativamente novos empregados na solução de problemas inversos em transferência de calor, cuja aplicabilidade a esse tipo de problema pode ser atribuída ao desenvolvimento das técnicas computacionais como o método de Monte Carlo via cadeia de Markov e Filtro de partículas (Parthasarathy e Balaji, 2008).

A abordagem bayesiana foi escolhida para o trabalho devido a capacidade de agregar diversas informações referentes às medidas para a estimativa dos parâmetros. A abordagem bayesiana tem como cerne o Teorema de Bayes.

### 3.2.1 Teorema de Bayes

Conforme Kaipio e Somersalo (2004), um valor  $\mathbf{y}$  é considerado como medido e  $\mathbf{x}$  é o item desconhecido o qual estão associados de maneira nem sempre simples e de modo que  $\mathbf{y}$  tem incerteza. Para que ambos sejam relacionados, pode-se escrever um modelo o qual relacioná-los-ia, em um pensamento inverso tem-se:

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}, \mathbf{e}) \quad (3-40)$$

Onde  $\mathbf{e}$  são parâmetros que são pouco conhecidos e o incertezas de medição. Aqui as variáveis que são aleatórias serão escritas em maiúsculas, sendo assim:

$$\mathbf{Y} = f(\mathbf{X}, \mathbf{E}) \quad (3-41)$$

Onde  $\mathbf{Y}$  é chamado de medição (variável observável) e sua realização é  $\mathbf{Y} = \mathbf{y}_{observado}$  no processo de medição real. Já a variável aleatória  $\mathbf{X}$ , de interesse, pode ser chamada de variável desconhecida. Já o vetor  $\mathbf{E}$  pode ser chamado de parâmetros que não são de interesse e incertezas.

Antes de ser realizado a medida, existem informações sobre a variável  $\mathbf{X}$ , essas informações podem ser expressas em uma densidade de probabilidade, ou PDF (*Probability Density Function*), chamada de densidade *a priori*, denotada por  $\pi_{pri}(\mathbf{x})$ . É considerado que todas as informações disponíveis sobre as variáveis sejam encontradas, a probabilidade conjunta de  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  de modo a ser expressa por  $\pi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ . Logo a densidade marginal de  $\mathbf{x}$  pode ser dada por:

$$\int_{\mathbb{R}^m} \pi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) d\mathbf{y} = \pi_{pri}(\mathbf{x}) \quad (3-42)$$

De modo que  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^m$ . Se for considerado que  $\mathbf{X}$  é conhecido de modo que  $\mathbf{X} = \mathbf{x}$ , a densidade de probabilidade condicional de  $\mathbf{Y}$  pode ser dada por:

$$\pi(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \frac{\pi(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\pi_{pri}(\mathbf{x})} \quad (3-43)$$

Onde  $\pi_{pri}(\mathbf{x})$  não admite valor nulo. Essa probabilidade condicional de  $\mathbf{Y}$  é chamada de função de verossimilhança. Pode ser lido como a distribuição de probabilidade dos dados medidos ( $\mathbf{y}$ ) dado o valor dos dados desconhecidos (ou parâmetros, no caso de estimativa de parâmetros). Considere agora que  $\mathbf{Y}$  é dado de modo que  $\mathbf{Y} = \mathbf{y}_{observado}$ , a distribuição de probabilidade condicional pode ser dada por:

$$\pi(\mathbf{x}|\mathbf{y}_{observado}) = \frac{\pi(\mathbf{x}, \mathbf{y}_{observado})}{\pi(\mathbf{y}_{observado})} \quad (3-44)$$

Onde  $\pi(\mathbf{y}_{observado})$  não pode ser nulo.  $\pi(\mathbf{x}|\mathbf{y}_{observado})$  é chamado de distribuição *a posteriori*, ou seja, expressa a informação de  $\mathbf{x}$  após a medida  $\mathbf{y}$  ser observada. Conforme Kaipio e Somersalo (2004), o Teorema de Bayes exprime de maneira formal a combinação de uma informação nova com uma previamente conhecida disponível e é dada por:

$$\pi_{post}(\mathbf{x}) = \pi(\mathbf{x}|\mathbf{y}_{observado}) = \frac{\pi_{pri}(\mathbf{x})\pi(\mathbf{y}_{observado}|\mathbf{x})}{\pi(\mathbf{y}_{observado})} \quad (3-45)$$

Onde

$$\pi(\mathbf{y}) = \int \pi(\mathbf{y}|\mathbf{x})\pi_{pri}(\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad (3-46)$$

Com a finalidade de simplificar a função *a posteriori* é comum utilizar métodos determinísticos e estocásticos, estes métodos utilizam na maioria das vezes a consideração de que  $\int \pi(\mathbf{y}|\mathbf{x})\pi(\mathbf{x})d\mathbf{x}$  não depende de  $\mathbf{x}$ , o que leva a relação de proporcionalidade (SILVA, 2012):

$$\pi(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \propto \pi(\mathbf{y}|\mathbf{x})\pi(\mathbf{x}) \quad (3-47)$$

### 3.2.2 Integral de Monte Carlo

A integração de Monte Carlo é utilizada para aproximar numericamente as integrais contínuas estatísticas que são de difícil computo analítico. Suponha que se queira calcular a integral a seguir:

$$I = \int g(\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad (3-48)$$

Onde  $\mathbf{x}$  é multidimensional. Esta integral pode ser aproximada numericamente para:

$$I_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\mathbf{x}_i) \quad (3-49)$$

Onde  $I_N$  converge quase que certamente para  $I$  pela Lei Forte dos Grandes Números (Breiman, 1992).

### 3.2.3 Amostragem por importância

A amostragem por importância (*Importance Sampling* - IS) busca melhor custo-benefício computacional na obtenção de amostras de distribuição da região de interesse. Se mostra importante em altas dimensões onde a região importante é consideravelmente menor em relação ao todo. (Chen, 2001)

A ideia deste método é relacionar a distribuição  $\pi(\mathbf{x}|\mathbf{y})$  com uma densidade de importância conhecida  $q(\mathbf{x}|\mathbf{y})$  gerando o peso da importância dado por  $w(\mathbf{x}) = \frac{\pi(\mathbf{x}|\mathbf{y})}{q(\mathbf{x}|\mathbf{y})}$ . Logo, tem-se que:

$$I = \int \frac{\pi(\mathbf{x}|\mathbf{y})}{q(\mathbf{x}|\mathbf{y})} q(\mathbf{x}|\mathbf{y}) d\mathbf{x} = \int f(\mathbf{x})w(\mathbf{x})q(\mathbf{x}|\mathbf{y})d\mathbf{x} \quad (3-50)$$

Aproximando numericamente tem-se:

$$I_N = \frac{1}{N} \sum_i f(\mathbf{x}_i) w(\mathbf{x}_i) \quad (3-51)$$

Considerando que  $w(\mathbf{x}_i)$  é:

$$w(\mathbf{x}_i) = \frac{\pi(\mathbf{x}_i)}{q(\mathbf{x}_i)} \quad (3-52)$$

### 3.2.4 Estimativa de Estados

Conforme Silva (2012): “Os Modelos Dinâmicos ou Modelos de Espaço de Estado são formulados para permitir alterações nas variáveis de estado que serão estimadas com o passar do tempo. Os problemas de predição de estado são utilizados para representar tanto as observações (medidas) quanto as evoluções das variáveis de estado”.

Para definir os problemas de rastreamento, será considerado a evolução de estados sequencial é dado por (Arulampalam, 2001):

$$\mathbf{x}_k = f_k(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{v}_{k-1}) \quad (3-53)$$

Onde  $f_k$  é a função de probabilidade de estados não linear, que possui dependência da variável de estado  $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^{n_x}$  e o vetor das incertezas, ou ruído do processo (Lucumi, 2015),  $\mathbf{v} \in \mathcal{R}^{n_v}$ ,  $k$  representa o tempo,  $n_x$  e  $n_v$  são a dimensão dos estados e dos ruídos do processo. O objetivo do rastreamento é estimar recursivamente  $\mathbf{x}_k$  a partir de medições (ou modelo de observações) (Arulampalam, 2001):

$$\mathbf{y}_k = h_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{n}_k) \quad (3-54)$$

Onde as observações são dadas por  $\mathbf{y}_{1:k} = \{\mathbf{y}_i, i = 1, \dots, k\}$ . Em particular, procura-se estimativas filtradas com base no conjunto de todas as medidas disponíveis (Arulampalam, 2001).

A estimativa de estado tem objetivo de obter informações sobre  $x_k$  tendo como base o modelo de evolução de observações utilizando as seguintes suposições (Silva, 2012):

A sequência  $x_k$  para  $k = 1, 2, 3, \dots$ , é um processo Markoviano (Lucumi, 2015), isto é,

$$\pi(x_k | x_0, x_1, x_2, \dots, x_{k-1}) = \pi(x_k | x_{k-1}) \quad (3-55.a)$$

A sequência  $y_k$  para  $k = 1, 2, 3, \dots$ , é um processo Markoviano em relação à  $x_k$  (Lucumi, 2015), isto é,

$$\pi(y_k | x_0, x_1, x_2, \dots, x_{k-1}) = \pi(y_k | x_k) \quad (3-55.b)$$

A sequência  $x_k$  depende somente das medias através das próprias variáveis de estado no tempo imediatamente anterior (Lucumi, 2015), isto é,

$$\pi(x_k | x_{k-1}, y_{1:k-1}) = \pi(x_k | x_{k-1}) \quad (3-55.c)$$

A suposição (3-55.a) significa que toda a história das variáveis de estado é resumida só pelo estado anterior. A suposição (3-55.b) mostra que o modelo probabilístico das medidas só depende do estado atual. Por fim, a suposição (3-55.c) mesmo que tenha uma formulação diferente, possui o mesmo significado da suposição (3-55.a) (Silva, 2012).

Diferentes problemas podem ser considerados com os modelos de observação e de evolução (Kaipio e Somersalo, 2004):

Problema de previsão de estado, com o objetivo de estimar  $\pi(x_k | y_{1:k-1})$ ;

Problema de filtro de estado, com o objetivo de estimar  $\pi(x_k | y_{1:k})$ ;

Problema de suavização com retardo fixo, com o objetivo de estimar  $\pi(x_k | y_{1:k+p})$ , onde  $p \geq 1$  e o retardo fixo.

Problema de suavização de domínio inteiro, com o objetivo de estimar  $\pi(x_k | y_{1:k})$ , onde,  $n$  é o número de medidas/observações.

Considerado o modelo de evolução e observação, o interesse deste trabalho é estimar  $\pi(x_k | y_{1:k})$ , sendo um problema de filtragem, assume-se que  $\pi(x_0 | y_0) = \pi(x_0)$  é uma

informação conhecida (Lucumi, 2015). A distribuição *a posteriori* pode ser obtida por meio de filtro Bayesiano através de duas etapas: previsão e atualização:

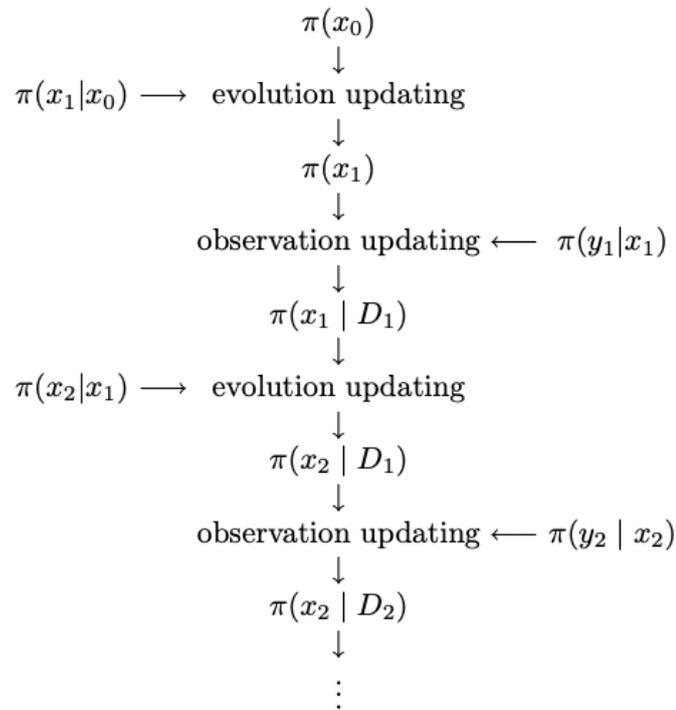


Figura 3-18: Previsão e atualização de dados. Fonte: Kaipio e Somersalo (2004).

### 3.2.5 Filtro de partículas – amostragem de importância sequencial

Filtro de partículas é um método cujo objetivo é usar as medidas disponíveis e o conhecimento disponível do fenômeno (densidade a priori) para estimar as variáveis de estado do problema que são evoluídas ao longo do tempo, ou seja, representar a função de densidade posteriori por um conjunto de amostras aleatórias, chamadas de partículas, com pesos associados e o qual calcula as estimativas com base nessas amostras e pesos (Arulampalam *et al.*, 2002).

O algoritmo de amostragem de importância sequencial SIS (do inglês *Sequence Importance Sampling*) forma a base para a maioria dos filtros sequenciais desenvolvidos nas últimas décadas (Arulampalam *et al.*, 2002), é mostrado na Figura (3-19), onde  $\{z_{0:k} = y_{0:k}, k = 1, \dots, t_f\}$  são as observações,  $\{x_{0:k}^i, i = 1, \dots, N_{part}\}$  são os estados,  $k$  indica o tempo que termina em  $t_f$ ,  $i$  indica a partícula,  $N_{part}$  é a quantidade de partículas e cada partícula  $i$  está associada ao seu respectivo peso  $\{w_{0:k}^i, i = 1, \dots, N_{part}\}$  (Lucumi, 2015).

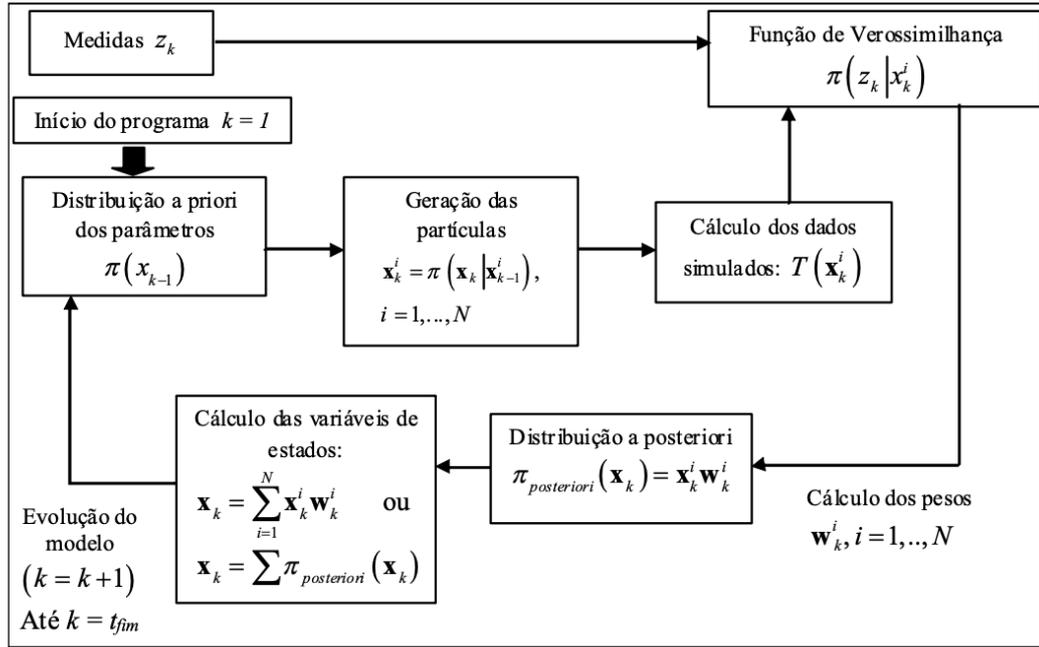


Figura 3-19: Esquema geral dos filtros de partículas para problema inversos. Fonte: Lucumi (2015)

Conforme Silva (2012), Arulampalam (2002) e Doucet (2000), a distribuição *a posteriori* no instante  $k$  pode ser aproximada por:

$$\pi(x_k | y_k) \approx \sum_{i=1}^N w_k^i \delta(x_k - x_k^i) \quad (3-56)$$

Onde  $\delta(\cdot)$  é a distribuição delta de Dirac (de Andrade, 2012). Doucet (2000) utiliza a equação de Bayes (3-44) juntamente com a simulação recursiva e obtém-se a seguinte definição da atualização de pesos:

$$w_k^i = w_{k-1}^i \frac{\pi(y_k | x_k^i) \pi(x_k | x_{k-1}^i)}{q(x_k | x_{k-1}^i, y_k)} \quad (3-57)$$

Conforme Silva (2012) a escolha mais conveniente para a densidade de importância é a distribuição *a priori*, ou seja:

$$q(x_k | x_{k-1}^i, y_k) = \pi(x_k | x_{k-1}^i) \quad (3-58)$$

Com isso, os pesos são atualizados somente pela verossimilhança (Doucet, 2001):

$$w_k^i = w_{k-1}^i \pi(y_k | x_k^i) \quad (3-59)$$

### 3.2.6 Filtro de partículas – amostragem por importância e reamostragem sequencial

Arulampalam (2002) descreve um problema comum observado nos filtros SIS, que é o fenômeno de degeneração de partículas, conforme o autor é evidenciado após algumas iterações que muitas partículas apresentam pesos insignificantes. Uma maneira de medir a degeneração é fornecida pelo tamanho efetivo de amostras  $N_{eff}$ :

$$N_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (w_k^i)^2} \quad (3-60)$$

É observado que se  $N_{eff}$  for muito pequeno, a degeneração é severa. Uma das formas de contornar este problema é através da técnica de reamostragem (Arulampalam, 2002).

A reamostragem é a base para o filtro SIR (Amostragem por Importância e Reamostragem Sequencial – do inglês “*Sequential Importance Resampling*”) que, conforme Gordon (1993), é derivado do algoritmo SIS. Para Arulampalam (2002) a ideia básica da Reamostragem é eliminar partículas com pesos pequenos e concentrar em partículas com pesos grandes como mostrado na Figura (3-20), as partículas, após a reamostragem, foram alteradas se comparado ao processo 1 de geração de partículas, pois as partículas que apresentaram maior implicação sob a estimativa (pesos maiores) foram mantidas e algumas foram duplicadas.

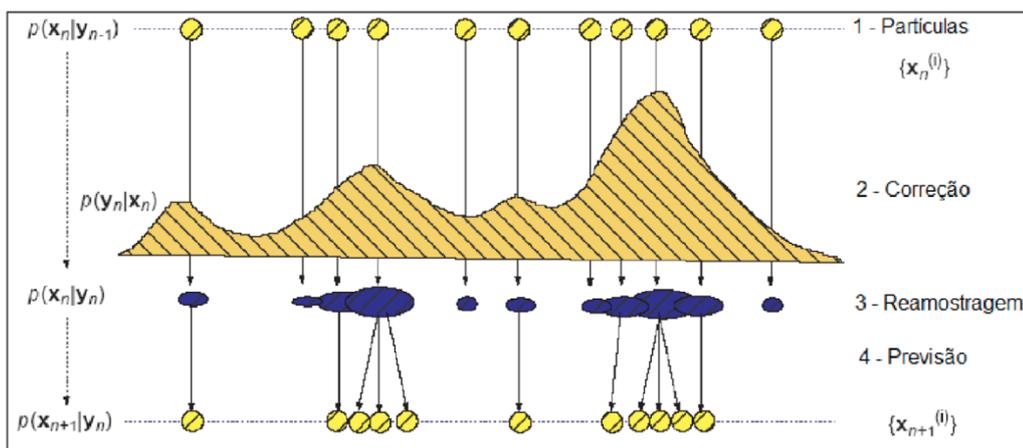


Figura 3-20: Representação do processo de reamostragem no Filtro SIR. Fonte: Chen (2002).

O algoritmo preferido entre os autores (para realizar a reamostragem) é a Reamostragem Sequencial (Arulampalam, 2002), é descrito na Tabela (3-1):

Tabela 3-1: Algoritmo de Reamostragem. Fonte: Arulampalam (2002).

<b>Reamostragem</b>
<p>Construir um vetor de pesos acumulativos CDF, fazendo <math>c_i = c_{i-1} + \tilde{w}_k^i</math>, onde <math>i = 1, \dots, N_{part}</math> e <math>c_0 = 0</math>. Para <math>ir = 1</math> é gerada um ponto inicial <math>u_1</math> a partir da distribuição uniforme <math>u[0, N^{-1}]</math>.</p> <p>Para <math>j = 1, \dots, N_{part}</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Calcular <math>u_j = u_1 + N_{part}^{-1}(j - 1)</math> (movendo ao longo do vetor de pesos acumulativos CDF)</li> <li>- Enquanto <math>u_j &gt; c_i</math> fazer <math>ir = ir + 1</math></li> <li>- Designar à amostra <math>varest[ir] = x_k^j = x_k^{ir}</math></li> <li>- Designar à amostra <math>w_k^j = N_{part}^{-1}</math></li> </ul>

Onde  $c_i$  são valores do vetor de pesos acumulativos,  $i$  e  $j$  são contadores de partículas,  $N_{part}$  é a quantidade total partículas,  $k$  é o contador temporal e  $ir$  é um contator auxiliar. No exemplo a seguir foi simulado uma estimativa do fluxo de calor utilizando medidas de temperatura e extraído da rotina de programação as partículas amostradas e reamostradas e como mostrado na Figura (3-21) as partículas reamostradas (em vermelho) geram valores de temperatura mais próximos do medido (indicado em laranja) para um instante  $k$ .

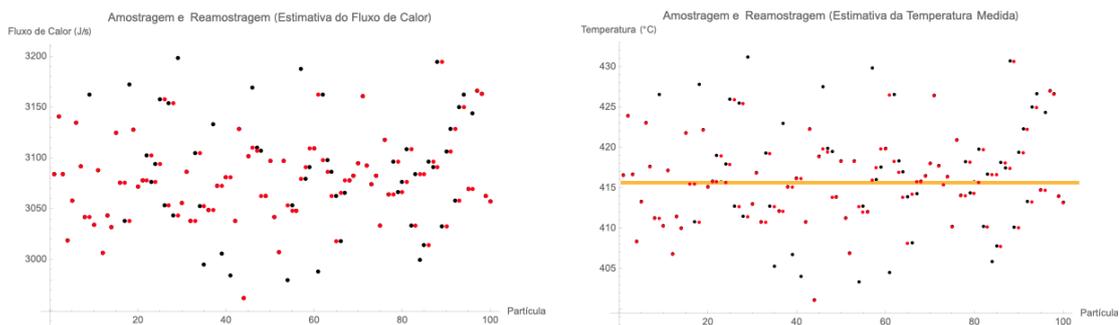


Figura 3-21: Comparação das partículas amostradas com as reamostrada. Fonte: Autor (2022).

Já para o cálculo dos pesos, conforme Kaipio e Somersalo (2004) a densidade de probabilidade da medida  $y$  dado  $x$ , para a implementação do filtro SIR, pode ser dada por:

$$\pi(y_k | x_k^i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_Y^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_Y^2}(y_k - x_k^i)^2} \quad (3-61)$$

Onde  $\sigma_Y$  é a incerteza das medidas, mesmo que Ozisik (2000) sugira 1% do valor máximo das medidas simuladas utilizou-se 2,2% da medida capturada, conforme a incerteza do termopar tipo K indicada por Orlander (2011) e considerando  $y_k = y_{meas}$  ( $y$  sendo a medida para o instante  $k$ ). Considerando

$$W = \sum_{j=1}^N \pi(y_k | x_k^j) \quad (3-62)$$

Sendo a soma dos pesos. Cada peso normalizado pode ser calculado, conforme Kaipio e Somersalo (2004), por:

$$\tilde{w}_k^j = \frac{1}{W} e^{-\frac{1}{2\sigma_Y^2}(y_k - x_k^j)^2} \quad (3-63)$$

Em resumo o filtro de partículas de amostragem e reamostragem por importância sequencial baseia-se no cálculo de pesos usando a verossimilhança para partículas candidatas previamente conhecidas, em um primeiro momento, ou geradas a partir da densidade *a priori*. Após isso, essas partículas são reamostradas a fim de reduzir os efeitos de degeneração, multiplicando as partículas com pesos superiores e descartando as partículas com pesos

inferiores e melhorando os resultados da predição para posteriormente serem geradas novas partículas. O algoritmo do filtro de reamostragem por importância (SIR), para este trabalho com a finalidade de estimar a temperatura interna, pode ser descrito na Tabela (3-2).

Tabela 3-2: Algoritmo do filtro de partículas SIR deste trabalho. Fonte: Autor (2022).

<b>Passo 0</b>
<p>Gerar medidas simuladas utilizando o modelo de múltiplas fontes, Equação (3-33).</p> <p><math>Y = [\textit{medidas simuladas}]</math></p>
<b>Passo 1</b>
<p><math>k = 1, \dots, N_{\textit{medições}}</math>  <math>i = 1, \dots, N_{\textit{partículas}}</math></p> <p>Gerar um conjunto de partículas (fluxo de calor) com média conhecida e distribuição padrão conhecida conforme evolução do modelo.</p> <p>Calcular as temperaturas geradas por estas partículas por meio da solução de chapa intermediária.</p>
<b>Passo 2</b>
<p>Calcular os pesos dessas respectivas partículas <math>w_k^i = \pi(\mathbf{y}_k   \mathbf{x}_k^i)</math>, conforme Equação (3-62). Armazenar essas partículas em um vetor <b>qest</b> e os pesos em um vetor <b>Listw</b>.</p> <p>Calcular os pesos normalizados <math>\tilde{w}_k^i = \frac{w_k^i}{\sum_{i=1}^N w_k^i}</math>. Calcular para cada partícula a respectiva temperatura interna para os pontos desejados.</p>
<b>Passo 3</b>
<p>Reamostrar partículas (seleção de partículas):</p> <p>Construir um vetor de pesos acumulativos (CDF), fazendo <math>c_i = c_{i-1} + \tilde{w}_k^i</math>. Para <math>ir = 1</math> é gerada uma distribuição uniforme <math>U[0, N^{-1}]</math>.</p> <p><math>j = 1, \dots, N_{\textit{partículas}}</math></p> <p>Calcular <math>u_j = u_1 + N^{-1}(j - 1)</math></p>

<p>Enquanto <math>u_j &gt; c_i</math> fazer <math>ir = ir + 1</math></p> <p>Designar as partículas <math>qest[ir] = x_k^j = x_k^{ir}</math></p> <p>Designar à amostra <math>w_k^j = N^{-1}</math></p> <p>Resgatar valores de temperaturas internas geradas pela partícula designada.</p>
<p><b>Passo 4</b></p>
<p>Média e desvio padrão do vetor <math>qest</math>.</p> <p>Calcular as médias e desvios padrão das temperaturas internas estimadas obtidas no passo anterior.</p>
<p><b>Passo 5</b></p>
<p>Evolução do modelo</p> <p>Fazer <math>k = k + 1</math></p> <p>Gerar novas partículas (fluxo de calor) por meio da densidade a priori <math>\pi(x_{k-1}^i)</math></p> <p>Retornar ao passo 2.</p>

No presente trabalho será utilizado o Filtro de Partículas SIR, conforme Tabela 3-2 para estimativa de temperatura em pontos internos durante o processo de soldagem usando-se temperaturas medidas na face oposta.

As medidas para a solução do problema inverso foram simuladas. Conforme Ozisik (2000), quando há erros aleatórios em medições, a simulação deve ser executada com o acréscimo de um termo de erro à  $Y_{ex}$ , de acordo com a equação a seguir.

$$Y = Y_{ex} + \omega\sigma \quad (3-64)$$

Onde

$Y$  = Medida simulada contendo erros aleatórios;

$Y_{ext}$  = Simulação exata da medida  $T_{med}$ , conforme modelo escolhido;

$\sigma$  = Desvio Padrão dos erros de medição

$\omega$  = Variável aleatória com distribuição Gaussiana com média zero e desvio padrão unitário.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção mostra os resultados obtidos da estimativa da temperatura interna por intermédio da estimativa do fluxo de calor. É considerado uma situação hipotética com medidas simuladas para que seja visualizada a sensibilidade do método e determinar se o mesmo consegue notar variações abruptas do fluxo de calor, assim também qual a influência da quantidade de partículas e o desvio padrão das variáveis de estado sob a estimativa. Os resultados foram obtidos a partir do *software Spyder 5*, utilizando o *MacBook Pro 13" A1278* com processador *dual-core Intel Core i5* a 2,5 GHz com 16GB de memória RAM. Salientando que medidas utilizadas foram simuladas.

### 4.1 Pontos de interesse de temperatura

As temperaturas internas em pontos selecionados e o fluxo de calor foram estimados utilizando Filtro de Partículas SIR, Tabela (3-2). As medidas, vetor  $Y$  do algoritmo SIR, serão simuladas utilizando a solução de múltiplas fontes, Equação (3-34), já as temperaturas para cada partículas (Passo 2 do algoritmo) serão calculadas por meio da solução do modelo de chapa intermediária dada pela Equação (3-31). Os pontos internos que serão estimados estão relacionados pela tabela abaixo quanto sua localização em relação ao ponto de abertura do arco (0,0,0):

Tabela 4-1: Relação dos pontos internos de interesse. Fonte: Autor (2021).

	$x$	$y$	$z$
Ponto 1 ( $T_1$ )	10	0	$d/4$
Ponto 2 ( $T_2$ )	10	0	$d/2$

Será considerado  $d = 6,3 \text{ mm}$ , conforme referência do experimento CT-01 de Cruz Neto (2018). A disposição destes pontos é mostrada na Figura (4-1), em preto é indicado a origem (abertura do arco), em vermelho é indicado o ponto de medição na face oposta e contido na linha de soldagem (10,0,  $d$ ), este ponto foi escolhido por ser considerado um ponto de fácil acesso para medição, em azul é indicado o ponto 1 de estimativa (10,0,  $d$ ), em verde é indicado o ponto 2 de estimativa (10,0,  $d$ ).

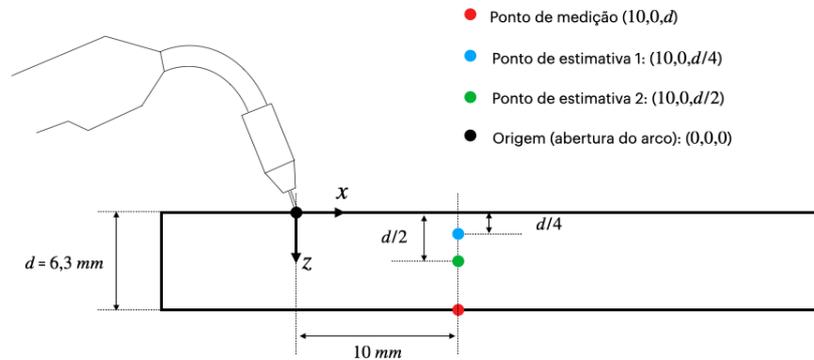


Figura 4-1: Disposição dos pontos do ensaio simulado. Fonte: Autor (2022).

Em relação ao referências  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , o autor Karkhin (2019) observa que existe uma simetria da distribuição de temperatura entorno do eixo  $x$  para soluções baseadas no modelo de Rosenthal (1941), ou seja, tornando o sentido de  $z$  sem influência no cálculo da temperatura quando  $y$  for igual a 0.

## 4.2 Fluxo de calor e geometria

Neste trabalho, como foi dito anteriormente, foi utilizado os dados do experimento CT-01 do autor Cruz Neto (2018), o experimento consiste na obtenção de ciclos térmicos na face oposta à fonte de calor medidas por meio de termopar disposto ao longo do eixo  $x$  da soldagem, conforme Figura (4-2):



Figura 4-2: Termopares soldados na face oposta (imagem obtida após soldagem). Fonte: Cruz Neto (2018).

A metalográfica do ensaio CT-01 é mostrada:

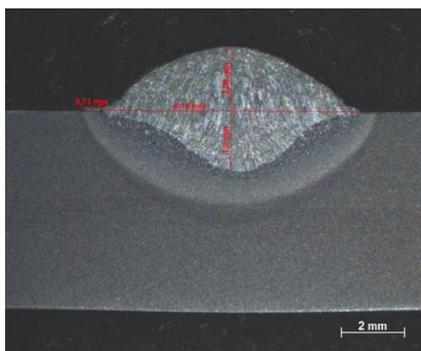


Figura 4-3: Macrografia de um cordão de solda com algumas medidas fornecidas através do software *AxioVision* da ZEISS® do experimento CT-01. Fonte: Cruz Neto (2018).

Os principais dados do experimento são os seguintes:

Tabela 4-2: Dados do experimento CT-01. Fluxo de calor ( $Q$ ) caso “A”. Fonte: Cruz Neto (2018).

CP	$U$ (V)	$I$ (A)	$v$ (mm/s)	$d$ (mm)	$H_r$ (J/mm)
2T-01	24,89	160,2	6,67	6,3	426,9

Onde  $U$  (V) é a tensão elétrica,  $I$  (A) é a corrente,  $v$  é a velocidade de soldagem,  $d$  é a espessura da chapa, e que  $H_r$  é a *energia remanescente por comprimento de solda*, ou seja, é a energia pós perdas, esta energia é o que efetivamente acessa a chapa durante soldagem (Cruz Neto, 2018). Para calcular o fluxo de calor teórico, basta utilizar a seguinte fórmula:

$$q = H_r \cdot v \text{ (J/s)} \quad (4-1)$$

Aplicando os dados da Tabela 4-2 na Equação 4-1 obtém-se: 2847,42 J/s que será considerado como o fluxo de calor referência para o cálculo das medidas simuladas para o ensaio computacional descrito neste capítulo.

### 4.3 Propriedades termofísicas constantes consideradas

O material considerado neste trabalho é o mesmo relatado por Cruz Neto (2018). O aço ASTM A36, que foi escolhido devido sua aplicação abrangente na indústria. O aço ASTM,

além disso, possui as propriedades bem definidas por normativa, sendo ótimo para experimento tendo em vista sua estabilidade química e repetibilidade experimental.

Os valores para as propriedades físicas utilizadas foram para o aço carbono conforme Grong (1997), que podem ser relacionados pela Tabela (4-3):

Tabela 4-3: Propriedades Termofísicas Consideradas. Fonte: Grong (1997).

$\rho c_p$ ( $J/mm^3$ )	$k$ ( $W/mm \cdot ^\circ C$ )
0,005	0,04

#### 4.4 Seleção das múltiplas fontes

O modelo das múltiplas fontes, anteriormente apresentado, foi utilizado para obter uma melhor representação da zona fundida, se tornou necessário definir estas fontes simulada com a análise macrográfica, o método para a calibração da fonte utilizada neste trabalho é análogo ao empregado por Ferreira (2017) e consiste na obtenção das fontes a partir da associação da isoterma simulada da temperatura de fusão com a imagem em escala da macrografia da peça soldada, aqui considerada como 1520 °C conforme Modenesi (2012). O autor Ferreira (2017) realizou modificações no modelo original e desconsiderou a simetria das fontes, para que pudesse ter melhor contorno da zona fundida.

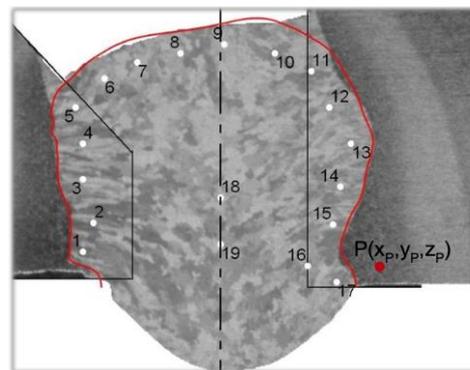


Figura 4-4: Distribuição espacial das fontes puntiformes no interior da zona fundida. Autor: Ferreira (2017)

As fontes foram escolhidas de modo tentativa e erro, sem utilizar qualquer análise de imagem, para selecionados são mostrados na Tabela (4-4):

Tabela 4-4: Relação dos pontos internos de interesse. Fonte: Autor (2021).

Fontes	$\Delta_{ah}$	$\Delta_{av}$
1	2.59	-0.25
2	1.29	-0.5
3	1.87	-0.35
4	4.75	-0.3
5	3.78	-0.25

A distribuição das fontes é mostrada na Figura (4-5), é possível notar que as fontes, indicadas em vermelho obtiveram um contorno coerente da isoterma de fusão simulada (curva preta, na figura ao lado esquerdo) em comparação a análise macrográfica disponibilizada pelo autor Cruz Neto (2018). As localizações foram escolhidas considerando as fontes distribuídas de forma simétrica entorno do plano  $x - z$  (possível ver na figura do lado direito), modelo sem modificações de Ramirez e Brandi (2004):

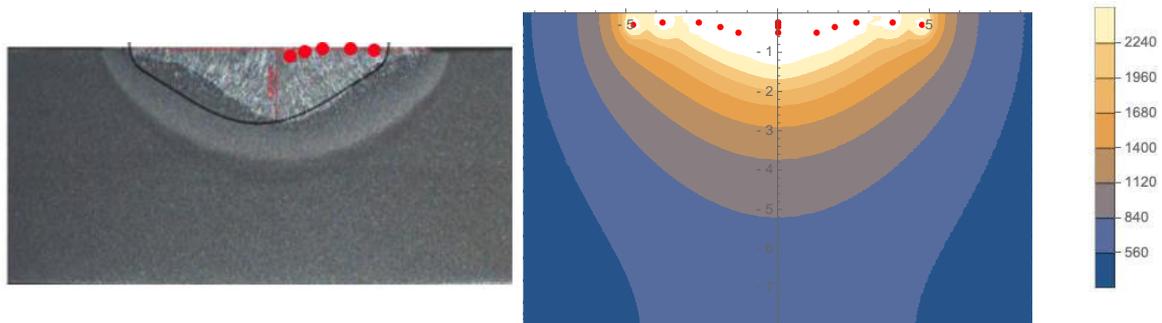


Figura 4-5: Calibração da fonte do modelo de múltiplas fontes. Adaptado de Cruz Neto (2018).

## 4.5 Convergência do modelo de chapa intermediária

Como já foi mostrado anteriormente, o modelo de chapa intermediária consiste na adição de infinitas fontes com distância entre si de  $2d$  conforme a Equação (3-31), para realizar os ensaios computacionais será necessário então utilizar uma quantidade de fontes finita, no entanto é preciso obter uma quantidade razoável destas fontes, tendo em vista que após uma quantidade elas deixam de impactar sobre o resultado da temperatura e podem ter influência significativa sob o custo-benefício computacional. A equação (3-31) será modificada de modo a ser computada numericamente (4-2), ou seja, o termo infinito tomará um valor finito (*iter*):

$$T = \frac{q}{2\pi k} e^{-\frac{v\xi}{2\alpha}} \left[ \sum_{i=-iter}^{i=iter} \frac{1}{r_i} e^{-\frac{v}{2\alpha} r_i} \right] + T_o \quad (4-2)$$

Foram calculados ciclos térmicos no ponto  $(10,0,d)$  utilizando as propriedades termofísicas da seção 4.3, ou seja,  $\rho c_p = 0,005 \text{ J/mm}^3$  e  $k = 0,04 \text{ W/mm}^\circ\text{C}$ . A dependência da quantidade de fontes consideradas com a temperatura na face oposta é mostrada na Figura (4-6). Observe que após cerca de cinco fontes a quantidade *iter* deixa de influenciar sob o ciclo térmico de maneira significativa no ponto localizado na face oposta.

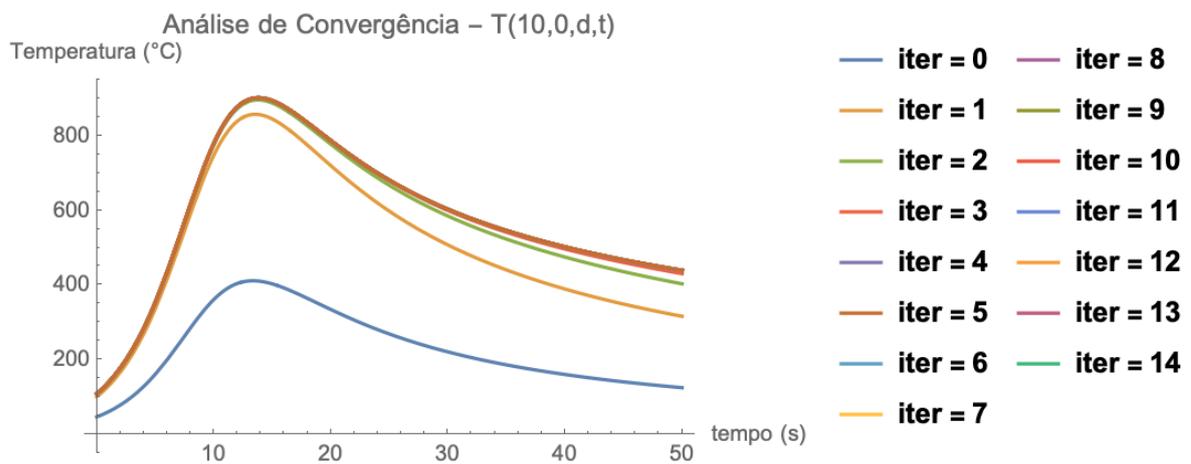


Figura 4-6: Análise de convergência da solução de chapa intermediária. *iter* indica a quantidade do iterador do somatório da Equação (3-31), que deixa de ser infinito para assumir valor finito. Fonte: Autor (2022).

Uma análise semelhante à esta é realizada por Da Silva (2012). A análise para cada ponto de interesse é mostrada na Tabela (4-4). O tempo de experimento para essa análise foi considerado como 50 segundos pois é a região que possui mais diferença conforme o número *iter* é aumentado.

Tabela 4-5: Análise de convergência dos pontos de interesse, para o tempo de 50s. Fonte: Autor (2022).

<b>iter</b>	<b><math>T(0, 0, d)</math></b>	<b><math>T(0, 0, d/2)</math></b>	<b><math>T(0, 0, d/4)</math></b>
<b>0</b>	128,3325	137,3845	139,7684
<b>1</b>	322,2633	333,955	336,9168
<b>2</b>	409,1306	414,1553	415,3904
<b>3</b>	435,7902	437,2177	437,5632
<b>4</b>	442,3865	442,7236	442,8048
<b>5</b>	443,8448	443,918	443,936

6	444,1487	444,1645	444,1687
7	444,21	444,2139	444,2153
8	444,2222	444,2237	444,2245
9	444,2246	444,2256	444,2263
10	444,225	444,226	444,2267
11	444,2251	444,2261	444,2267
12	444,2251	444,2261	444,2268
13	444,2251	444,2261	444,2268
14	444,2251	444,2261	444,2268
15	444,2251	444,2261	444,2268
16	444,2251	444,2261	444,2268
17	444,2251	444,2261	444,2268
18	444,2251	444,2261	444,2268
19	444,2251	444,2261	444,2268
20	444,2251	444,2261	444,2268

Será utilizado neste trabalho a precisão de 0,0001, sendo alcançado com  $iter = 12$  devido similaridade o mesmo resultado de iterações foi obtido para o modelo de múltiplas fontes, Equação (3-34).

## 4.6 Medidas simuladas

O desvio padrão dos erros de medição da temperatura foi considerado neste trabalho como sendo 1% da medida máxima capturada, sendo definido por:

$$\sigma = 1\%Y_{max} \quad (4-3)$$

Onde  $Y_{max}$  é a medida máxima registrada no ciclo térmico para as condições simuladas.

As medidas utilizadas no presente trabalho foram obtidas utilizando diferentes casos de condições do fluxo de calor, divididas em 2 casos: a função para o Fluxo de calor caso “A” é uma função constante em 2847,42 J/s conforme obtido na seção 4.2 baseado no experimento CT-01, como mostrado na Figura (4-7):

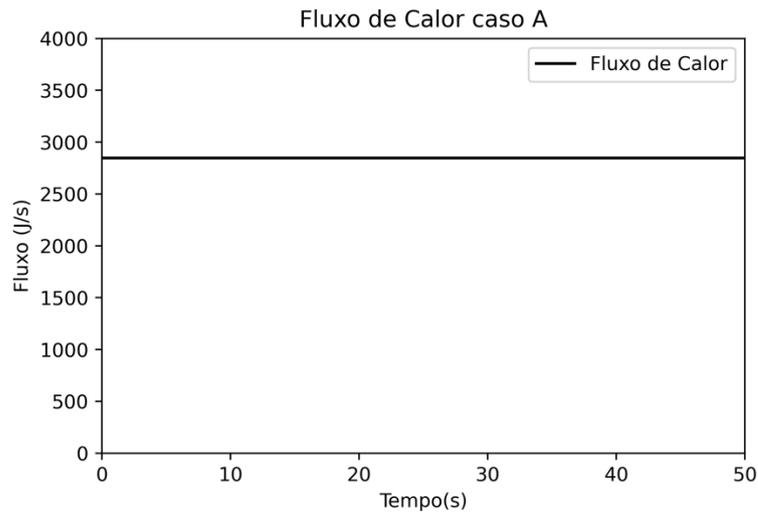


Figura 4-7: Fluxo de calor ( $Q$ ) caso “A”. Fonte: Autor (2021).

O ciclo térmico simulado para o ponto  $(10,0,d,t)$  (ponto de medição mostrado na Figura 4-1, escolhido devido sua facilidade de acesso) foi obtido por meio do modelo de múltiplas fontes, Equação (3-33), utilizando as propriedades termofísicas da seção 4.3 e geometria da seção 4.2 é mostrado na Figura (4-8). Em azul têm-se o ciclo térmico sem aplicar os erros de medição e em vermelho as medidas simuladas. Foram geradas 1000 medidas no intervalo de 50 segundos, tendo assim um  $\Delta t = 0,05s$ , ou seja, significa que a cada 0,05 segundos uma temperatura nova é capturada por este termopar.

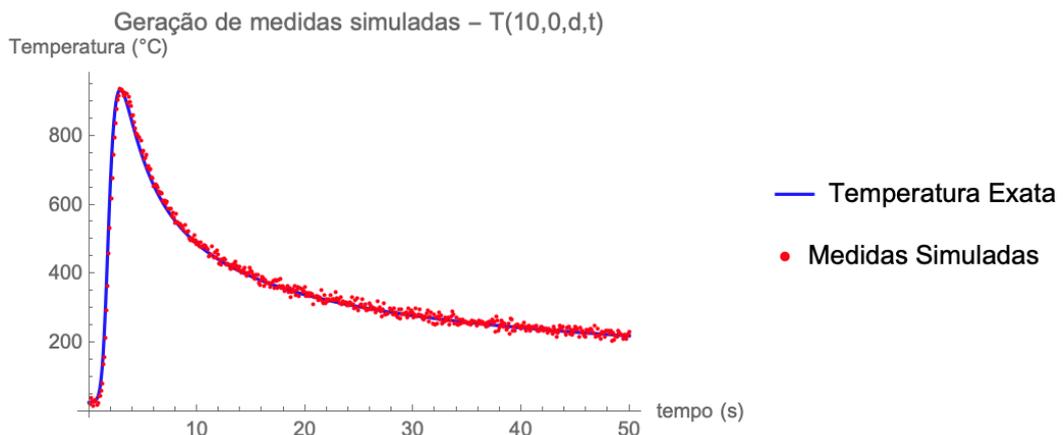


Figura 4-8: Medidas simuladas no ponto  $(10,0,d,t)$  para o caso “A”. Fonte: Autor (2022).

Já o caso B é uma função considerando decréscimo em 25% do fluxo de calor em metade do experimento, este valor de 25% foi levado em consideração devido o autor Modenesi (2012) mostrar que o rendimento do processo de soldagem MIG/MAG pode variar cerca de 20%, logo 25% se torna um valor confiável para geração deste ensaio computacional. A função

caso “B” para o fluxo de calor é mostrado na Figura (4-9) e pode ser possível verificar o decaimento do valor de Fluxo de calor em 25 s.

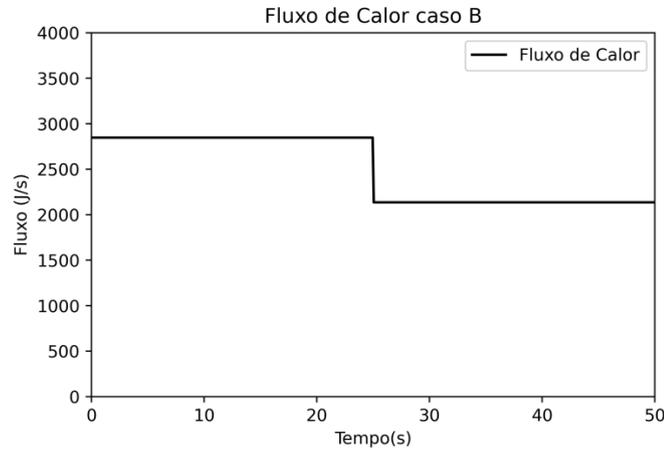


Figura 4-9: Fluxo de calor ( $Q$ ) caso “B”. Fonte: Autor (2021).

O ciclo térmico simulado para o ponto  $(10,0, d, t)$  (ponto de medição) considerando o fluxo de calor conforme caso “B”. Em azul têm-se o ciclo térmico sem aplicar os erros de medição e em vermelho as medidas simuladas, é observado que a redução do fluxo de calor em metade do processo implica significativamente na distribuição de temperatura após passados 25 s do experimento simulado. Esse estado simulado foi suposto com o intuito de analisar a identificação de descontinuidades abruptas na captura de medidas pelo algoritmo SIR, mesmo sabendo que o evento supracitado pouco representa as condições comuns do processo.

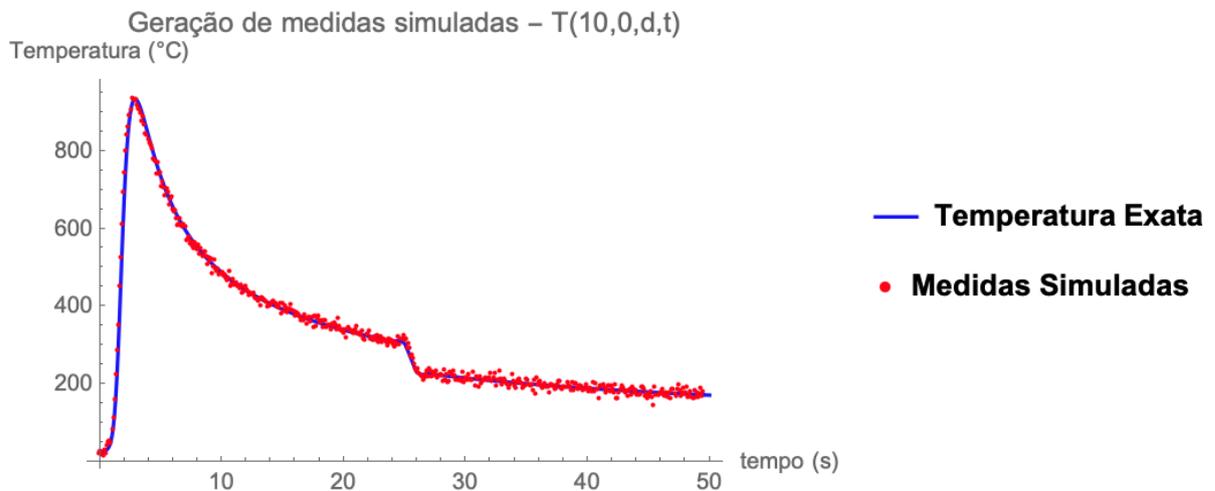


Figura 4-10: Medidas simuladas no ponto  $(10,0, d, t)$  para o caso “A”. Fonte: Autor (2022).

## 4.7 Estimativa de variáveis de estado

As variáveis de estado fluxo de calor e temperaturas em pontos internos, conforme Tabela (4-1), foram estimadas utilizando o filtro Bayesiano SIR, descrito na seção 3.2.6. Foi considerado também incertezas na evolução de estados aditivas e Gaussianas.

As simulações foram realizadas com mudanças na quantidade de partículas e desvio nas incertezas da evolução de estado e sugere-se analisar a influência deste parâmetro sob a estimativa com a finalidade de selecionar os melhores candidatos de quantidade de partículas e desvio padrão da variável de estado de fluxo de calor, semelhante ao analisado por De Andrade (2014) e Lucumi (2015). Os ensaios foram realizados considerando 100, 200, 500, 1000 e 2000 partículas, onde essa quantidade foi obtida pois avaliou-se em primeiro instante de 25 e 50 partículas onde os resultados não foram considerados bons, e após acréscimos gradativos na quantidade de partículas foi obtido este intervalo de interesse proposto.

Conforme Ozisik (2021) no método do filtro de partículas a etapa de previsão envolve a aplicação do modelo de evolução para avançar a solução direta do problema em um passo de tempo para cada partícula. Como modelo de evolução de estado, utilizou-se o passeio aleatório (ou *random walk*), também utilizado pelos autores De Andrade (2015) e Lucumi (2014). Sendo definido para a variável  $q$  (fluxo de calor) na forma:

$$q^i = q^{i-1}(1 + \sigma_q \epsilon_1) \quad (4-4)$$

Quanto a variável  $T_1$ , o modelo é da forma:

$$T_1^i = T_1^{i-1}(1 + \sigma_{T_1} \epsilon_2) \quad (4-5)$$

Quanto a variável  $T_2$ :

$$T_2^i = T_2^{i-1}(1 + \sigma_{T_2} \epsilon_3) \quad (4-6)$$

E para  $T$ , temperatura medida, é dado por:

$$T^i = T^{i-1}(1 + \sigma_T \epsilon_4) \quad (4-7)$$

Onde,  $\sigma_q$ ,  $\sigma_{T_1}$ ,  $\sigma_{T_2}$  e  $\sigma_T$  representam o desvio padrão para cada variável de estado ( $q$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T$ ) e  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_3$  e  $\epsilon_4$  são vetores aleatórios Gaussianos de média zero e desvio padrão unitário.

Assim o problema direto foi resolvido utilizando a solução do modelo de chapa intermediária e foram geradas as medidas para os casos “A” e “B” mostrados nas figuras 4-7 e 4-9. O problema inverso foi resolvido para diferentes situações. Os resultados são mostrados nos subcapítulos *a posteriori*, sendo divididos pelos respectivos casos “A” e “B”, optou-se por analisar a influência da quantidade de partículas e a influência da variação do desvio padrão para a variável de estado  $q$  ( $\sigma_q$ ), considerando o caso de 1, 5 e 10% de desvio.

#### 4.7.1 Estimativa para o caso A

Nesta seção serão mostrados os resultados obtidos para o caso “A”, considerando o fluxo de calor constante em  $2847,42 J/s$ , o cálculo de temperatura para cada partícula foi realizado por meio da solução do modelo de chapa intermediária, Equação (3-31), utilizando as iterações conforme a seção 4.5.

Esta seção será dividida em tópico conforme variação de  $\sigma_q$ , para 1, 5 e 10%. Um resumo do cenário com  $\sigma_q = 1\%$  é considerado na tabela juntamente com o tempo computacional utilizado.

Tabela 4-6: Desvio padrão, número de partículas e tempo computacional para o caso “A”, considerando  $\sigma_q = 1\%$ . Fonte: Autor (2022).

Variável de Estado	$\sigma$	Número de Partículas	Tempo Computacional (s)
T-(10,0, d)	3%	100	14,584
q	1%		
T <sub>1</sub> - (10,0, d/4)	3%		
T <sub>2</sub> - (10,0, d/2)	3%	200	30,193
T-(10,0, d)	3%		
q	1%		

$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
<hr/>			
$T - (10,0, d)$	3%		
q	1%	500	114,821
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
<hr/>			
$T - (10,0, d)$	3%		
q	1%	1000	228,934
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
<hr/>			
$T - (10,0, d)$	3%		
q	1%	2000	470
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
<hr/>			

Inicialmente será mostrado o resultado de estimativa da temperatura  $T$  para o ponto  $(10,0, d, t)$ , ou seja, o próprio ponto de medição. Esta estimativa visa recuperar o ciclo térmico condicionado pelo caso “A” para o ponto de medição. Na Figura (4-11) têm-se os ciclos térmicos estimados para este ponto, variável de estado  $T$ , com variações na quantidade de partículas, para 5 casos: 100 (Figura 4-11.a), 200 (Figura 4-11.b), 500 (Figura 4-11.c), 1000 (Figura 4-11.d) e 2000 (Figura 4-11.e). Os resultados obtidos foram satisfatórios, e como é possível notar, a temperatura estimada (indicada em azul) possui melhor desempenho que a própria medida (indicada em pontos vermelhos), mostrando que o filtro SIR serviu de suavizador dos erros de medidas inerentes ao processo. Em resumo, constata-se que os resultados confirmam que o método empregado neste trabalho possui capacidade de estimar a temperatura medida considerando o caso “A”. Foram obtidos resultados concordantes com a temperatura exata e mesmo com poucas partículas e pouco tempo de processamento, os resultados são considerados satisfatórios.

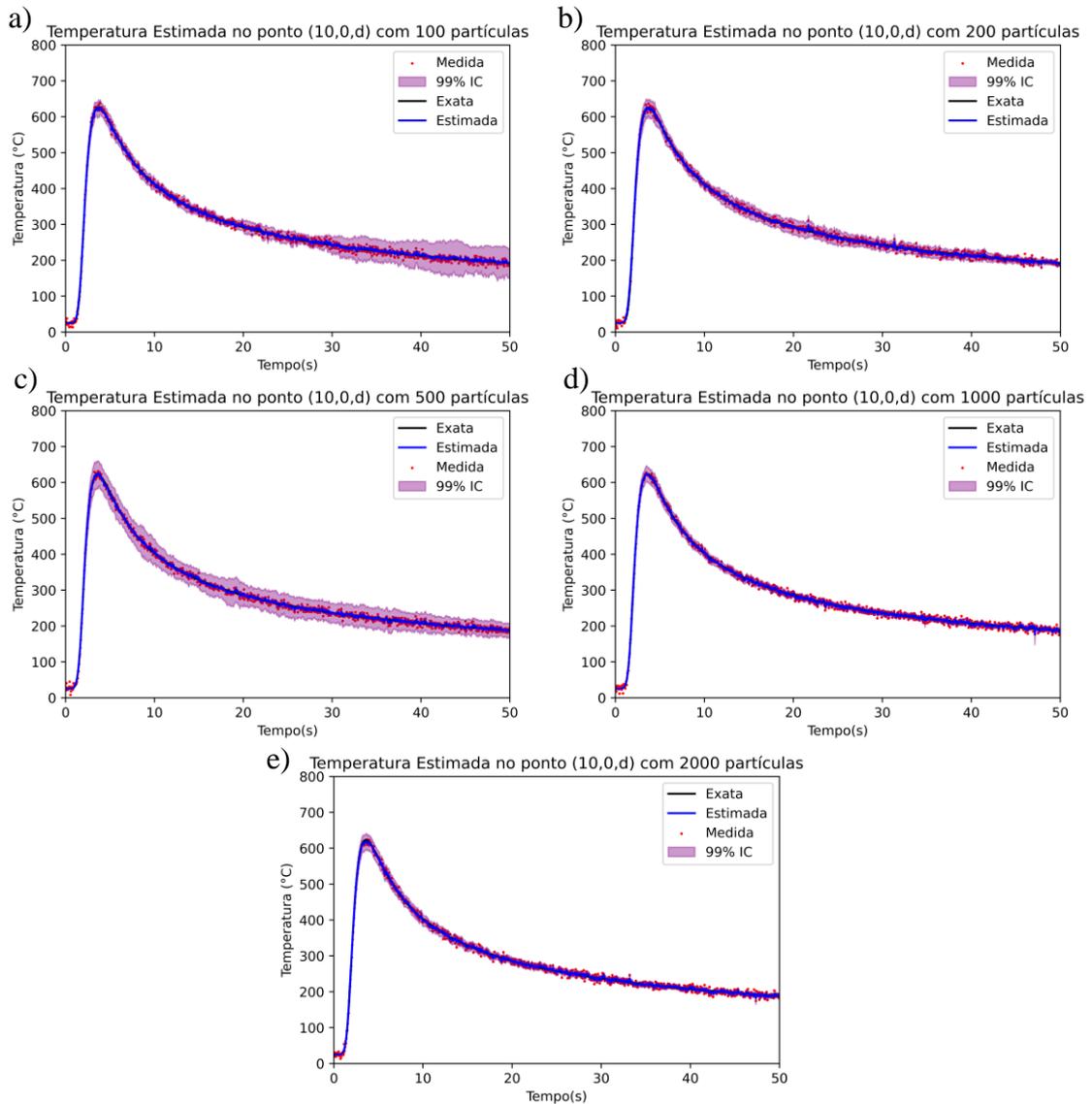


Figura 4-11: Estimativa da temperatura no ponto (10,0, *d*) utilizando  $\sigma_q = 1\%$  para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022.

A estimativa do fluxo de calor para o caso “A”, considerando  $\sigma_q = 1\%$  é mostrado na Figura (4-12). Ao observar todos os resultados de estimativa, para todas as quantidades de partículas: 100 (Figura 4-12.a), 200 (Figura 4-12.b), 500 (Figura 4-12.c), 1000 (Figura 4-12.d) e 2000 (Figura 4-12.e). Neste caso é perceptível que inicialmente existe um padrão no decréscimo do intervalo de confiança, que é devido ao passo aleatório, tendo em vista que nos segundos iniciais de um experimento para um ponto localizado distante da origem de solda é percebido que não existe uma detecção de um aumento significativo de temperatura até que a fonte de soldagem passe pelo ponto de medição, conforme mostrado na seção 3.1.1, logo conclui-se que nos segundos iniciais da soldagem não é observado uma alta certeza sobre o

resultado de  $q$ , tendo em vista que o termopar ainda não reconheceu variações na temperatura de modo a testificar a existência clara do fluxo de calor, pois seus resultados são muito próximos de  $T_0$  que pode simbolizar uma incerteza da localização da fonte, devido a condição de contorno  $T(\xi, R) = T_0$  para  $R \rightarrow \infty$ , também ser válida para o modelo de chapa intermediária.

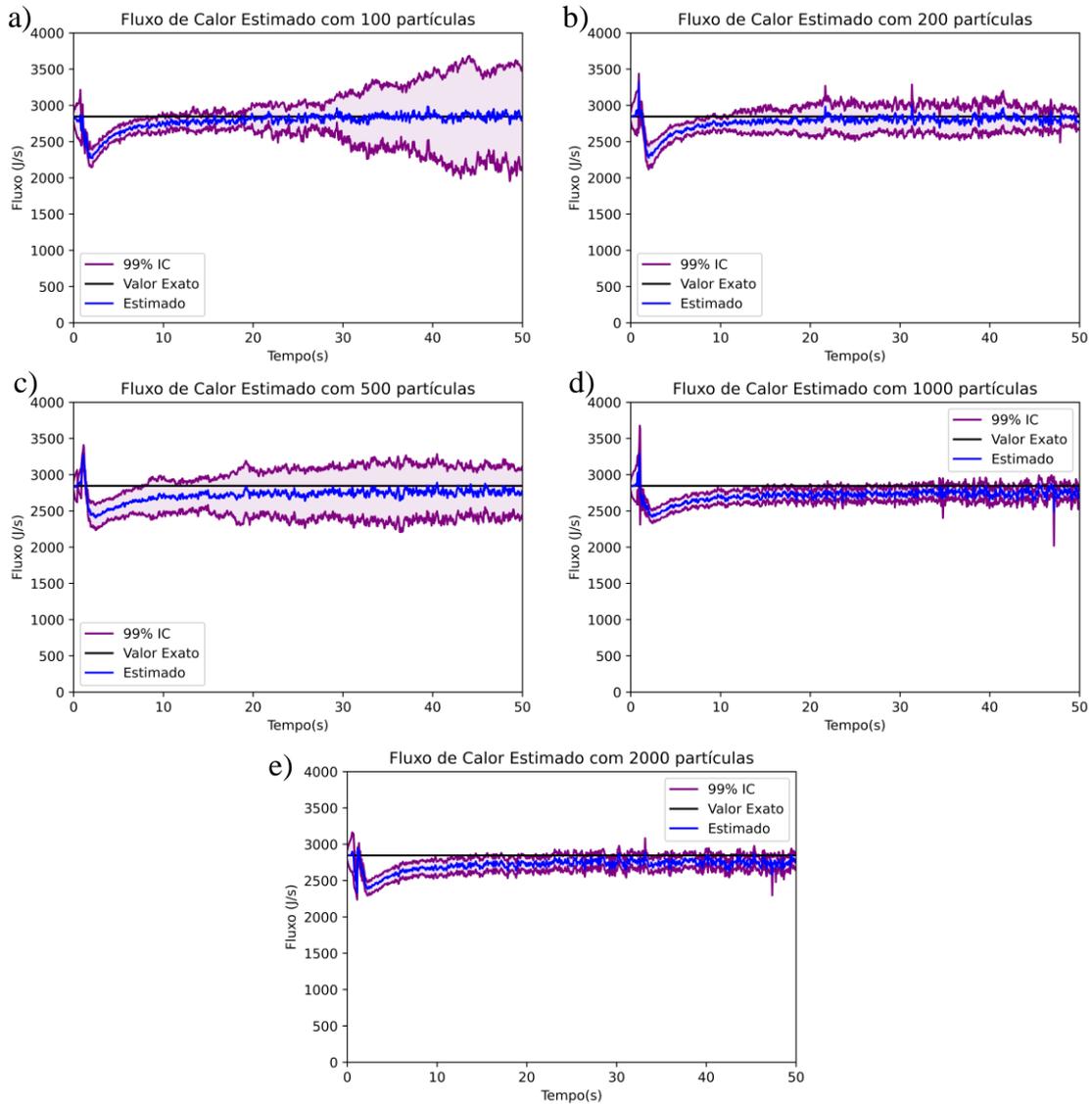


Figura 4-12: Fluxo de calor estimado  $Q$  (J/s) utilizando  $\sigma_q = 1\%$  para o caso “A”.  
 Fonte: Autor, 2022.

A Figura (4-13) mostra a estimativa da temperatura interna localizada no ponto  $(10,0, d/4)$  para 100 (Figura 4-13.a), 200 (Figura 4-13.b), 500 (Figura 4-13.c), 1000 (Figura 4-13.d) e 2000 partículas (Figura 4-13.e), é perceptível que as temperaturas apresentaram boa precisão comparadas com as estimativas anteriores, e que existe uma visível diferença nas

temperaturas de pico obtidas para este ponto, para todos os valores de partículas. Isso ocorre, pois, a temperatura estimada foi calculada via modelo de chapa intermediária que desconsidera o formato não esférico e assimétrico da fonte de calor, e a função considerada como exata é baseado no modelo de múltiplas fontes (mesma solução para o ciclo térmico simulado) e como foi mostrado na seção 3.1 o modelo de múltiplas fontes possui uma distribuição interna de temperatura consideravelmente diferente do modelo de chapa intermediária. Este ponto,  $(10,0, d/4)$ , é situado, possivelmente, na região da fonte real de solda, o que pode ser natural apresentar uma temperatura de pico consideravelmente alta, Karkhin (2019) mostra que modelos dessa natureza tendem a apresentar um ponto com temperatura tendendo ao infinito na região da fonte de calor. Mesmo que o valor de temperatura de pico tenha uma defasagem considerável os parâmetros apresentados por Modenesi (2012): o tempo de permanência, tempo de resfriamento e velocidade de resfriamento aparentam ser similares, logo pode ser um parâmetro a ser considerável, e não o ciclo térmico completo.

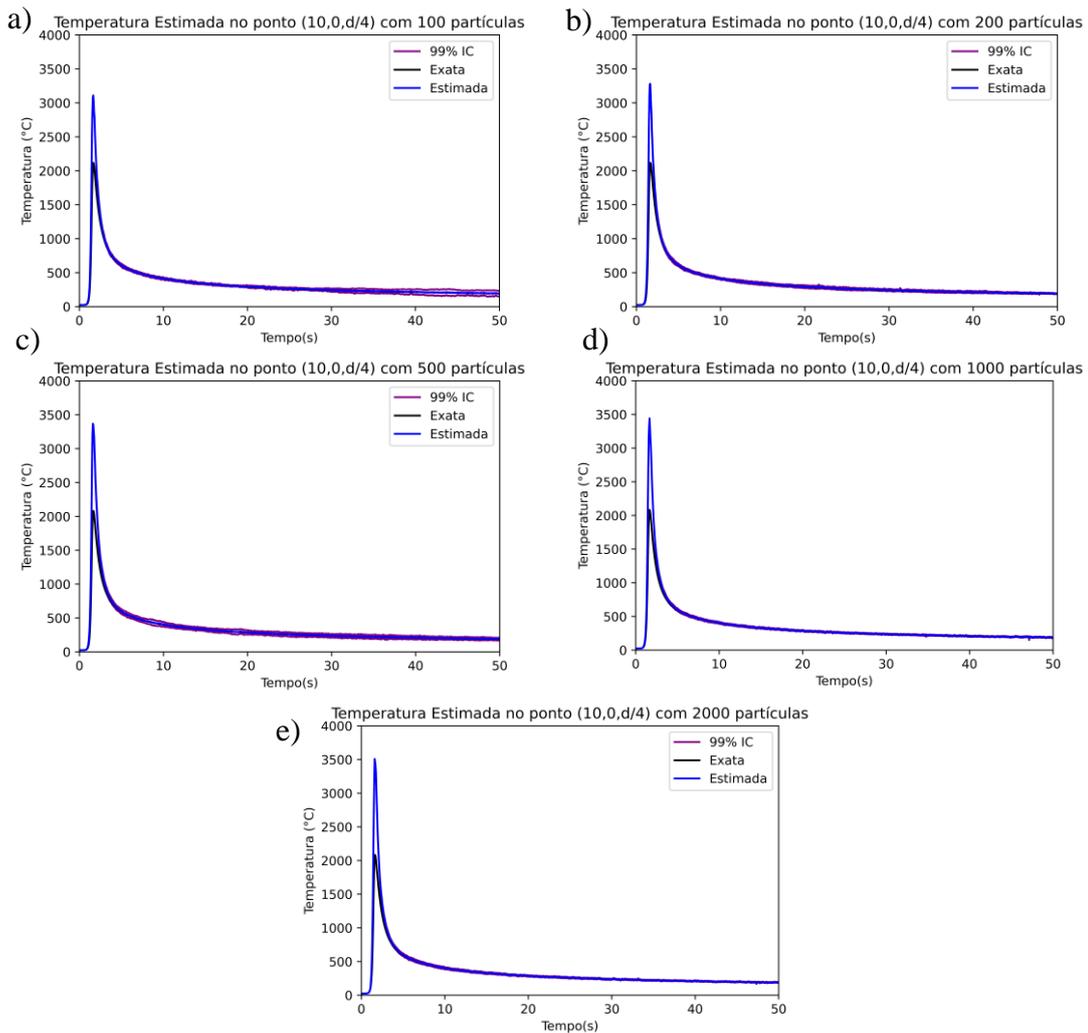


Figura 4-13: Estimativa da temperatura no ponto  $(10,0, d/4)$  utilizando  $\sigma_q = 1\%$  para o caso “A”.

Fonte: Autor

A Figura 4-14 apresenta os resultados para a estimativa de temperatura para o ponto  $(10,0, d/2)$  é detectado novamente a diferença entre a temperatura de pico do ciclo térmico estimado e o exato, mesmo que para este ponto seja cerca de  $150\text{ }^{\circ}\text{C}$  pode se obter os outros parâmetros do ciclo térmico (citados na seção 3.1.1). Em resumo o algoritmo desenvolvido apresentou bons resultados para a estimativa da temperatura interna localizada nesta região, sendo um bom parâmetro para realização de estimativa do comportamento metalúrgico nesta região. Como não é o objetivo deste trabalho, os demais parâmetros do ciclo térmico assim como propriedades metalúrgicas não serão estimados.

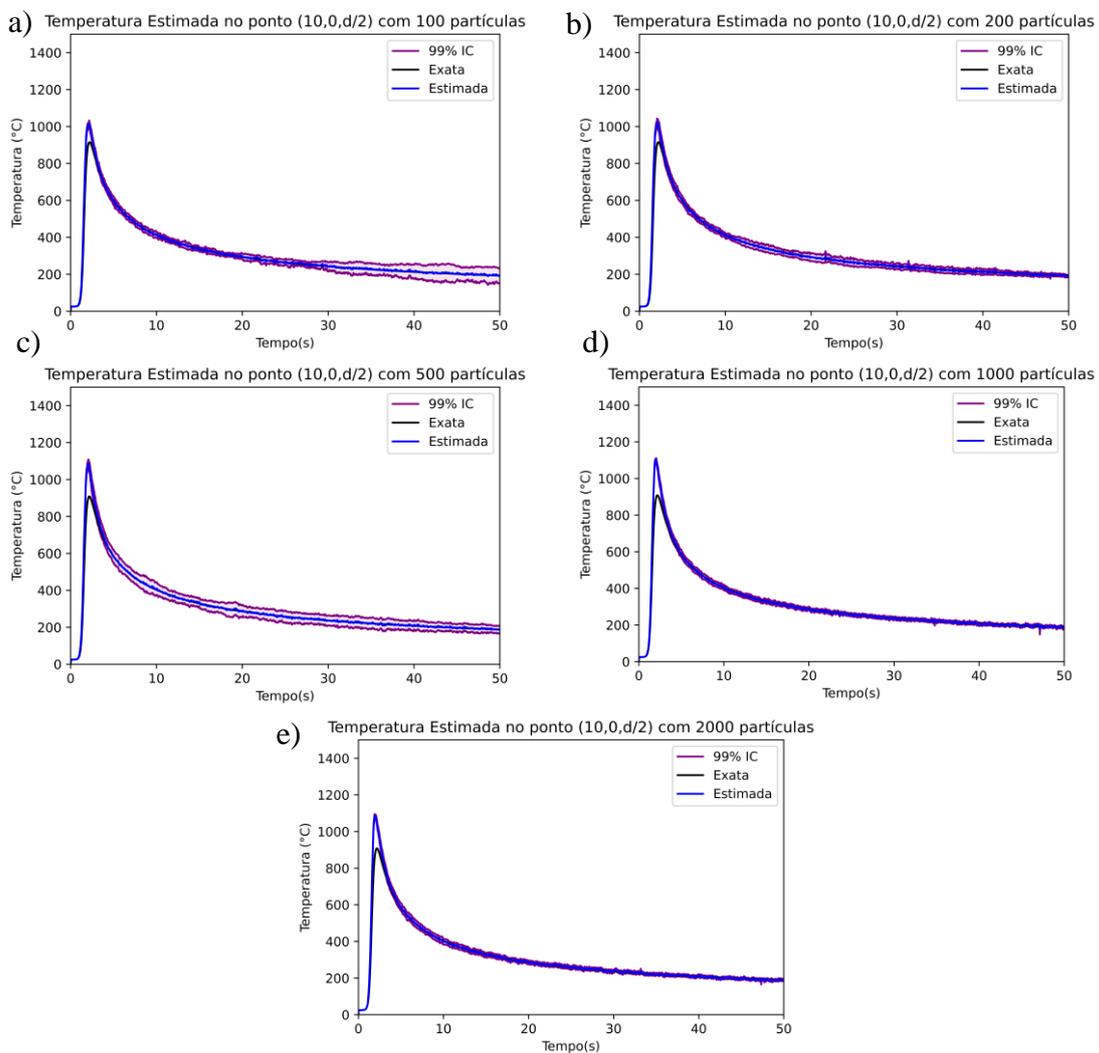


Figura 4-14: Estimativa da temperatura no ponto  $(10,0, d/2)$  utilizando  $\sigma_q = 1\%$  para o caso “A”.  
 Fonte: Autor, 2022.

Os cenários para estimativa das variáveis de estado para a variação de  $\sigma_q = 5\%$  estão relacionados na Tabela (4-7). Como é possível observar, as variáveis de estado, desvio padrão e tempo computacional são mostrados.

Tabela 4-7: Desvio padrão, número de partículas e tempo computacional para o caso “A”, considerando  $\sigma_q = 5\%$ . Fonte: Autor (2022).

Variável de Estado	$\sigma$	Número de Partículas	Tempo Computacional (s)
$T - (10,0, d)$	3%	100	14,958
$q$	5%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
$T - (10,0, d)$	3%	200	29,320
$q$	5%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
$T - (10,0, d)$	3%	500	71,690
$q$	5%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
$T - (10,0, d)$	3%	1000	227,698
$q$	5%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
$T - (10,0, d)$	3%	2000	474,745
$q$	5%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		

De maneira análoga ao mostrado anteriormente, primeiro será apresentado a estimativa da variável de estado  $T$ , temperatura no ponto de medição. Para essa estimativa é perceptível que o desvio padrão para cada temperatura estimada é consideravelmente maior que o obtido para  $\sigma_q = 1\%$ , isso é refletido no intervalo de confiança. Outro ponto a ser salientado é a instabilidade das temperaturas estimadas. Anteriormente, foi notado que a temperatura estimada apresentava desempenho melhor que a medição quando  $\sigma_q = 1\%$ , no entanto, para este caso em que  $\sigma_q = 5\%$  não é notado o mesmo fenômeno. Mesmo que os resultados sejam de qualidade inferior aos mostrados com  $\sigma_q = 1\%$ , o algoritmo ainda se mostra bastante eficaz.

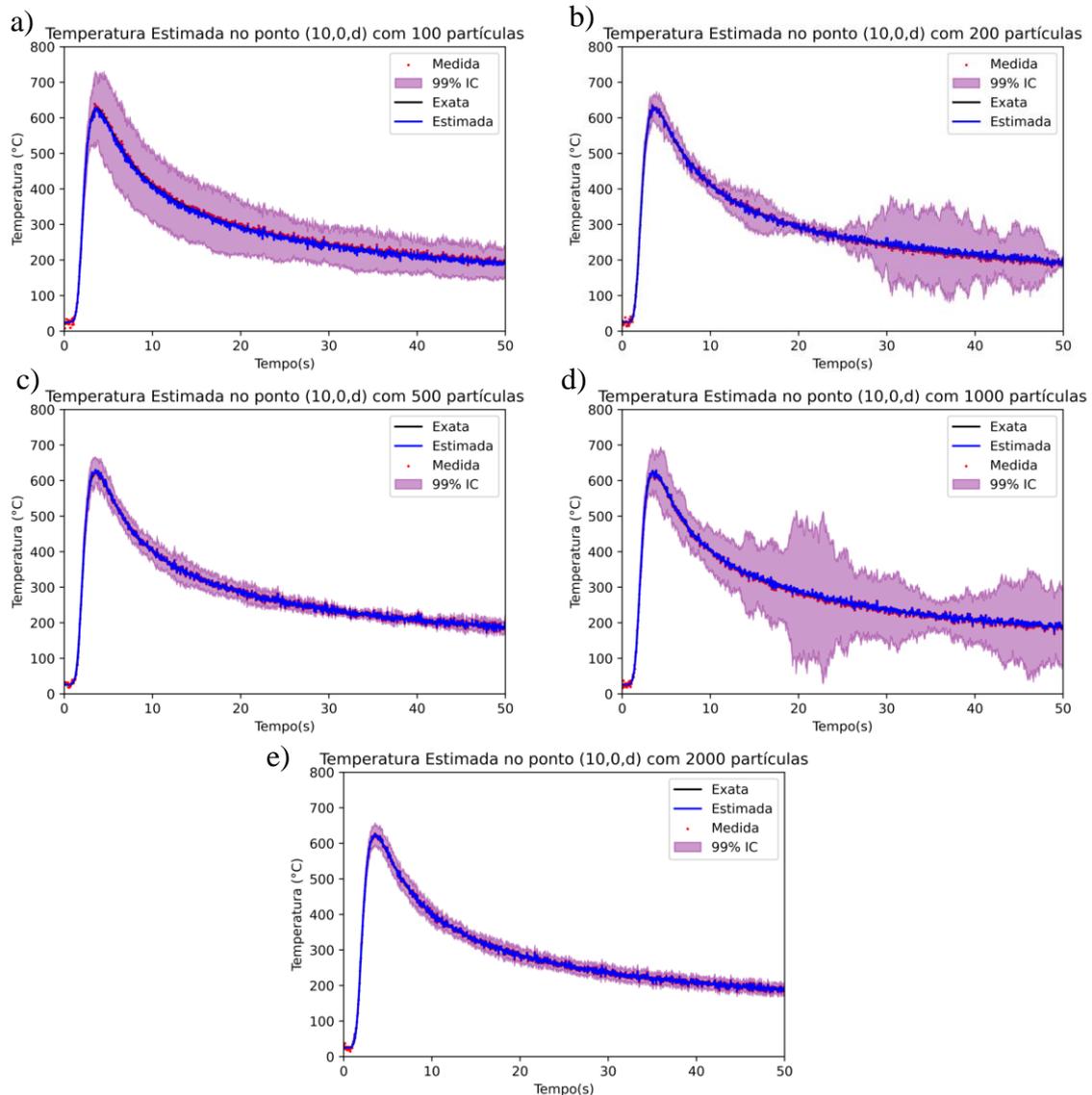


Figura 4-15: Estimativa da temperatura no ponto  $(10,0,d)$  utilizando  $\sigma_q = 5\%$  para o caso “A”.  
 Fonte: Autor, 2022.

A Figura (4-16) apresenta a estimativa do fluxo de calor, é observado que mesmo com resultados consideravelmente bons em 2000 partículas (Figura 4-16.e), não é o mesmo observado em quantidades menores (Figura 4-16.a a 4-16.d). Como mostrado anteriormente, existe uma tendência de que a estimativa com maior quantidade de partículas possua melhores resultados, mas isso não é constatado neste ensaio computacional. Para os primeiros segundos ocorrem o mesmo evento descrito anteriormente, onde existem oscilações grandes registradas, no entanto, como o passo aleatório para o fluxo de calor é maior que anteriormente, esta oscilação fica mais evidente e chega a ultrapassar o intervalo de plotagem estabelecido nesta seção.

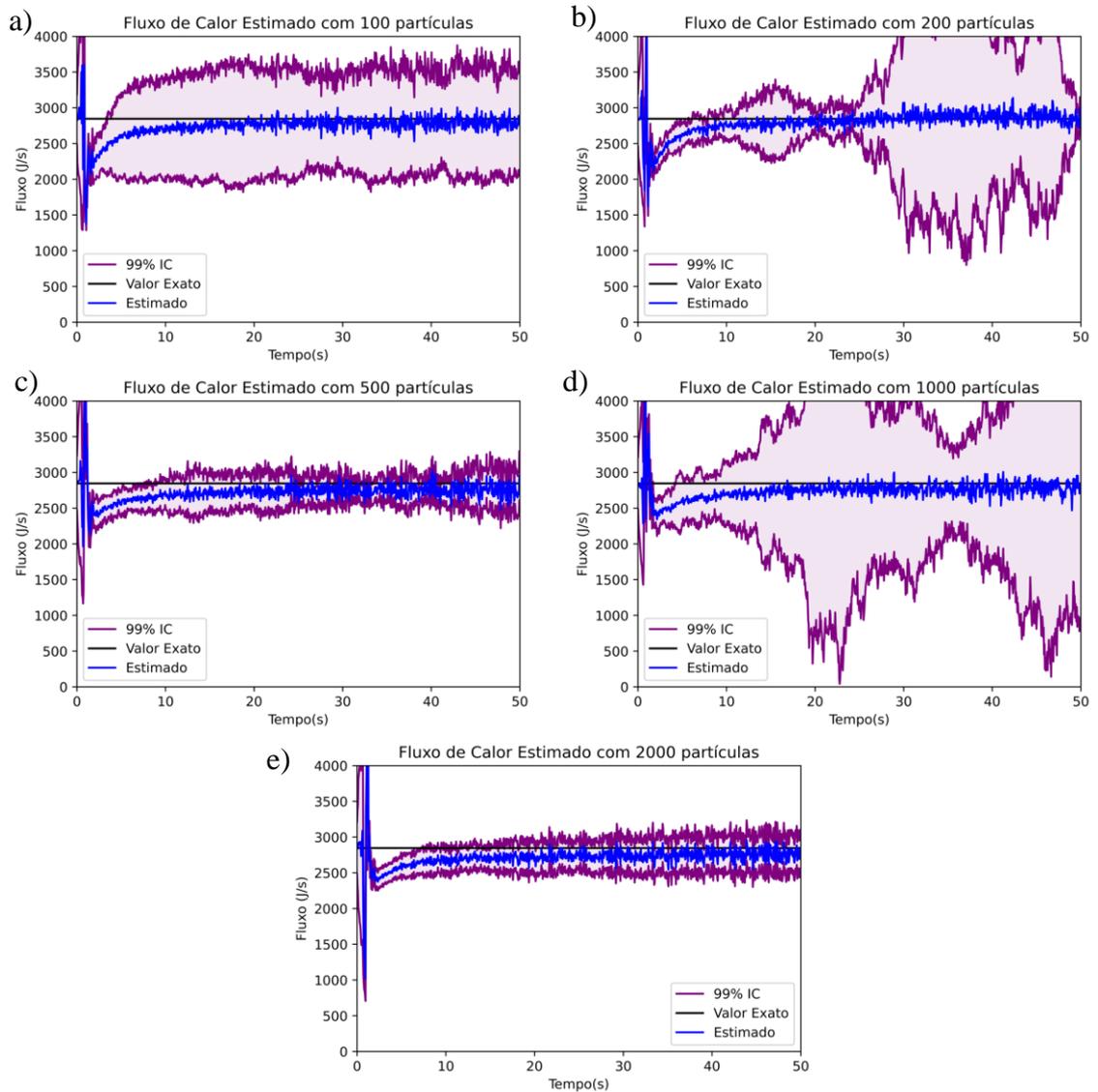
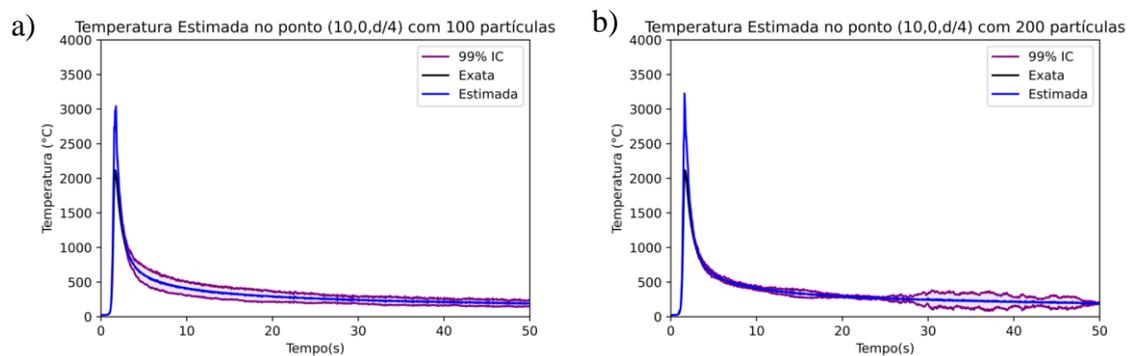


Figura 4-16: Fluxo de calor estimado  $Q$  (J/s) utilizando  $\sigma_q = 5\%$  para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022.

A estimativa de temperatura para este ponto  $(10,0, d/4)$  apresenta também a diferença já mencionada que está relacionada com a distribuição interna de ambos os modelos.



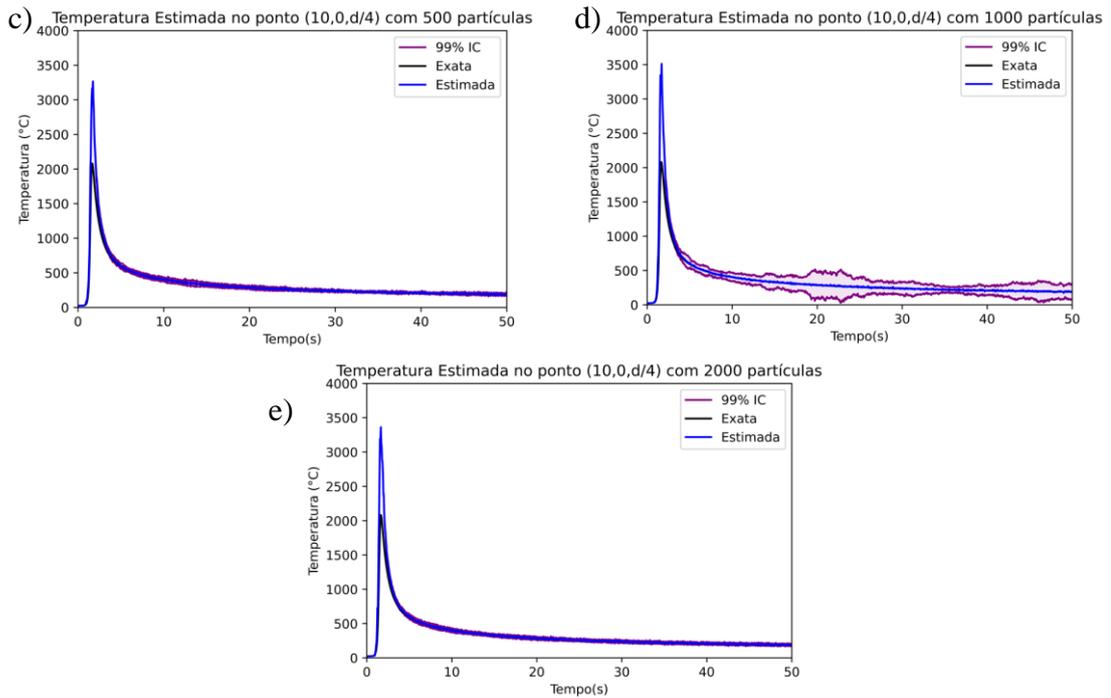
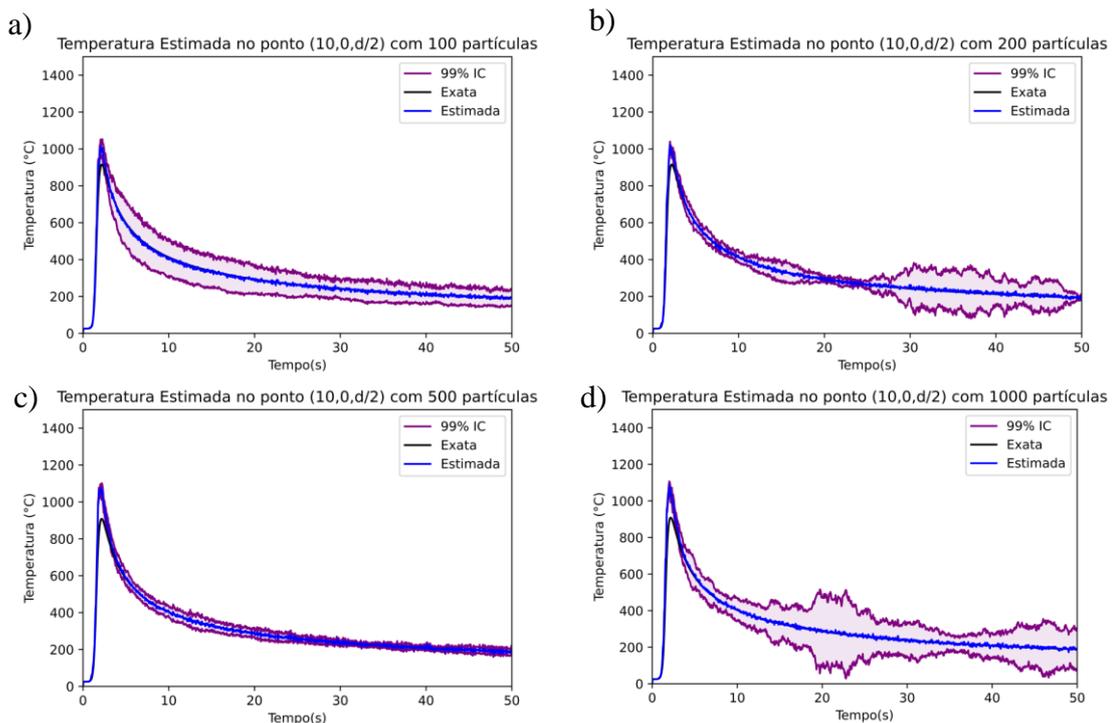


Figura 4-17: Estimativa da temperatura no ponto  $(10,0,d/4)$  utilizando  $\sigma_q = 5\%$  para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022.

Já na estimativa da temperatura no ponto  $(10,0,d/2)$  é perceptível que a incerteza da estimativa é maior que a registrada anteriormente para  $\sigma_q = 1\%$  para 100 (Figura 4-18.a), 200 (Figura 4-18.b) e 1000 partículas (Figura 4-18.d). Percebe-se novamente que não há uma tendência no tamanho do intervalo de confiança conforme o número de partículas cresce.



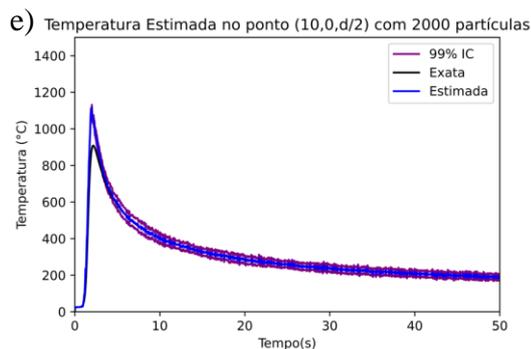


Figura 4-18: Estimativa da temperatura no ponto  $(10,0,d/2)$  utilizando  $\sigma_q = 5\%$  para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022.

Os cenários para a simulação realizada considerando  $\sigma_q = 10\%$  estão mostrados na Tabela (4-8). Assim como observado nos ensaios anteriores a quantidade de partículas interfere diretamente no tempo computacional, sendo um dos principais fatores para avaliar o custo-benefício da implantação deste algoritmo para estimativa simultânea à captura de medidas.

Tabela 4-8: Desvio padrão, número de partículas e tempo computacional para o caso “A”, considerando  $\sigma_q = 10\%$ . Fonte: Autor (2022).

Variável de Estado	$\sigma$	Número de Partículas	Tempo Computacional (s)
$T - (10,0,d)$	3%	100	15,163
$q$	10%		
$T_1 - (10,0,d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0,d/2)$	3%	200	29,396
$T - (10,0,d)$	3%		
$q$	10%		
$T_1 - (10,0,d/4)$	3%	500	115,779
$T_2 - (10,0,d/2)$	3%		
$T - (10,0,d)$	3%		
$q$	10%	1000	232,043
$T_1 - (10,0,d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0,d/2)$	3%		
$T - (10,0,d)$	3%	2000	451,479
$q$	10%		

$T_1 - (10,0, d/4)$	3%
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%

Na Figura (4-19) é possível observar que com 2000 partículas (Figura 4-19.e) o intervalo de confiança é consideravelmente menor aos registrados em 100 (Figura 4-19.a), 200 (Figura 4-19.b) e 1000 (Figura 4-19.d) e que a estimativa apresenta um ruído de modo a não suavizar os ruídos das medidas.

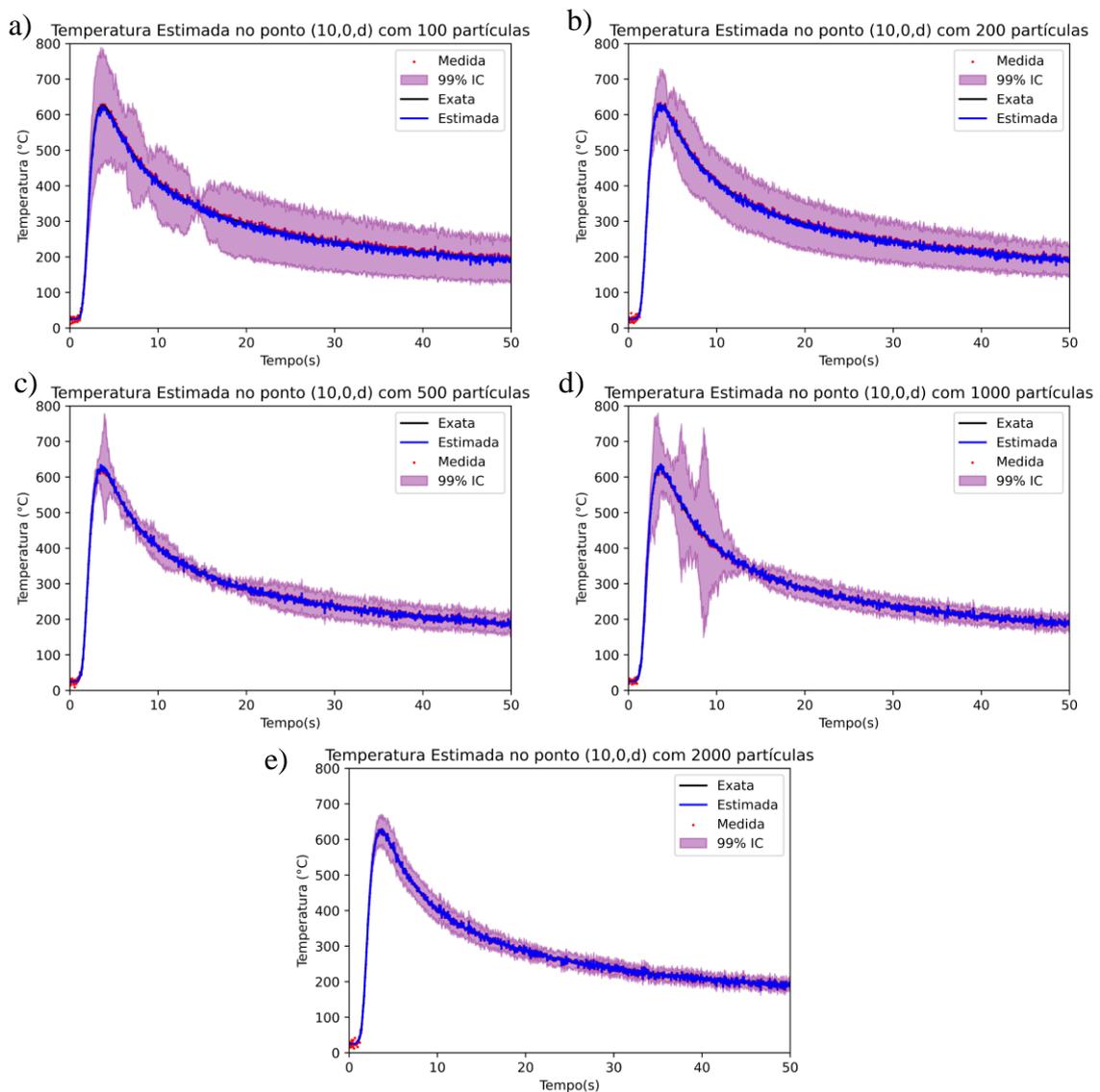


Figura 4-19: Estimativa da temperatura no ponto (10,0,  $d$ ) utilizando  $\sigma_q = 10\%$  para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022.

O fluxo de calor estimado para o caso “A”. Como observado nos ensaios anteriores a estimativa inicial apresenta muito ruído, porém o algoritmo alcança o valor exato mesmo após capturar dados muito distantes do fluxo real.

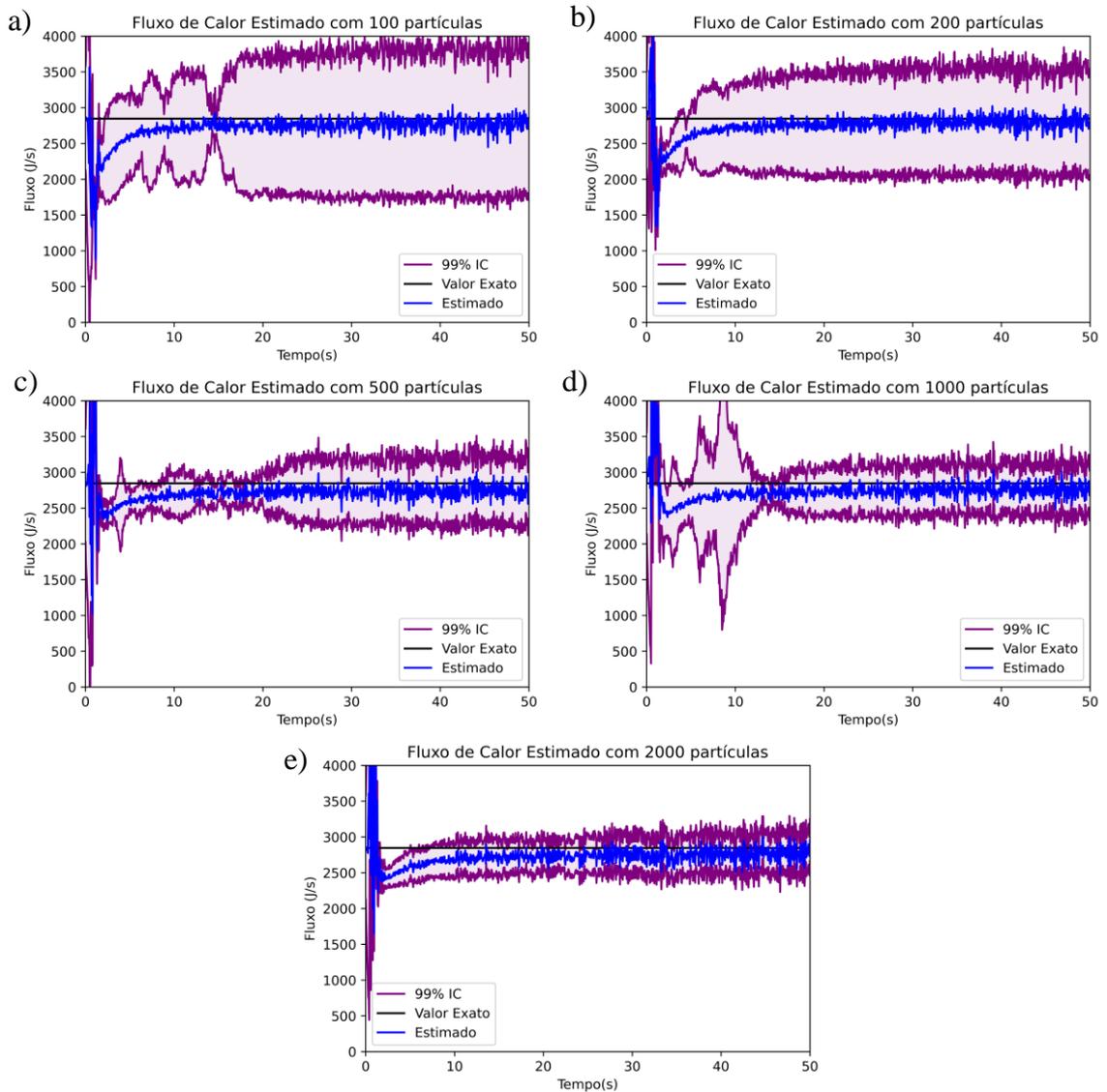
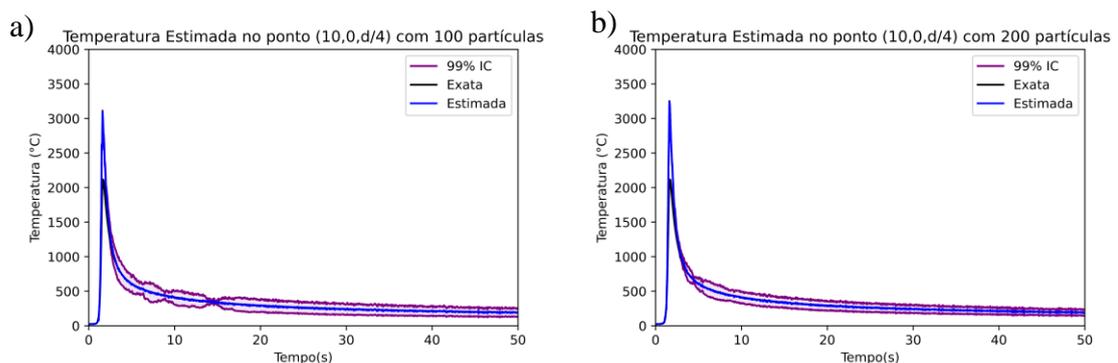


Figura 4-20: Fluxo de calor estimado  $Q$  (J/s) utilizando  $\sigma_q = 10\%$  para o caso “A”. Fonte: Autor, 2022.

Na Figura (4-21) é possível ver a estimativa do ciclo térmico para o ponto  $(10,0, d/4)$ , observando que a estimativa possui bom intervalo de confiança e apresenta grande distinção de temperatura de pico se comparado o estimado com o exato.



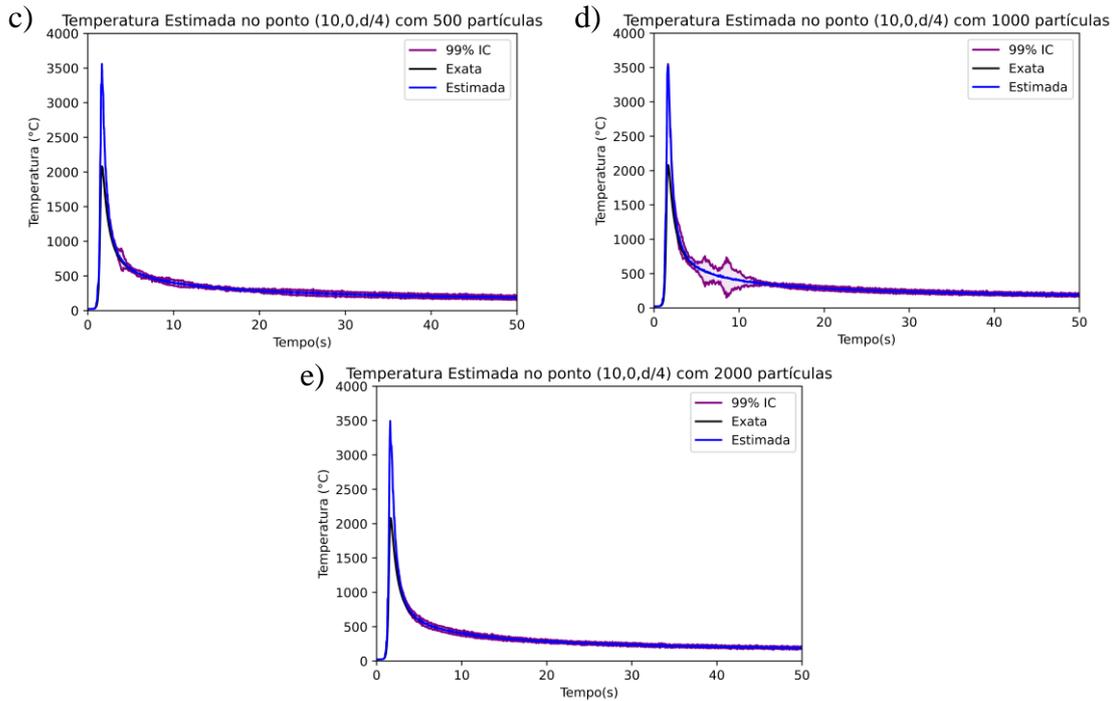
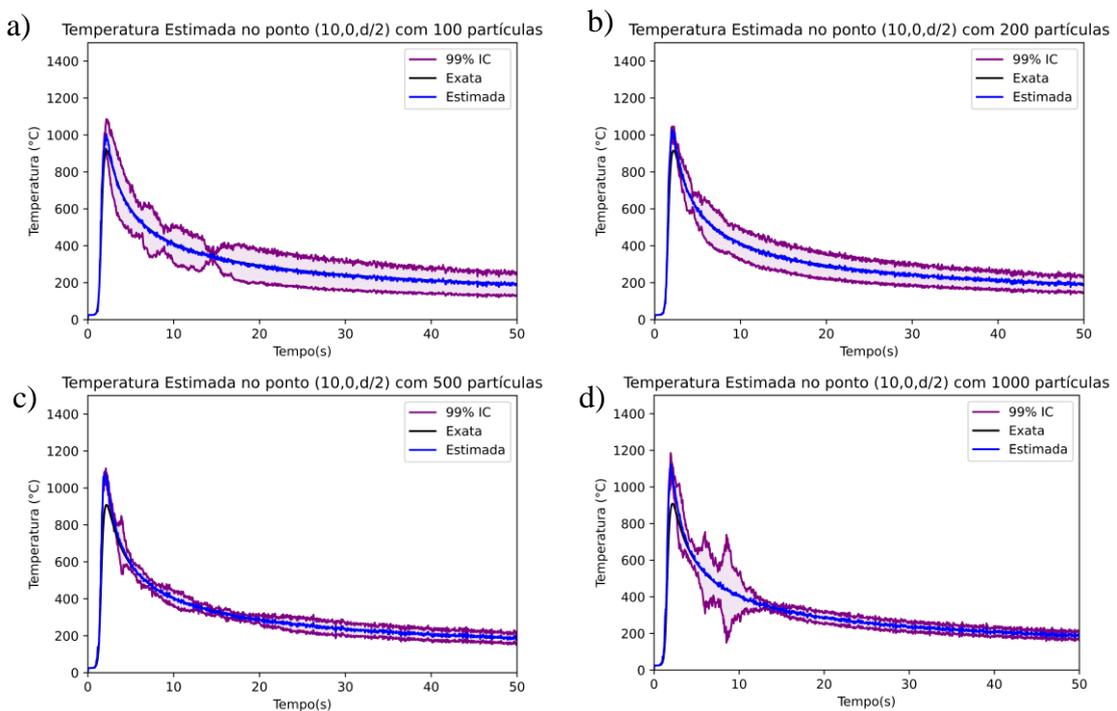


Figura 4-21: Estimativa da temperatura no ponto  $(10,0,d/4)$  utilizando  $\sigma_q = 10\%$  para o caso “A”.  
 Fonte: Autor, 2022.

O ciclo térmico estimado para o ponto  $(10,0,d/2)$  é mostrado na Figura (4-22), sendo perceptível maior incerteza para a estimativa em 100 (Figura 4-22.a) e 200 (Figura 4-22.b) partículas. Porém, a média se encontra bem próxima da temperatura exata.



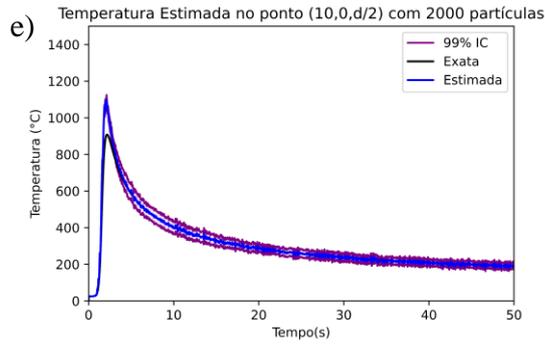


Figura 4-22: Estimativa da temperatura no ponto  $(10,0,d/2)$  utilizando  $\sigma_q = 10\%$  para o caso “A”.  
Fonte: Autor, 2022.

## 4.7.2 Estimativa para o caso B

Nesta seção serão mostrados os resultados obtidos para o caso “B”, considerando que o fluxo de calor teve uma perda em 25% de seu valor original ( $2847,42 J/s$ ), o cálculo de temperatura para cada partícula foi realizado por meio da solução do modelo de chapa intermediária, Equação (3-31), utilizando as iterações conforme a seção 4.5.

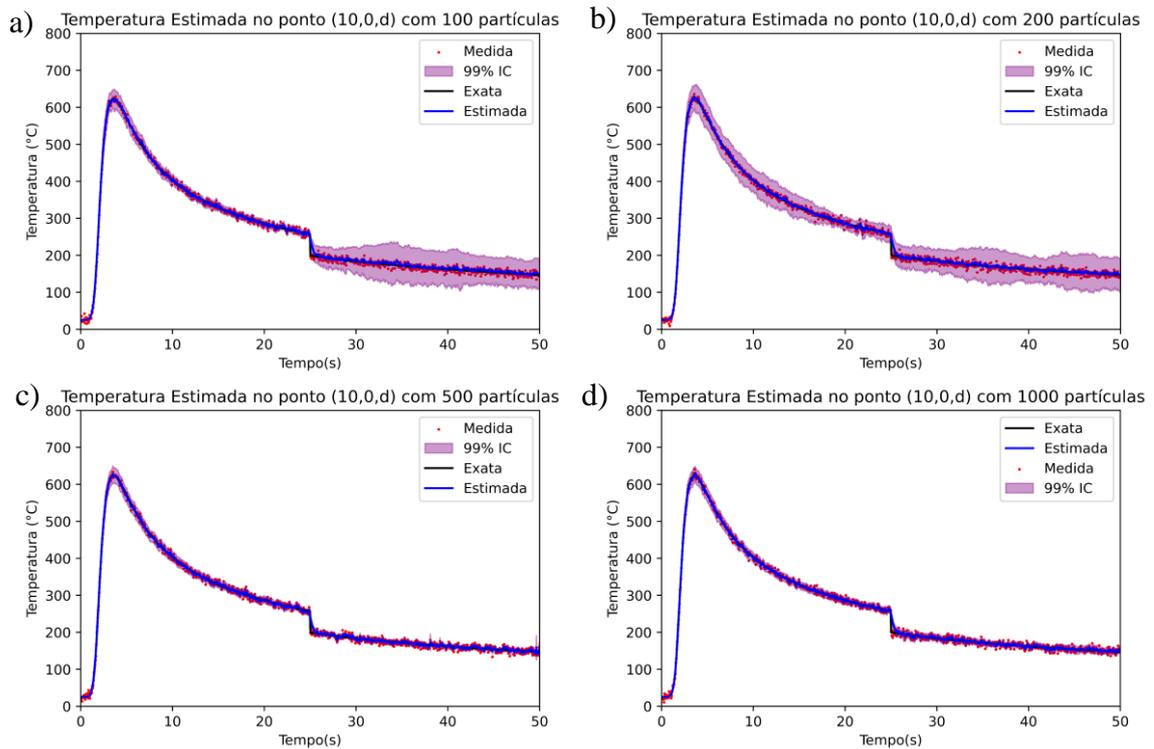
Esta seção será dividida em tópico conforme variação de  $\sigma_q$ , para 1, 5 e 10%. Um resumo do cenário com  $\sigma_q = 1\%$  é considerado na tabela juntamente com o tempo computacional utilizado.

Tabela 4-9: Desvio padrão, número de partículas e tempo computacional para o caso “B”, considerando  $\sigma_q = 1\%$ . Fonte: Autor (2022).

Variável de Estado	$\sigma$	Número de Partículas	Tempo Computacional (s)
$T - (10,0,d)$	3%	100	14,480
$q$	1%		
$T_1 - (10,0,d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0,d/2)$	3%	200	30,121
$T - (10,0,d)$	3%		
$q$	1%		
$T_1 - (10,0,d/4)$	3%	500	74,287
$T_2 - (10,0,d/2)$	3%		
$T - (10,0,d)$	3%		
$q$	1%	1000	232,847
$T - (10,0,d)$	3%		

$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
<hr/>			
$T - (10,0, d)$	3%		
$q$	1%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%	2000	452,733
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
<hr/>			

Na Figura (4-23) é possível ver que o método obteve êxito em recuperar o comportamento das curvas por completo, salientando que mesmo com queda abrupta em seus valores, em torno de 25 segundo do experimento, a estimativa obteve resultados satisfatórios principalmente com grande quantidade de partículas. No cenário analisado, foi evidenciado que houve um ótimo desempenho na região de aquecimento, além disso, a estimativa é ligeiramente melhor que as medidas simuladas, graças ao efeito de filtragem inerente do algoritmo, o que corrobora sua aplicação.



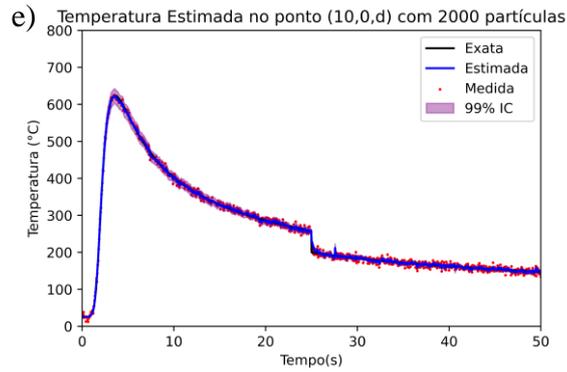
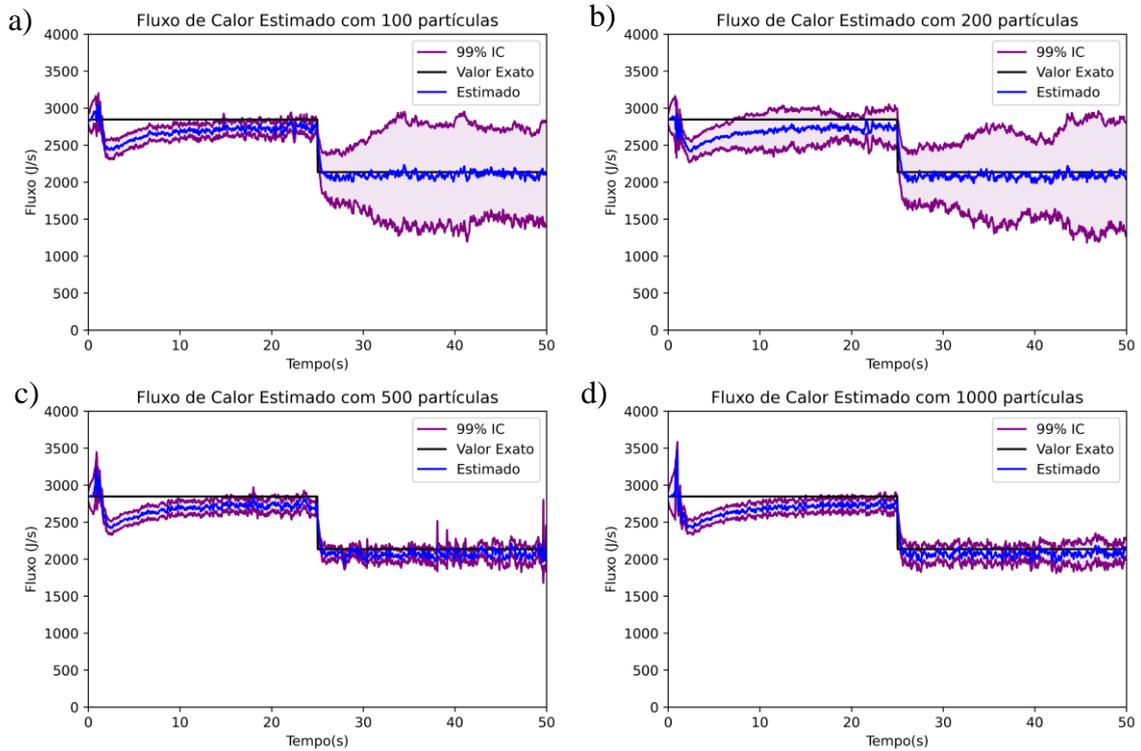


Figura 4-23: Estimativa da temperatura no ponto (10,0, *d*) utilizando  $\sigma_q = 1\%$  para o caso “B”.  
 Fonte: Autor, 2022.

Na Figura (4-24) verifica-se a estimativa do fluxo de calor para diferentes quantidades de partículas, observando que houve um resgate correto do fenômeno de queda do aporte térmico, mostrando que viabiliza para aplicações em processos de ruído abrupto entorno de 25s e comportamento constante.



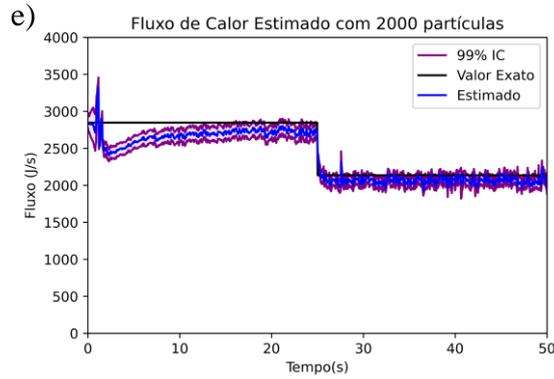
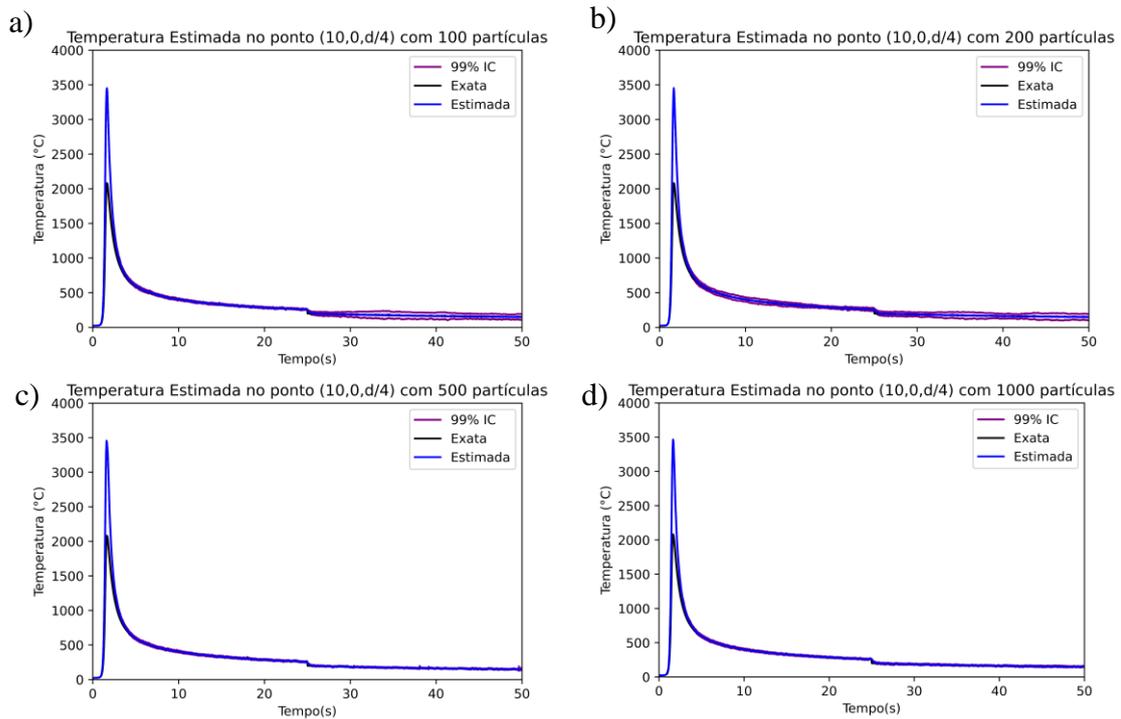


Figura 4-24: Fluxo de calor estimado  $Q$  (J/s) utilizando  $\sigma_q = 1\%$  para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022.

Na Figura (4-25) é apresentada a estimativa da temperatura para o ponto  $(10,0, d/4)$ , onde é possível observar um baixo decréscimo na temperatura em 25 segundos, mostrando que para esse ponto há uma baixa dependência para oscilações de fluxo de calor. Como visto nas estimativas anteriores para este ponto, existe uma diferença considerável entre a temperatura máxima estimada e a máxima exata.



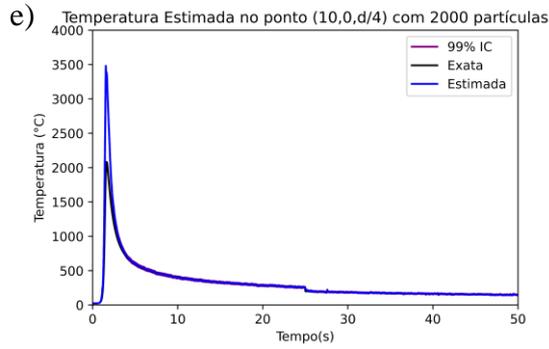


Figura 4-25: Estimativa da temperatura no ponto  $(10,0,d/4)$  utilizando  $\sigma_q = 1\%$  para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022.

A temperatura estimada para o ponto  $(10,0,d/2)$  é apresentada na Figura (4-26), onde é possível constatar maior sensibilidade a variações no fluxo de calor se comparado ao ponto  $(10,0,d/4)$ .

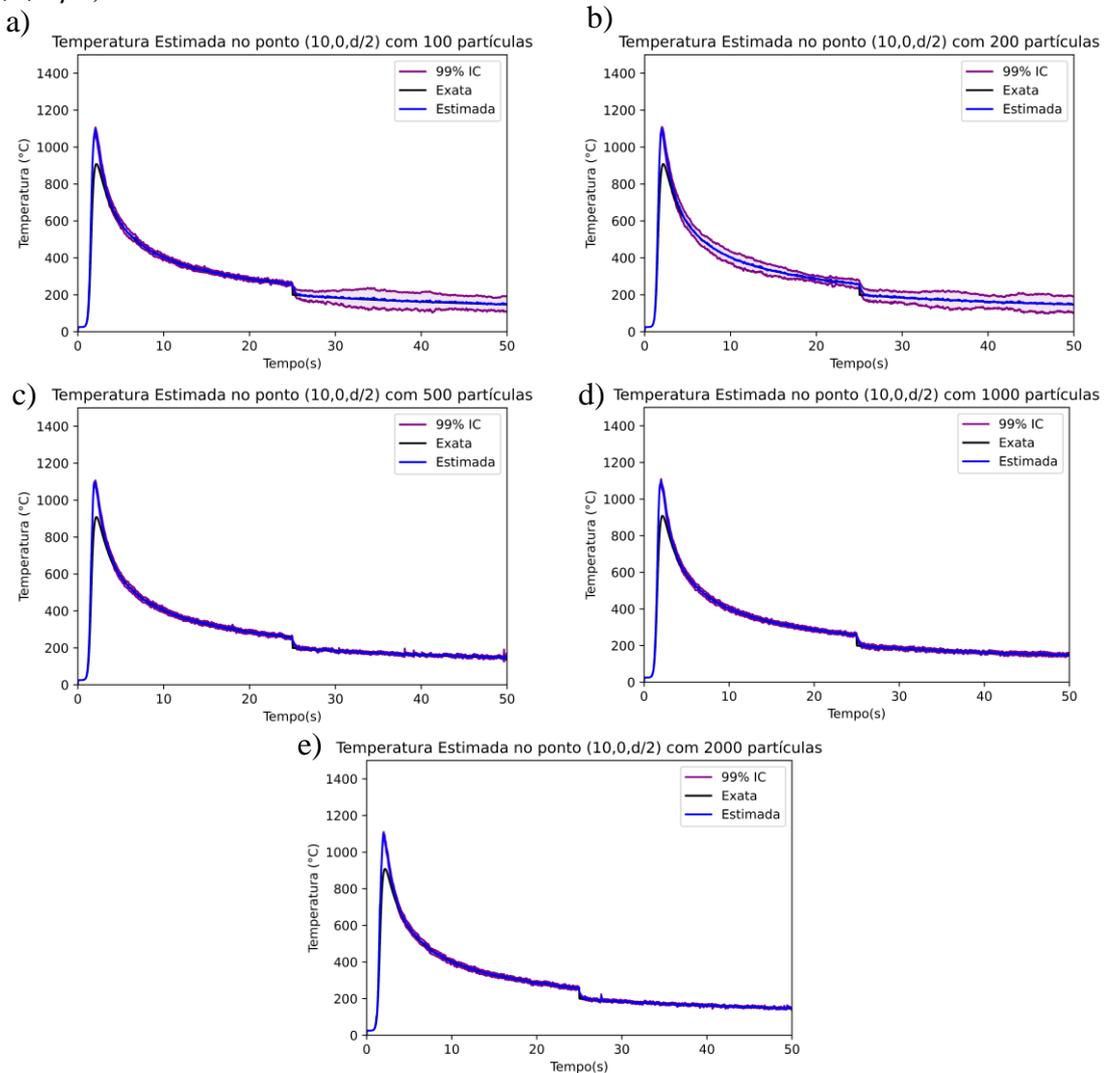


Figura 4-26: Estimativa da temperatura no ponto  $(10,0,d/2)$  utilizando  $\sigma_q = 1\%$  para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022.

Os cenários para estimativa das variáveis de estado para a variação de  $\sigma_q = 5\%$  estão relacionados na Tabela (4-10). Como é possível observar, as variáveis de estado, desvio padrão e tempo computacional são mostrados.

Tabela 4-10: Desvio padrão, número de partículas e tempo computacional para o caso “B”, considerando  $\sigma_q = 5\%$ . Fonte: Autor (2022).

Variável de Estado	$\sigma$	Número de Partículas	Tempo Computacional (s)
$T - (10,0, d)$	3%	100	14,958
$q$	5%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
$T - (10,0, d)$	3%	200	29,320
$q$	5%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
$T - (10,0, d)$	3%	500	71,690
$q$	5%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
$T - (10,0, d)$	3%	1000	227,698
$q$	5%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
$T - (10,0, d)$	3%	2000	474,745
$q$	5%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		

Na Figura (4-27) é apresentada a temperatura estimada no ponto  $(10,0, d)$ , sendo observado que para a qualidade dos resultados a quantidade de partículas não obteve influência, no entanto, nota-se que para todas as quantidades de partículas a estimativa se mostrou promissora, principalmente em 2000 partículas (Figura 4-27.e).

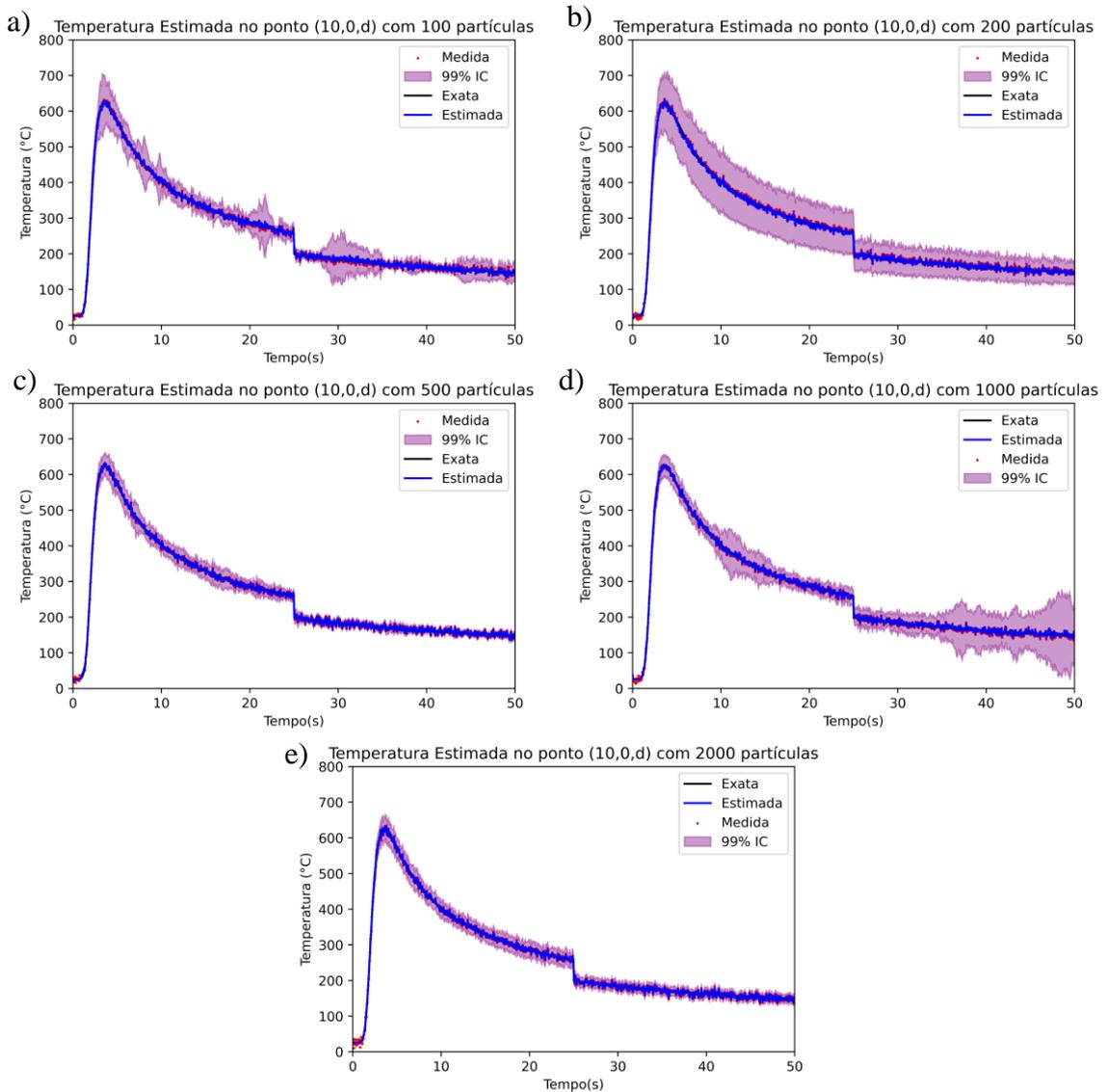


Figura 4-27: Estimativa da temperatura no ponto (10,0, *d*) utilizando  $\sigma_q = 5\%$  para o caso “B”.  
 Fonte: Autor, 2022.

Na Figura (4-28) é apresentado o fluxo de calor estimado. É observado que em 2000 partículas (Figura 4-28.e) obteve-se um resultado bem estável, no entanto, para essa quantidade de partículas o custo-benefício computacional é baixo, sendo mais viável, por exemplo, a utilização em 100 (Figura 4-28.a) partículas que obtém a estimativa aproximadamente duas vezes mais rápido que o próprio intervalo de medição.

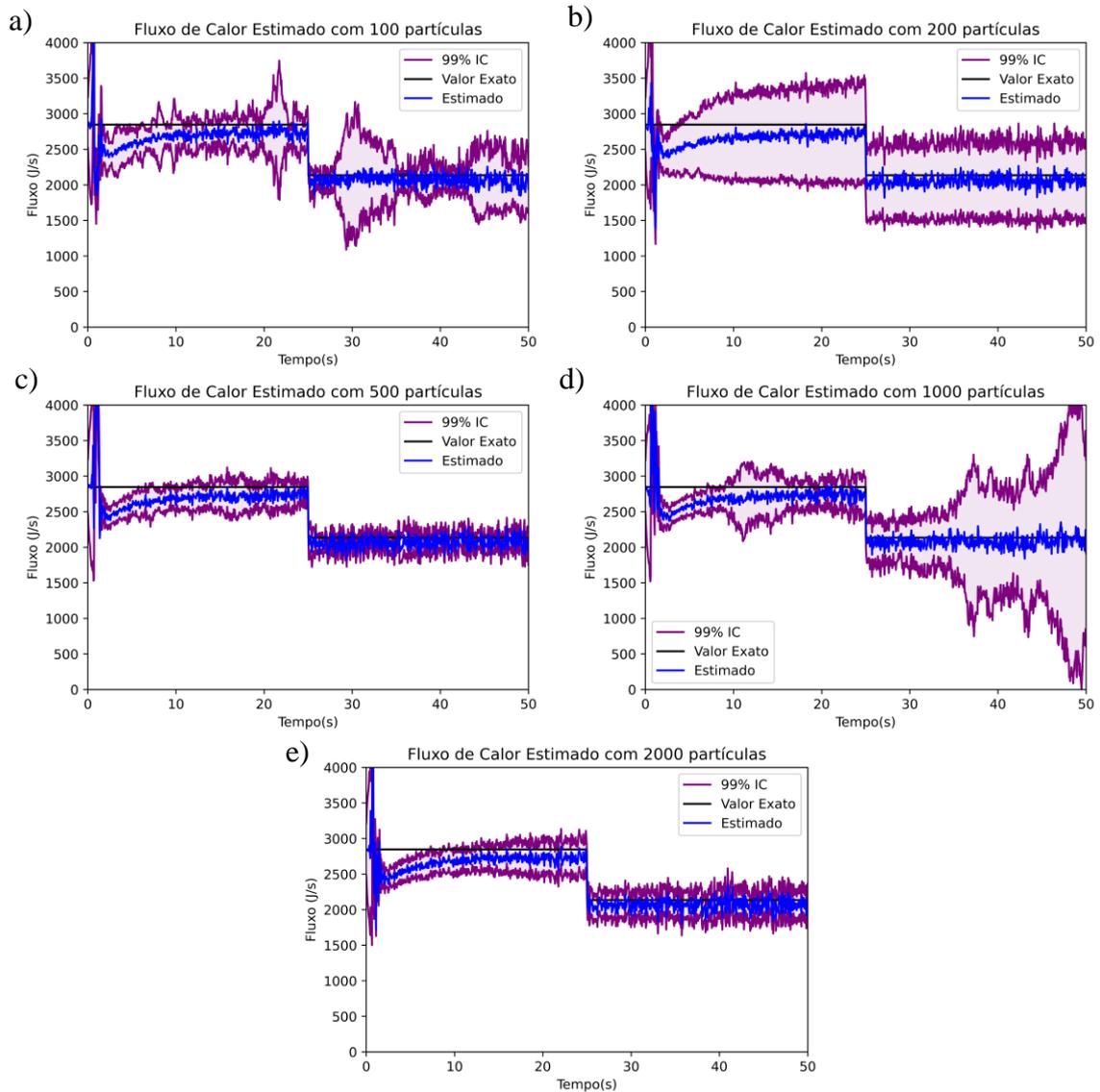
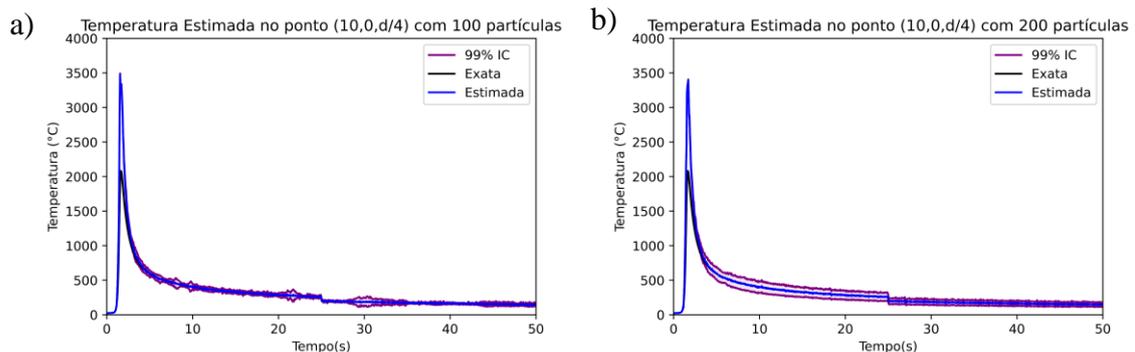


Figura 4-28: Fluxo de calor estimado  $Q$  ( $J/s$ ) utilizando  $\sigma_q = 5\%$  para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022.

Na Figura (4-29) é apresentada a temperatura estimada no ponto  $(10,0,d/4)$ . Nota-se que para esse ponto não há influência significativa das partículas e a curva é descrita de uma maneira coerente, exceto para a temperatura de pico.



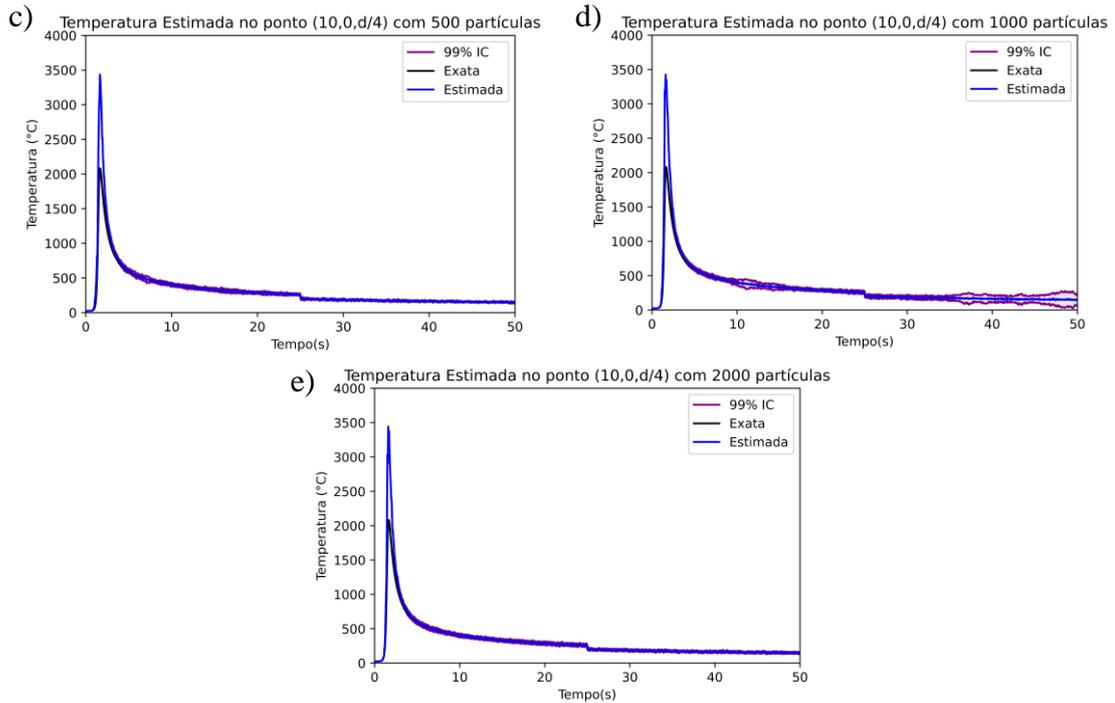
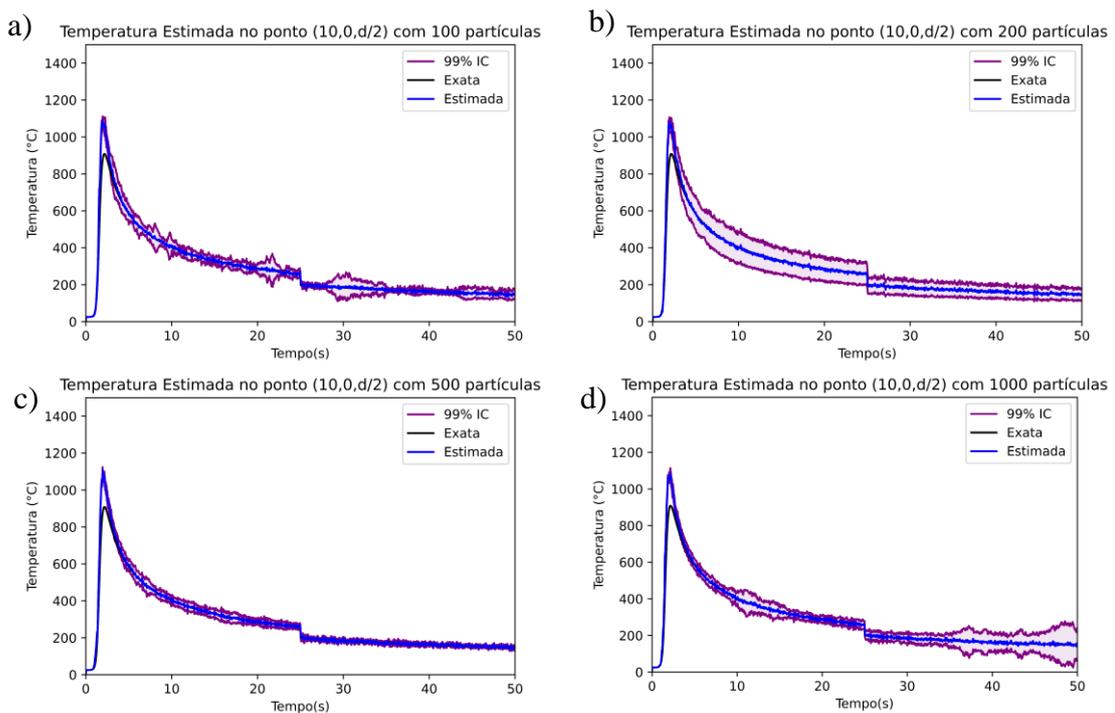


Figura 4-29: Estimativa da temperatura no ponto (10,0,d/4) utilizando  $\sigma_q = 5\%$  para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022.

Na Figura (4-30) é apresentada a temperatura estimada no ponto (10,0,d/2). Notou-se pouca influência da quantidade de partículas e o resultado foi satisfatório para todos os ensaios.



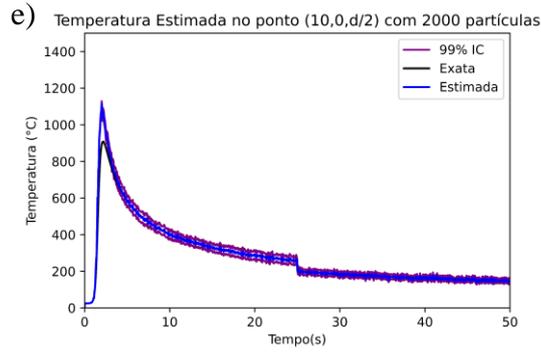


Figura 4-30: Estimativa da temperatura no ponto (10,0,  $d/2$ ) utilizando  $\sigma_q = 5\%$  para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022.

Os cenários para estimativa das variáveis de estado para a variação de  $\sigma_q = 10\%$  estão relacionados na Tabela (4-11). Como é possível observar, as variáveis de estado, desvio padrão e tempo computacional são mostrados.

Tabela 4-11: Desvio padrão, número de partículas e tempo computacional para o caso “B”, considerando  $\sigma_q = 10\%$ . Fonte: Autor (2022).

Variável de Estado	$\sigma$	Número de Partículas	Tempo Computacional (s)
$T - (10,0, d)$	3%	100	15,098
$q$	10%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
$T - (10,0, d)$	3%	200	28,766
$q$	10%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
$T - (10,0, d)$	3%	500	70,468
$q$	10%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
$T - (10,0, d)$	3%	1000	229,354
$q$	10%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		
$T - (10,0, d)$	3%	2000	483,158
$q$	10%		
$T_1 - (10,0, d/4)$	3%		
$T_2 - (10,0, d/2)$	3%		

Na Figura (4-31) é apresentado o gráfico da temperatura estimada no ponto (10,0,d).  
 Nota-se que a estimativa possui alto ruído se comparado à estimativa utilizando  $\sigma_q = 1\%$ .

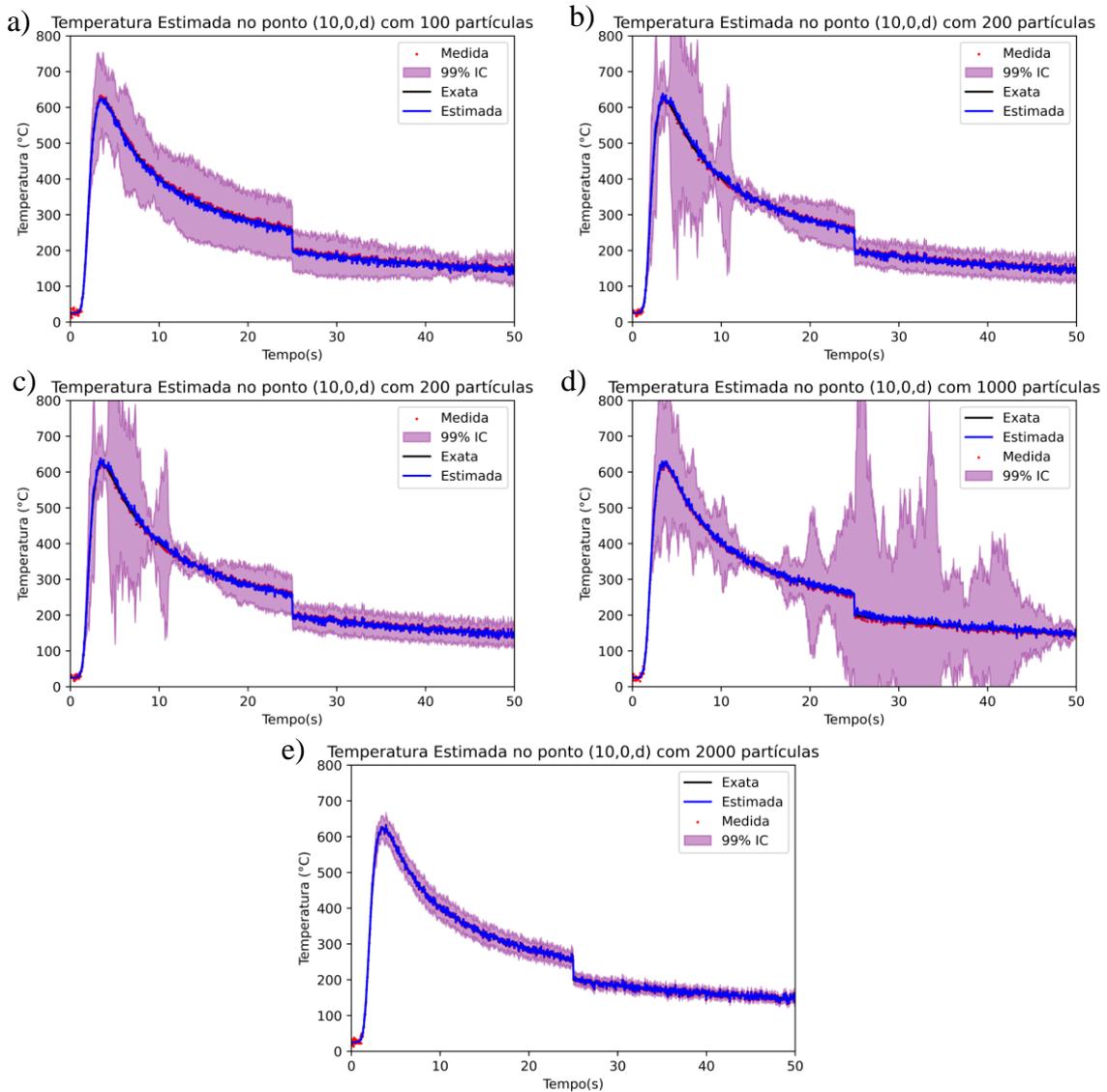


Figura 4-31: Estimativa da temperatura no ponto (10,0,d) utilizando  $\sigma_q = 10\%$  para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022.

Na Figura (4-32) é apresentado o fluxo de calor estimado. É possível observar para essa estimativa que o melhor resultado obtido é referente à 2000 partículas (Figura 4-32.e), mas se desconsiderar o intervalo de confiança, todas as outras estimativas são satisfatórias.

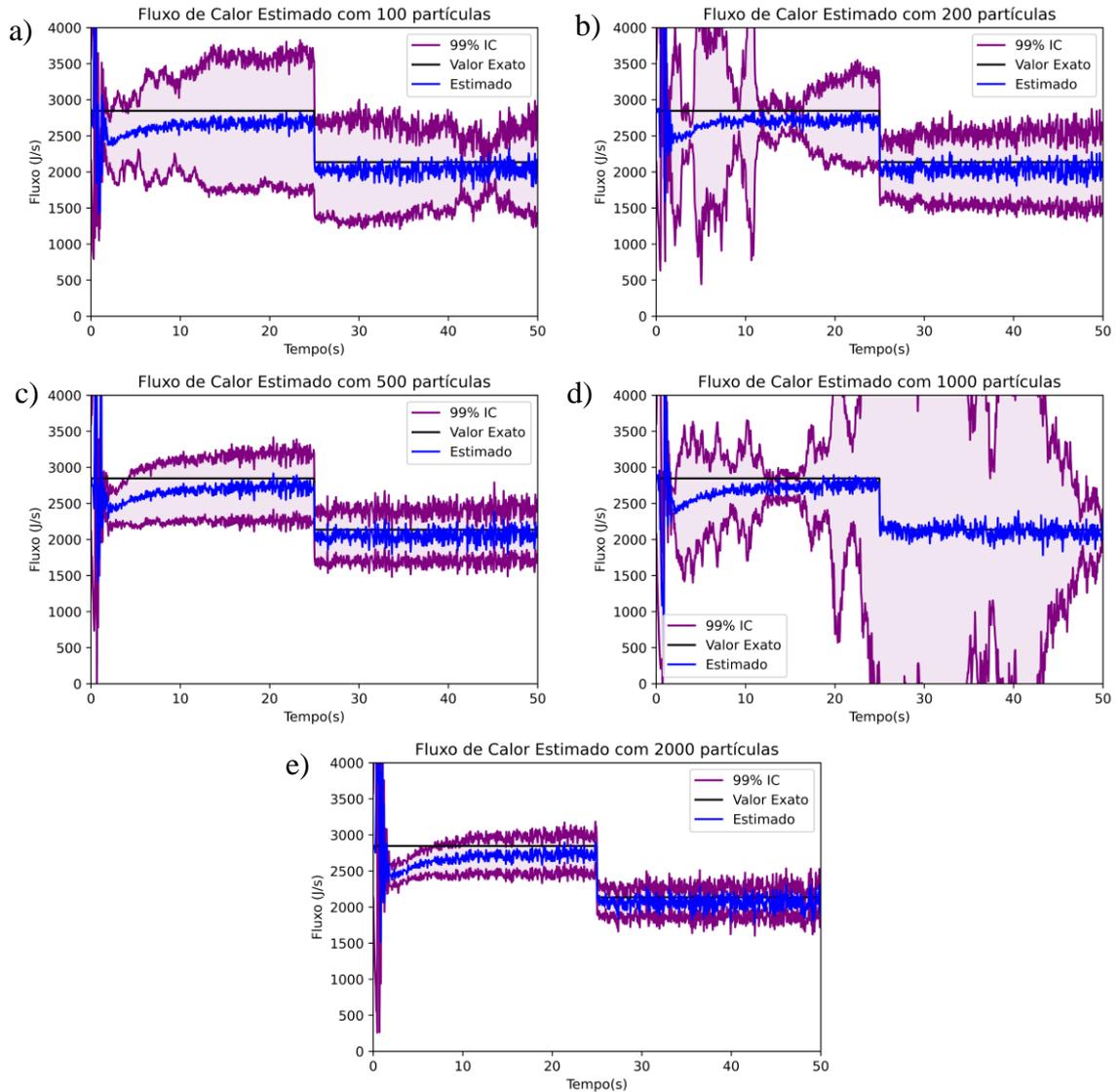
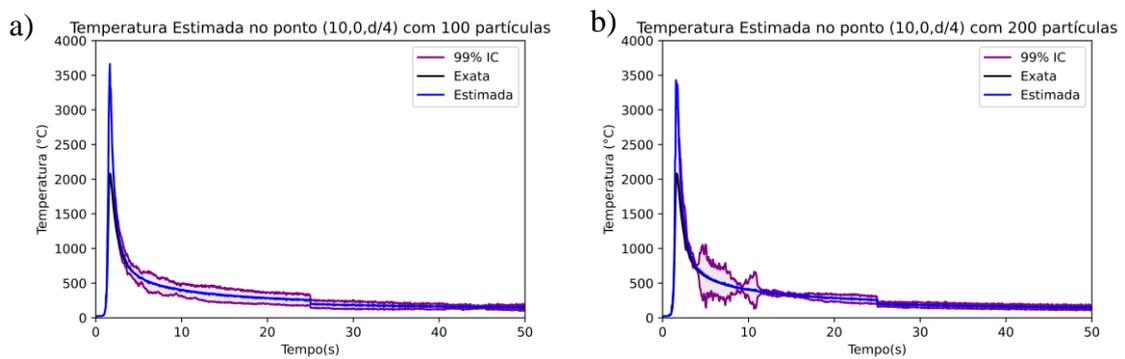


Figura 4-32: Fluxo de calor estimado  $Q$  (J/s) utilizando  $\sigma_q = 10\%$  para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022.

Na Figura (4-33) é apresentado o gráfico da temperatura estimada no ponto  $(10,0, d/4)$ . Nota-se que todos apresentam resultados condizentes.



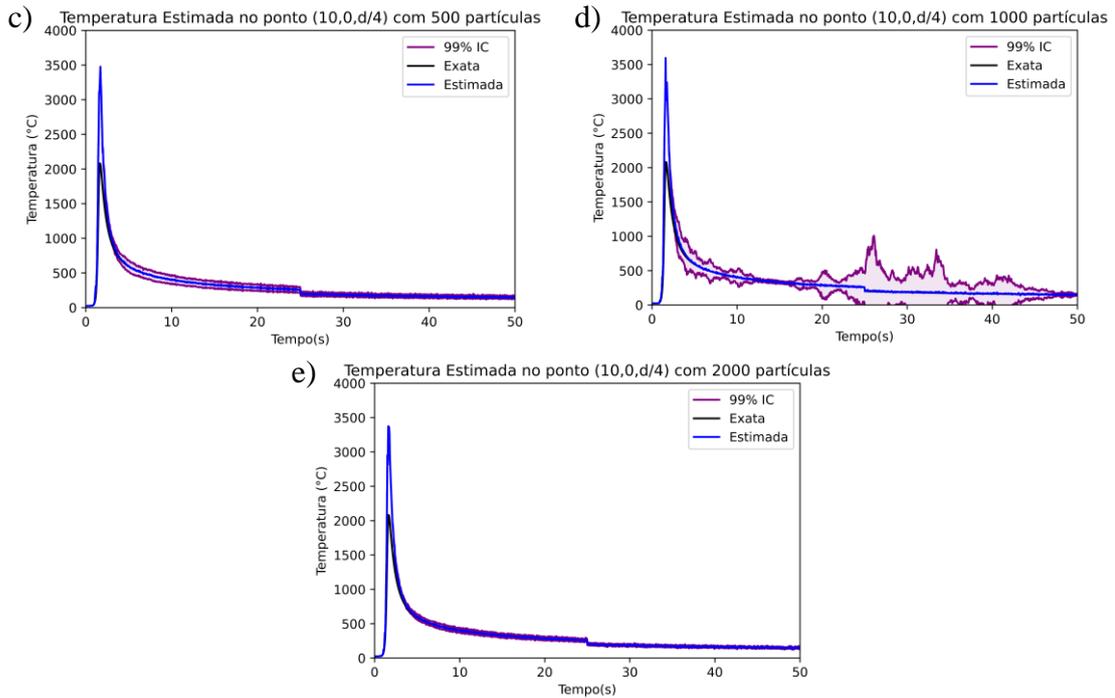
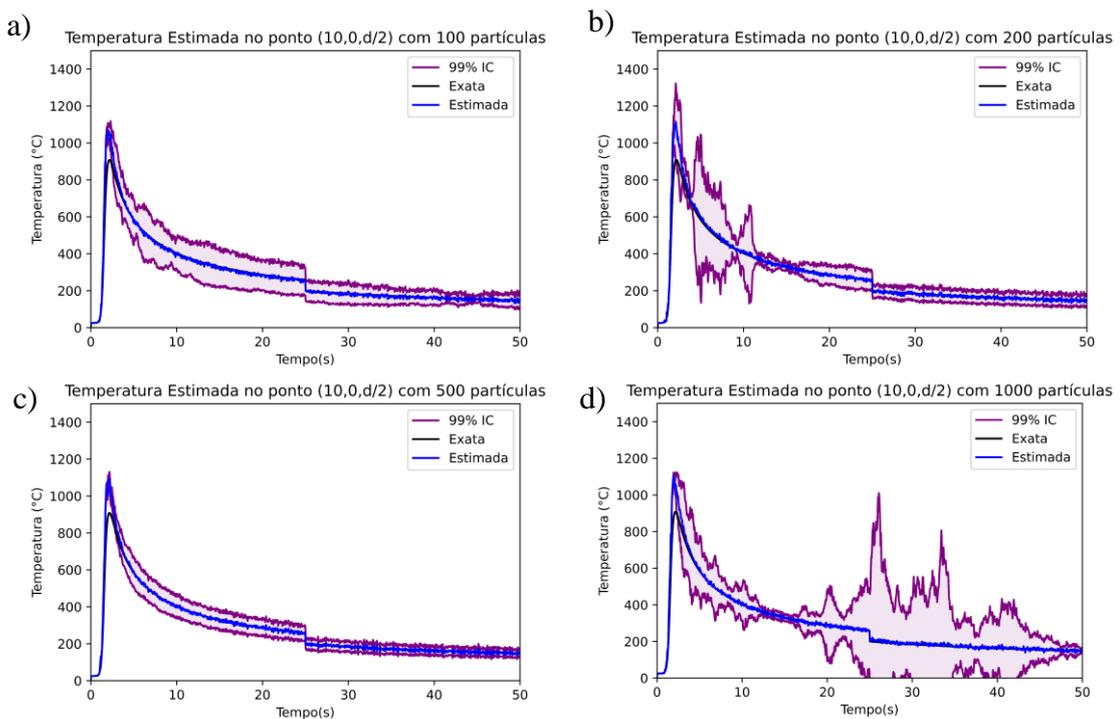


Figura 4-33: Estimativa da temperatura no ponto  $(10,0,d/4)$  utilizando  $\sigma_q = 10\%$  para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022.

Na Figura (4-34) é apresentado o gráfico da temperatura estimada no ponto  $(10,0,d/2)$ . Nota-se que o melhor resultado foi obtido em 2000 (Figura 4-34.e) partículas, no entanto, em 100 partículas (Figura 4-34.a) já se obtém um resultado satisfatório.



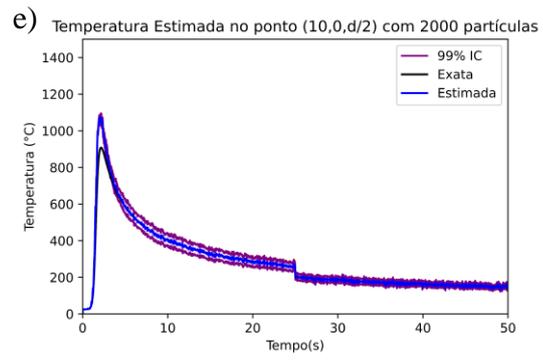


Figura 4-34: Estimativa da temperatura no ponto (10,0,d/2) utilizando  $\sigma_q = 10\%$  para o caso “B”. Fonte: Autor, 2022.

## **5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Neste trabalho foi utilizado o filtro de partículas SIR para a estimativa das temperaturas internas de uma chapa durante o processo de soldagem. O modelo de múltiplas fontes foi usado para geração de medidas simuladas e como modelo direto utilizou-se o modelo de chapa intermediária.

O problema inverso abordado neste trabalho estima de maneira satisfatória as temperaturas internas, uma quantidade variada de partículas e diferentes valores de desvio padrão foram testados sendo observado uma melhor convergência ao aumentar a quantidade de partículas e uma boa estimativa foi obtida mesmo com quantidade baixa de partículas, demandando tempo computacional inferior ao tempo total do experimento, logo, sendo viável para uma futura aplicação de estimativa em tempo real.

O fluxo de calor estimado, para todos os casos mostrados, apresentou uma oscilação considerável nos primeiros segundos em decorrência da baixa sensibilidade dos ciclos térmicos aos valores de fluxo de calor neste intervalo de tempo, no entanto, esse fenômeno não implica na estimativa das temperaturas internas, o foco deste trabalho.

O modelo de Rosenthal utilizado como modelo direto neste trabalho apresenta, no entanto, diversas simplificações, como a não dependência das propriedades termofísicas com a temperatura. Sugere-se para trabalhos futuros a utilização de um modelo direto que utilize propriedades termofísicas dependentes da temperatura, assim como um modelo que considere as mudanças de fase inerentes do processo. Como as medidas neste trabalho são simuladas, se torna necessário também, em um próximo estágio, a realização de um experimento prático com a finalidade de analisar o comportamento do algoritmo com medidas reais.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRACICLO (Amazonas). **Anuário da Indústria Brasileira de Duas Rodas 2019: yearbook of brazil's two wheel industry.** Yearbook of Brazil's Two Wheel industry. Disponível em: <https://www.abraciclo.com.br/linkssitenovo/downloads/anuario2019/#p=28>. Acesso em: 05 jun. 2021.

ADAMS JR, C.M. **Cooling rates and peak temperatures in fusion welding**, Welding Journal, Maio 1958, pp. 210s-215s

ALLGAYER, Alexandre André. **Caracterização das propriedades mecânicas e metalúrgicas de uma junta de aço Astm A36 soldado pelo processo de arco submerso (SAW) com diferentes aportes térmicos.** 2017. Trabalho de Conclusão de Curso.

ARULAMPALAM, S., MASKELL, S., GORDON, N., CLAPP, T., “**A tutorial on Particle Filters for On-line Non-linear/Non-Gaussian Bayesian Tracking**”, 2001

AUTOVAL. **AUTOMAÇÃO PNEUMÁTICA INDUSTRIAL.** Disponível em: <https://www.autoval.com.br/automacao-pneumatica-industrial/>. Acesso em: 05 jun. 2021.

BREIMAN, L. (1992). **Probability**, Philadelphia: SIAM.

BRITO, Cleiton Ferreira Maciel; DE MOURA MACIEL, Jeanne Mariel Brito. **Fábricas selvagens: transformações do trabalho no Polo Industrial da Zona Franca de Manaus.** Novos Cadernos NAEA, v. 22, n. 1, 2019.

BUCHMAYR, B.; CERJAK, H. **Mathematical description of HAZ behaviour of low-alloyed structural steels.** Pergamon Press, p. 43-50, 1988.

CARVALHO, Renon Steinbach et al. **Robô CNC para a automação da soldagem MIG/MAG em posições e situações de extrema dificuldade.** 2009.

ÇENGEL, Yunus A.; GHAJAR, Afshin J. **Transferência de Calor e Massa.** Amgh Editora, 2009.

CHEN, Z., **Bayesian Filtering: From Kalman to Particle Filters, and Beyond**, Natural Science Engineering Research of Canada, 2003.

COTTA, Carolina Palma Naveira. **Problemas Inversos de Condução de Calor em Meios Heterogêneos: Análise Teórico-Experimental via Transformação Integral.** Tese (Doutorado). Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009.

CRUZ NETO, Rubelmar Maia de Azevedo. **Taxa de resfriamento na soldagem: um novo entendimento.** 2018. 326 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

DA SILVA, Nilton Pereira. **Estimativa do fluxo de calor em ferramentas de Brunimento: Método de Monte Carlo com Cadeia de Markov**. 2012. Tese de Doutorado. Dissertação M. Sc, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE. Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

DE ANDRADE, Gino José Andrade; MECÂNICA, Engenharia. **Problema inverso de estimativa de velocidade pela resposta térmica de sondas de pitot sob condição de formação de gelo**. 2014.

DOUCET, A.; GODSILL, S.; ANDRIEU, C. **On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering**. *Statistics and Computing*, v. 10, p. 197-208. 2000.

DOUCET, A., DE FREITAS, J.F.G., GORDON, N.J., 2001. **Sequential Monte Carlo Methods in Practice**. Springer, New York.

EAGAR, T.W.; TSAI, N.S. **Temperature fields produced by traveling distributed heat sources**. *Weld. J. Res. Suppl.* vol. 62, no. 12. p. 346s–355s. 1983.

FASSANI, R. N. S.; TREVISAN, O. V. **Analytical modeling of multipass welding process with distributed heat source**. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 25, n. 3, p. 302-305, 2003.

FERREIRA, Dario Magno Batista. **Metodologia para simulação computacional da distribuição de temperaturas para identificar sub-regiões reaquecidas da ZAC e avaliar suas influências nas propriedades mecânicas na soldagem multipasse de aço API 5L X80**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, 2017.

GONCALVES, C. V. et al. **Estimation of heat source and thermal efficiency in GTAW process by using inverse techniques**. *Journal of Materials Processing Technology*, v. 172, n. 1, p. 42-51, 2006.

GORDON, N., SALMOND, D. AND SMITH, A. F. M. “**Novel approach to nonlinear and non-Gaussian Bayesian state estimation,**” *Proc. Inst. Elect. Eng., F*, vol. 140, pp. 107–113, 1993.

GRANJON, H. (Henry). **Fundamentals of welding metallurgy**. Abington Pub, 1991.

GRONG, Oystein. **Metallurgical modelling of welding**. Institute of Materials, 1 Carlton House Terrace, London, SW 1 Y 5 DB, UK, 1997. 605, 1997.

GUIMARÃES, Gustavo Rodrigues et al. **Melhoria da competitividade de preço de uma PME do Polo Industrial de Manaus através da aplicação das ferramentas de Lean Manufacturing: uma abordagem entre cliente e fornecedor**. 2020.

HADAMARD, JACQUES. **Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique**. *Princeton University Bulletin*. [S.l.: s.n.] p. 49–52, 1902

IBGE (Brazil). **IBGE - Frota de veículos**. Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/pesquisa/22/28120>, 2021. Acesso em: 05 jun. 2021.

KAPIO, J. SOMERSALO, E., **Statistical and computational inverse problems**, *Applied Mathematical Sciences* 160, Springer-Verlag, 2004.

KARKHIN, Victor A. **Thermal processes in welding**. Singapore: Springer, 2019.

KARKHIN, V. A.; PLOCHIKHINE, V. V.; BERGMANN, H. W. **Solution of inverse heat conduction problem for determining heat input, weld shape, and grain structure during laser welding**. Science and Technology of Welding and Joining, v. 7, n. 4, p. 224-231, 2002.

LAMIEN, Bernard; BARRETO ORLANDE, Helcio Rangel; ENRIQUE ELIÇABE, Guillermo. **Particle filter and approximation error model for state estimation in hyperthermia**. Journal of Heat Transfer, v. 139, n. 1, 201.

LAMIEN, Bernard et al. **State estimation in bioheat transfer: a comparison of particle filter algorithms**. International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, 2016.

LISKEVYCH, Olga. **Estudo da influência do teor de CO<sub>2</sub> na regularidade da transferência de metal e estabilidade do processo**. 2010. 101 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2014.

LOMOZIK, M. **Effect of the welding thermal cycles on the structural changes in the heat affected zone and on its properties in joints welded in low-alloy steels**. Welding international, v. 14, n. 11, p. 845-850, 2000.

LUCUMI, Mabel Angélica Ramos. **Comparação dos Algoritmos de Filtros de Partículas SIR e ASIR na Detecção de Fechamento de Válvulas em Gasodutos**. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2015.

MAGALHÃES, Elisán dos Santos. **Sensor Móvel de Temperatura e Técnica de Problema Inverso não Linear para Estimação do Aporte de Calor em Processos de Soldagem Autógenos**. 2018.

MARTIKAINEN, J. et al. **A method for evaluating the liquation cracking susceptibility of welded joints in Al–Mg–Si alloys**. Welding International, v. 27, n. 2, p. 139-143, 2013.

MOTA, Carlos Alberto de Alencar. **Estimativa Simultânea do Fluxo de Calor e de Propriedades Termofísicas de Materiais em Altas Temperaturas**. 2007. 153 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Mecânica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2007.

MODENESI, Paulo J.; MARQUES, Paulo V.; SANTOS, Dagoberto B. **Introdução à metalurgia da soldagem**. Belo Horizonte: UFMG, 2012.

N. Al-Khalidy, **Enthalpy technique for solution of Stefan problems: application of the keyhole plasma arc welding process involving moving heat source**, Int. Commun. Heat Mass Transfer 22 (1995) 779–790.

NUNES, Felipe S.; ORLANDE, Helcio RB; NOWAK, Andrzej J. **Estimation of the ischemic brain temperature with the particle filter method**. Computer Assisted Methods in Engineering and Science, v. 26, n. 1, p. 5-19, 2019.

ÖZİŞİK, M. Necati. **Heat conduction**. John Wiley & Sons, 1993.

ÖZİŞİK, M. Necati; ORLANDE, Helcio RB. **Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications**, Taylor and Francis, New York, 2000.

ÖZİŞİK, M. Necati; ORLANDE, Helcio RB. **Inverse heat transfer: fundamentals and applications**. CRC press, 2021.

ORLANDE, Helcio RB et al. (Ed.). **Thermal measurements and inverse techniques**. Boca Raton: CRC Press, 2011.

PACHECO, Cesar et al. **State estimation problems in PRF-shift magnetic resonance thermometry**. International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, 2018.

PARTHASARATHY, S., BALAJI, C., “**Estimation of parameters in multi-mode heat transfer problems using Bayesian inference – Effect of noise and a priori**”. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2008.

PEREIRA, Caroline R.; ABREU, Luiz AS; KNUPP, Diego C. **Filtro de partículas aplicado a estimativa do campo de temperaturas no interior de um cérebro sujeito a um tratamento com eletrodo DBS**. Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 8, n. 1, 2021.

PETROV, G. L.; TUMAREV, A. S. **Theory of welding processes** (392 pp.). 1977.

RAMIREZ, A.J.L.; BRANDI, S.D. **Application of discrete distribution point heat source model to simulate multipass weld thermal cycles in medium thick plates**. Sci. Technol. Weld. Join. vol. 9, no. 1. pp. 72–82. 2004.

REY SILVA, D. V. F. M. **Estimativa de propriedades térmicas de materiais ablativos**. Tese de Mestrado, Programa de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, novembro de 2001.

ROSENTHAL, Daniel. **Mathematical theory of heat distribution during welding and cutting**. Welding journal, v. 20, p. 220-234, 1941.

ROSENTHAL, Daniel. “**The Theory of Moving Sources of Heat and Its Application to Metal Treatments**” Trans. A.S.M.E. v. 43, no. 11. p. 849-866. 1946.

SCOTTI, Américo; LI, Huijun; MIRANDA, Rosa M. **Um Round-Robin Teste com Simulação Térmica da ZAC de Soldagem para Obtenção de Diagramas CRC: a necessidade de procedimentos e terminologia de microconstituintes harmonizados**. Soldagem & Inspeção, v. 19, n. 3, p. 279-290, 2014.

SILVA, Wellington Betencurte da. **Aplicação de Filtros de Partículas para a Assimilação de Dados em Problemas de Fronteira Móvel**/ Wellington Betencurte da Silva. 2012. 180 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Mecânica, UFRJ/ COPPE, Rio de Janeiro, 2012.

SOEIRO JUNIOR, Jaime Casanova. **Soldabilidade metalúrgica do aço ASTM A553 tipo I com 9% de níquel**. 2017. Tese (Doutorado em Engenharia Metalúrgica e de Materiais) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017. doi:10.11606/T.3.2018.tde-28022018-104215. Acesso em: 2022-04-14.

SUFRAMA (Brazil). **Faturamento do Polo Industrial de Manaus cresce 7,4% no primeiro trimestre. 2020.** Disponível em: <https://www.gov.br/suframa/pt-br/publicacoes/noticias/faturamento-do-polo-industrial-de-manaus-cresce-7-4-no-primeiro-trimestre>. Acesso em: 05 jun. 2021.

Tsai N. S., Eagar T. W., 1984. **Changes in Weld Pool Shape by Variations in the Distribution of Heat Source in Arc Welding.** Department of Materials Science and Engineering Massachusetts Institute of Technology.

UNNIKRISHNAKURUP, S.; ROUQUETTE, S.; SOULIÉ, F.; FRAS, G. **Estimation of heat flux parameters during static gas tungsten arc welding spot under argon shielding.** International Journal of Thermal Sciences, v. 114, p. 205–212, 2017.

WAINER, Emílio; BRANDI, Sérgio Duarte; DE MELLO, Fabio Decourt Homem. **Soldagem: processos e metalurgia.** Editora Blucher, 1992.

WELLS, A.A. **Heat flow in welding,** Welding Journal, Maio 1952, pp. 263s-267s.

WENTZ, André Viegas. **Simulações de soldagem por arco e resistência elétrica usando o método dos elementos finitos.** 2008. 79 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, UFRGS, Porto Alegre, 2008.

YAN, Chunyan; LIU, Cuiying; YAN, Bo. **3D modeling of the hydrogen distribution in X80 pipeline steel welded joints.** Computational Materials Science, v. 83, p. 158-163, 2014.

## APÊNDICE A

Neste apêndice será apresentado o algoritmo utilizado neste trabalho na linguagem

Python:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from math import *
from numpy import *
Nmedicoes=1000
Npart=500 #quantidade de particulas
Npartg=Npart
desvioModelo=0.01
sigmarw=0.1 #passo de procura
v=6.67
d=6.3
Tm=1520
To=25
Tc=Tm
lamb=0.04
rhocp=0.007
alpha=lamb/rhocp
E0=0.4269
q0=(E0)*1000*v
iteracoesinterm=20
q0=2847.42
To=25
tfinal=50
iteracoesinterm=9
q0=2847.42
To=25
q=q0
t=np.linspace(0,tfinal,Nmedicoes)
##funcao constante caso B
def fqc(t):
    if t<tfinal/2:
        qr=q0
    if t>=tfinal/2:
```

```

        qr=q0-q0*25/100
    return qr
vfqc=[]
for i in t:
    vfqc.append(fqc(i))
fig, ax=plt.subplots(dpi=500)
ax.set_title("Fluxo de Calor caso B")
ax.plot(t, vfqc, color="black",label="Fluxo de Calor")
ax.set_xlabel("Tempo (s)")
ax.set_ylabel("Fluxo (J/s)")
ax.set(xlim=(0, 50),
        ylim=(0, 4000))
ax.legend()
plt.show()
#Modelo direto (chapa intermediaria)
def tinter(x,y,z,t,td,qcond):
    if t==0:
        t4=To
    else:
        sumaint=0
        sumainttot=0
        for i in range(-iteracoesinterm,iteracoesinterm):
            sumaint=1/(e**(0.61527961352731415*sqrt((-6.67*(t - td) + x)**2
+ y**2 + (-12.6*i + z)**2))*sqrt((-6.67*(t - td) + x)**2 + y**2 + (-12.6*i +
z)**2))
            sumainttot+=sumaint
        t4=(4.194679454981497*qcond)/e**(0.6152796135273141*(-6.67*(t - td)
+ x))*sumainttot+To
    return t4
#Modelo direto (Multiplas fontes)
fontes=[[2.59, -0.25], [1.29, -0.5], [1.87, -0.35], [4.75, -0.3], [3.78,-
0.25]]
def t5(x,yp,zp,t,td,qcond):
    som122=0
    som12=0
    som1=0
    som2=0
    somtot=0

```

```

termulti=qcond/(12.*e**((v*(-(t
-
td)*v)
+
x))/(2.*alpha))*lamb*len(fontes)*pi)#termo demultipliccao
for m in np.arange(0,len(fontes),1):
    for Ly in np.arange(-1,2,1):
        for l1 in np.arange(-20,21,1):
            som1=som1+1/(e**((v*sqrt((-fontes[m][0]*Ly) + yp)**2 + (-
fontes[m][1] - 2*d*l1 + zp)**2 + (x - (t - td)*v)**2))/(2.*alpha))*sqrt((-
(fontes[m][0]*Ly) + yp)**2 + (-fontes[m][1] - 2*d*l1 + zp)**2 + (x - (t -
td)*v)**2))

            #1 - Primeira influencia das fontes
            for l2 in np.arange(-20,21,1):
                som2=som2+1/(e**((v*sqrt((-fontes[m][0]*Ly) + yp)**2 +
(fontes[m][1] - 2*d*l2 + zp)**2 + (x - (t - td)*v)**2))/(2.*alpha))*sqrt((-
(fontes[m][0]*Ly) + yp)**2 + (fontes[m][1] - 2*d*l2 + zp)**2 + (x - (t -
td)*v)**2))

                #2 - Segunda influencia das fontes
            #soma de 1 e 2
            resu=som1+som2
            multiplii=resu*termulti
            t55=multiplii+To
            return t55

#geracao das medidas simuladas (multiplas fontes)
Yexat=[]
for i in np.linspace(0,tfinal,Nmedicoes):
    tempcalc=t5(10,0,d,i,0,fqc(i))
    Yexat.append(tempcalc)

sigmaY=desvioModelo*max(Yexat)
listrdn=np.random.normal(0, 1, len(Yexat))
Y=Yexat+sigmaY*listrdn
print("calculo de medidas simuladas")
sigmaY=desvioModelo*max(Yexat)
listrdn=np.random.normal(0, 1, len(Yexat))
Y=Yexat+sigmaY*listrdn
#input de vetores e dados iniciais
Npart1=1/Npart
qiest=zeros(Nmedicoes)
qold=zeros(Npart)

```

```

gestpf=zeros (Nmedicoes)
Listw=zeros (Npart)
Listpartqnew=[]
DesvPad=zeros (Nmedicoes)
etares=zeros (Npart)
wres=zeros (Npart)
Listqpartold=zeros (Npart)
#vetores dos pontos internos
Temprestint1=zeros (Nmedicoes)
Temprestint2=zeros (Nmedicoes)
Temprestint3=zeros (Nmedicoes)
Temprestint4=zeros (Nmedicoes)
Temprestint5=zeros (Nmedicoes)
Listatempresint1=zeros (Npart)
Listatempresint2=zeros (Npart)
Listatempresint3=zeros (Npart)
Listatempresint4=zeros (Npart)
Listatempresint5=zeros (Npart)
DesvPad2int1=zeros (Nmedicoes)
DesvPad2int2=zeros (Nmedicoes)
DesvPad2int3=zeros (Nmedicoes)
DesvPad2int4=zeros (Nmedicoes)
DesvPad2int5=zeros (Nmedicoes)
Listatempintd1=zeros (Npart)
Listatempintd2=zeros (Npart)
Listatempintd3=zeros (Npart)
Listatempintd4=zeros (Npart)
Listatempintd4=zeros (Npart)
Listatempintd5=zeros (Npart)
#outros vetores auxiliares
etares[0]=1
Temprest=zeros (Nmedicoes)
ListQest=[]
qo=q
dt=tfinal/Nmedicoes
tintff=qo #valor de teste inicial
Listeffpartold=zeros (Npart)

```

```

for i in range(Npart):
    Listeffpartold[i]=tintff+tintff*sigmarw*np.random.normal(0,1)
sigmat=0.03 #passo da temperatura
Listatempres=zeros(Npart)
DesvPad2=zeros(Nmedicoes)
Listatemp=zeros(Npart)
Listaefftqnew=zeros(Npart)
effres=zeros(Npart)
etaest=zeros(Nmedicoes)
Tintesti=zeros(Nmedicoes)
particulason=[]
particureamos=[]
DistTemperaturaInicial=zeros(Npart)
for i in range(Npart):
    DistTemperaturaInicial[i]=Y[0]+0.022*Y[0]*np.random.normal(0,1)
Temprest[0]=np.mean(DistTemperaturaInicial)
DesvPad[1]=np.std(DistTemperaturaInicial)
etaest[0]=np.mean(Listeffpartold)
DesvPad[0]=np.std(Listeffpartold)
import time
start=time.time()
#problema inverso
for k in np.arange(1,Nmedicoes,1):

    for i in range(Npart):

        parteffnew=Listeffpartold[i]*(1+sigmarw*np.random.normal(0,1))
#geracao da particula candidata
        Listaefftqnew[i]=parteffnew
        Tempnew=tinter(10,0,d,k*tfinal/Nmedicoes,0,parteffnew) #calculo da
temperatura
        Tempnewper=Tempnew+sigmat*np.random.normal(0,1)
        sigmay=0.02*Tempnewper #erro de medicao
        Listatemp[i]=Tempnewper
        Listw[i]=e**(-0.5*((Tempnewper-Y[k])/sigmay)**2)
    particulason.append(Listaefftqnew)
    wtotal=np.sum(Listw)
    wpartin=zeros(Npart)

```

```

for i in range(Npart):
    wpartin[i]=Listw[i]/wtotal
U=zeros(Npart)
Cw=zeros(Npart)
Cw[0]=wpartin[0]
#reamostragem
for i in np.arange(1,Npart,1):
    Cw[i]=Cw[i-1]+wpartin[i]
U[0]=np.random.uniform(0,1/Npart)
ir=0
for j in range(Npart):
    U[j]=U[0]+(j-1)*Npart1
    while U[j]>Cw[ir]:
        ir=ir+1
    etares[j]=Listaefftqnew[ir]
    Listatempres[j]=Listatemp[ir]
#guardar valores
particureamos.append(etares)
etaest[k]=np.mean(etares)
DesvPad[k]=np.std(etares)
Temprest[k]=np.mean(Listatempres)
DesvPad2[k]=np.std(Listatempres)
Temprestint2[k]=tinter(10,0,d/4,k*tfinal/Nmedicoes,0,etaest[k])+sigmat*np.r
andom.normal(0,1)
DesvPad2int2[k]=DesvPad2[k]
Temprestint3[k]=tinter(10,0,d/2,k*tfinal/Nmedicoes,0,etaest[k])+sigmat*np.r
andom.normal(0,1)
DesvPad2int3[k]=DesvPad2[k]
Listeffpartold=etares
end=time.time()
tempoprocessamento=end-start
Npart=Npartg
#plotargarficos
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
t=np.linspace(0,tfinal,Nmedicoes)
#1 - grafico temperatura medida vs estimada
ubd=zeros(Nmedicoes)

```

```

lbd=zeros (Nmedicoes)
for i in range (Nmedicoes):
    ubd[i]=Temprest [i]+2.576*DesvPad2 [i]
for i in range (Nmedicoes):
    lbd[i]=Temprest [i]-2.576*DesvPad2 [i]
fig, ax=plt.subplots (dpi=900)
ax.set_title ("Temperatura Estimada no ponto {} com {}
partículas".format ("(10,0,d)",Npart))
ax.scatter (t, Y, color="red",s=1,label="Medida")
ax.fill_between (t, ubd,lbd, color='purple', alpha=.4,linewidth=1, label="99%
IC")
ax.plot (t, Yexat, color="black",label="Exata")
ax.plot (t, Temprest, color="blue",label="Estimada")
ax.set_xlabel ("Tempo (s)")
ax.set_ylabel ("Temperatura (°C)")
ax.set (xlim=(0, 50),
        ylim=(0, 800))
ax.legend()
plt.show()
#2 - grafico fluxo estimado
ubd2=zeros (len (etaest))
lbd2=zeros (len (etaest))
for i in range (len (DesvPad)):
    ubd2 [i]=etaest [i]+2.576*DesvPad [i]
for i in range (len (DesvPad)):
    lbd2 [i]=etaest [i]-2.576*DesvPad [i]
fig, ax=plt.subplots (dpi=900)
ax.set_title ("Fluxo de Calor Estimado com {} partículas".format (Npart))
ax.plot (t,ubd2,color="purple", label="99% IC")
ax.plot (t,lbd2,color="purple")
ax.fill_between (t, ubd2,lbd2, color='purple', alpha=.1)
ax.plot (t, vfgc, color="black",label="Valor Exato")
ax.plot (t, etaest, color="blue",label="Estimado")
ax.set_xlabel ("Tempo (s)")
ax.set_ylabel ("Fluxo (J/s)")
ax.set (xlim=(0, 50),
        ylim=(0, 4000))
ax.legend()

```

```

plt.show()
#4 - grafico temperatura medida no ponto d/4
ubd=zeros(Nmedicoes)
lbd=zeros(Nmedicoes)
for i in range(Nmedicoes):
    ubd[i]=Temprestint2[i]+2.576*DesvPad2[i]
for i in range(Nmedicoes):
    lbd[i]=Temprestint2[i]-2.576*DesvPad2[i]
fig, ax=plt.subplots(dpi=900)
vg2exat=[]
for i in np.linspace(0,tfinal,Nmedicoes):
    vg2exat.append(t5(10,0,d/4,i,0,fqc(i)))
ax.set_title("Temperatura Estimada no ponto {} com {}
partículas".format("(10,0,d/4)",Npart))
ax.plot(t,ubd,color="purple", label="99% IC")
ax.plot(t,lbd,color="purple")
ax.fill_between(t, ubd,lbd, color='purple', alpha=.1)
ax.plot(t, vg2exat, color="black",label="Exata")
ax.plot(t, Temprestint2, color="blue",label="Estimada")
ax.set_xlabel("Tempo (s)")
ax.set_ylabel("Temperatura (°C)")
ax.set(xlim=(0, 50),
        ylim=(0, 4000))
ax.legend()
plt.show()
#5 - grafico temperatura medida no ponto d/2
ubd=zeros(len(Temprestint3))
lbd=zeros(len(Temprestint3))
for i in range(len(DesvPad2int3)):
    ubd[i]=Temprestint3[i]+2.576*DesvPad2int3[i]
for i in range(len(DesvPad2int3)):
    lbd[i]=Temprestint3[i]-2.576*DesvPad2int3[i]
fig, ax=plt.subplots(dpi=1000)
vg3exat=[]
for i in np.linspace(0,tfinal,Nmedicoes):
    vg3exat.append(t5(10,0,d/2,i,0,fqc(i)))
ax.set_title("Temperatura Estimada no ponto {} com {}
partículas".format("(10,0,d/2)",Npart))

```

```

ax.plot(t,ubd,color="purple", label="99% IC")
ax.plot(t,lbd,color="purple")
ax.fill_between(t, ubd,lbd, color='purple', alpha=.1)
ax.plot(t, vg3exat, color="black",label="Exata")
ax.plot(t, Temprestint3, color="blue",label="Estimada")
ax.set_xlabel("Tempo (s)")
ax.set_ylabel("Temperatura (°C)")
ax.set(xlim=(0, 50),
       ylim=(0, 1500))
ax.legend()
plt.show()
print(f"====>>>O tempo do filtro sir com ",Npart," partículas eh de ",end-
start,"<<<=====")

```

## APÊNDICE B

Mesmo não apresentado no trabalho, o software Wolfram Mathematica foi escolhido inicialmente para a estimativa, no entanto a linguagem Python mostrou-se se mais ágil na obtenção dos resultados. Neste apêndice será apresentado o algoritmo utilizado neste trabalho na linguagem Wolfram (para este algoritmo houve somente a estimativa em um ponto de medição interna, localizado na metade da chapa):

```
vsol = 6.67 (* VELOCIDADE DE SOLDAGEM mm/s *);
d = 6.3 (*ESPESSURA MEDIDA DA CHAPA mm *);
Tm = 1520 (*Temperatura de Fusão*);
To = 25 (*Temperatura Inicial ou de Pré-Aquecimento*);
Tc = Tm (* Temperatura Critica *);
lambda = 0.03794209898515294 (*Condutividade Térmica *);
rhocp = 0.007 (*J/mm3*);
\[\Alpha] = lambda/rhocp (* Difusividade térmica mm^2/s *);
E0 = 0.4269 (*kJ/mm*);
q0 = (E0)*1000 vsol (*J/s*);
fontes2 = {{2.59, -0.25}, {1.29, -0.5}, {1.87, -0.35}, {4.75, -0.3}, \
{3.78, -0.25}}
qvariat166 = Table[{i, q0}, {i, -5, 16.6, 0.1}];
qvaria332 = Table[{i, q0 - q0*25/100}, {i, 16.7, 33.2, 0.1}];
qvariat50 = Table[{i, q0}, {i, 33.3, 60, 0.1}];
qvt = Join[qvariat166, qvaria332, qvariat50];
qinter[t_] = Interpolation[qvt, t];
qdados = Table[qvt[[i]][[2]], {i, 51, 551, 1}];
qtemp = Table[qvt[[i]][[1]], {i, 51, 551, 1}];
qrealtempo = TimeSeries[qdados, {qtemp}]
ListLinePlot[qrealtempo]
Plot[qinter[t], {t, 0, 50}, PlotRange -> {{0, 50}, {1000, 3500}}]
T5[x_, yp_, zp_, t_, td_] =
Sum[(qinter[t]/((Length[fontes2]*3)*(4*Pi*lambda)))*Exp[-((vsol*(x - vsol*(t
- td)))/(2*\[\Alpha]))]*Sum[Sum[(1/Sqrt[(x - vsol*(t - td))^2 + (yp -
Ly*fontes2[[m]][[1]])^2 + (zp - 2*11*d - fontes2[[m]][[2]])^2])*Exp[(-
(vsol/(2*\[\Alpha])))*Sqrt[(x - vsol*(t - td))^2 + (yp -
```

```

Ly*fontes2[[m]][[1]])^2 + (zp - 2*11*d - fontes2[[m]][[2]])^2]], {11, -20,
20}} +
Sum[(1/Sqrt[(x - vsol*(t - td))^2 + (yp - Ly*fontes2[[m]][[1]])^2 + (zp -
2*12*d + fontes2[[m]][[2]])^2])* Exp[-(vsol/(2*\[Alpha]))*Sqrt[(x -
vsol*(t - td))^2 + (yp - Ly*fontes2[[m]][[1]])^2 + (zp - 2*12*d +
fontes2[[m]][[2]])^2]], {12, -20, 20}], {Ly, -1, 1}], {m, 1,
Length[fontes2]}} + To;
T6[x_, yp_, zp_, t_, td_, qcond_] =
Sum[(qcond/((Length[fontes2]*3)*(4*Pi*lambda)))* Exp[-((vsol*(x - vsol*(t -
td)))/(2*\[Alpha]))]* Sum[Sum[(1/Sqrt[(x - vsol*(t - td))^2 + (yp -
Ly*fontes2[[m]][[1]])^2 + (zp - 2*11*d - fontes2[[m]][[2]])^2])* Exp[-(
vsol/(2*\[Alpha]))* Sqrt[(x - vsol*(t - td))^2 + (yp -
Ly*fontes2[[m]][[1]])^2 + (zp - 2*11*d - fontes2[[m]][[2]])^2]], {11, -20,
20}} +
Sum[(1/Sqrt[(x - vsol*(t - td))^2 + (yp - Ly*fontes2[[m]][[1]])^2 + (zp -
2*12*d + fontes2[[m]][[2]])^2])* Exp[-(vsol/(2*\[Alpha]))*
Sqrt[(x - vsol*(t - td))^2 + (yp - Ly*fontes2[[m]][[1]])^2 + (zp - 2*12*d +
fontes2[[m]][[2]])^2]], {12, -20, 20}], {Ly, -1, 1}], m, 1, Length[fontes2]}}
+ To;
ListT = Table[T5[0, 0, -d, i, 1], {i, 0, 50, 0.025}];
Length[ListT]
ListPlot[ListT]
tfinal = 50;
Nmedições = Length[ListT]
desvmod = 0.05;
\[Sigma]y = desvmod*Max[ListT];
Y = ListT + \[Sigma]y*Table[RandomReal[NormalDistribution[0, 1]],
{Length[ListT]}];
Max[ListT]
tempo = Table[N[i*tfinal/100], {i, 0, 100}];
graf1 = ListPlot[{Table[{tfinal*(i - 1)/Nmedições, Flatten[Y][[i]]}, {i, 1,
Length[Y]}]}, Joined -> {False}, PlotMarkers -> {"O"}, PlotRange ->
Automatic, AxesOrigin -> {0, 0}, Frame -> True, AspectRatio -> 0.75, ImageSize
-> 500, FrameLabel -> {"t", "T(0,t)"}, PlotStyle -> {Red}]
graf2 = ListPlot[{Table[{tfinal*(i - 1)/Nmedições, Flatten[ListT][[i]]}, {i,
1, Length[ListT]}]}, Joined -> {True}, PlotRange -> All, Frame -> True,
AxesOrigin -> {0, 0}, AspectRatio -> 0.75, LabelStyle -> Directive[Black,
Bold], ImageSize -> 450, FrameLabel -> {"t", "T(0,t)"}, PlotStyle -> Black]
Npart = 200;

```

```

Npart1 = 1/Npart;
qiest = Table[0, {i, 1, Nmedições}];
qold = Table[0, {i, 1, Npart}];
gestpf = Table[0, {i, 1, Nmedições}];
Listw = Table[0, {i, 1, Npart}];
Listpartqnew = {};
DesvPad = Table[0, {i, 1, Nmedições}];
etares = Table[0, {i, 1, Npart}];
wres = Table[0, {i, 1, Npart}];
Listqpartold = Table[0, {i, 0, Npart}];
etares[[1]] = 1;
Temprest = Table[0, Nmedições];
ListQest = {};
\[Sigma]rw = 0.05;
qo = 1;
dt = tfinal/Nmedições;
tintff = (E0)*1000 vsol (*Teste inicial*)
Listeffpartold = Table[0, {i, Npart}];
(*=====GERAÇÃO DE PARTÍCULAS INICIAIS=====*)
Do[
    Listeffpartold[[i]] = tintff +
    tintff*\[Sigma]rw*RandomReal[NormalDistribution[0, 1]], {i, 1, Npart}];
Histogram[Listeffpartold]
\[Sigma]T = 0.01;
Listatempres = Table[0, Npart];
DesvPad2 = Table[0, Nmedições];
Listatemp = Table[0, Npart];
Listaefftqnew = Table[0, Npart];
effres = Table[0, {i, Npart}];
etaest = Table[0, Nmedições];
Tintesti = Table[0, Nmedições];
particulason = {};
particulasonreamos = {};
AbsoluteTiming[Do[Do[
    (*=====
PREVISÃO=====
*)

```

```

parteffnew = Listeffpartold[[i]]*(1 +
\[Sigma]rw*RandomReal[NormalDistribution[0, 1]]); Listaefftqnew[[i]] =
parteffnew;
Tempnew = T6[0, 0, -d, k*tfinal/Nmedições, 1, parteffnew];
Tempnewper = Tempnew + \[Sigma]T*RandomReal[NormalDistribution[0, 1]];
Listatemp[[i]] = Tempnewper;

(*=====PESOS=====
=====*)
Listw[[i]] = Exp[-0.5*((Tempnewper - Y[[k]])/\[Sigma]y)^2], {i, 1, Npart}};
AppendTo[particulason, Listaefftqnew];
wtotal = Total[Listw];
wpartin = Listw/wtotal;
Cw = Table[0, {s, 1, Npart}};
U = Table[0, {s, 1, Npart}};
Cw[[1]] = wpartin[[1]];Do[Cw[[i]] = Cw[[i - 1]] + wpartin[[i]]; , {i, 2,
Npart}};
U[[1]] = RandomReal[UniformDistribution[{0, Npart1}]];ir = 1; Do[U[[j]] =
U[[1]] + (j - 1)*Npart1; While[U[[j]] > Cw[[ir]], ir = ir + 1]; etares[[j]]
= Listaefftqnew[[ir]];Listatempres[[j]] = Listatemp[[ir]]; , {j, 1,
Npart}};AppendTo[particulasonreamos, etares];etaest[[k]] =
Mean[etares];DesvPad[[k]] = StandardDeviation[etares];Temprest[[k]] =
Mean[Listatempres];DesvPad2[[k]] =
StandardDeviation[Listatempres];Listeffpartold = etares;Tintesti[[k]] =
T6[0, 0, -d/2, k*tfinal/Nmedições, 1, etaest[[k]] +
\[Sigma]T*RandomReal[NormalDistribution[0, 1]]; , {k, 1, Nmedições}}
g22 = ListPlot[{particulason[[500]], particulasonreamos[[500]]},
PlotLegends -> {"Partículas", "Reamostragem"},
PlotStyle -> {Black, {Red, Dotted, Larger}},
PlotMarkers -> {"*", "o"}}
tempo = Table[i, {i, tfinal/Nmedições, tfinal, tfinal/Nmedições}}; eefestt =
TimeSeries[etaest, {tempo}];
ListLinePlot[etaest, PlotRange -> {{0, 2000}, {0, 5000}}, PlotLabel -> "q
estimado", AxesLabel -> {"Medida", "t"}]
ubd = etaest + 2.576*DesvPad;
lbd = etaest - 2.576*DesvPad;
ubdt = TimeSeries[ubd, {tempo}];
lbdt = TimeSeries[lbd, {tempo}];
Dadosdeqreal = Table[q0, {i, 0, 50, 1}];

```

```

temdeqreal = Table[i, {i, 0, 50, 1}];
q = TimeSeries[Dadosdeqreal, {temdeqreal}]
ListLinePlot[{eefestt, ubdt, lbdt, qrealtempo}, PlotStyle -> {Red, {Purple,
Dashed, Thickness[0.001]}, {Purple, Dashed, Thickness[0.001]}, Black}, Frame
-> True, PlotLegends -> Placed[{"Estimation", "99% IC", "99% IC", "Q
Exact"}, Scaled[{0.8, 0.2}], Framed], ImageSize -> 650, FrameLabel -> {"
Time\!\(\*StyleBox[\\" \", \nFontFamily->\\"Times New Roman\", \nFontSize-
>24, \nFontWeight->\\"Plain\"]\)(s)", "Q estimado (J/s)"}]
Tempexact = Table[T5[0, 0, -d, t, 1], {t, tfinal/Nmedições,
tfinal, tfinal/Nmedições}];
Tempexactt = TimeSeries[Tempexact, {tempo}]
Tempeestint = TimeSeries[Tintesti, {tempo}]
Tempexacttint = TimeSeries[Table[T5[0, 0, -d/2, t, 1], {t, tfinal/Nmedições,
tfinal, tfinal/Nmedições}], {tempo}]
Tempeest = TimeSeries[Temprest, {tempo}]
Tempmedt = TimeSeries[Y, {tempo}];
ubd2 = Temprest + 2.576*DesvPad2; lbd2 = Temprest - 2.576*DesvPad2;
ubdt2 = TimeSeries[ubd2, {tempo}];
lbd2 = TimeSeries[lbd2, {tempo}];
ListLinePlot[{Tempexactt, Tempmedt, Tempeest, ubdt2, lbd2},
Joined -> {True, False, False, True, True},
PlotStyle -> {Black, {RGBColor[1., 0, 0, 0.5],
Dotted}, {RGBColor[{0, 0, 1, 0.5}], Thickness[0.001]}, {Purple,
Dashed, Thickness[0.001]}, {Purple, DotDashed, Thickness[0.001]}},
PlotLegends ->
Placed[{"Exact", "Measures", "Estimation", "99% IC"},
Scaled[{0.85, 0.8}], Framed], ImageSize -> 650, Frame -> True,
FrameLabel -> {" Time\!\(\*
StyleBox[\\" \", \nFontFamily->\\"Times New Roman\", \nFontSize->24, \n
FontWeight->\\"Plain\"]\)(s)", "Temperature, C"},
PlotMarkers -> {"", "O", "*", "", ""}]
ubdint2 = Tintesti + 2.576*DesvPad2; lbdint2 = Tintesti - 2.576*DesvPad2;
ubdtint2 = TimeSeries[ubdint2, {tempo}]; lbdint2 = TimeSeries[lbdint2,
{tempo}];
ListLinePlot[{Tempexacttint, Tempeestint, ubdtint2, lbdint2}, Joined ->
{True, False, True, True}, PlotStyle -> {Black, {RGBColor[{0, 0, 1, 0.5}],
Thickness[0.001]}, {Purple, Dashed, Thickness[0.001]}, {Purple, DotDashed,
Thickness[0.001]}},

```

```
PlotLegends -> Placed[{"Exact", "Estimation", "99% IC"}, Scaled[{0.85,
0.8}], Framed], ImageSize -> 650, Frame -> True, FrameLabel -> {"
Time\!\(\*StyleBox["", \nFontFamily->"Times New Roman", \nFontSize-
>24, \nFontWeight->"Plain"]\)(s)", "Temperature, C"}, PlotMarkers -> {"",
"*, "", ""}, PlotRange -> {{0, 50}, {0, 1000}}]
```