

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO, AGRICULTURA E AMBIENTE
LICENCIATURA PLENA EM CIÊNCIAS: MATEMÁTICA E FÍSICA

DÉBORA PEREIRA DA COSTA

**CONHECIMENTOS DE MEDIDAS DE ÁREA MOBILIZADOS POR MEIO DE
SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS NA PERSPECTIVA DA TEORIA DAS SITUAÇÕES
DIDÁTICAS: UM ESTUDO NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM UMA
ESCOLA PÚBLICA DE HUMAITÁ-AM**

HUMAITÁ - AM

2023

DÉBORA PEREIRA DA COSTA

**CONHECIMENTOS DE MEDIDAS DE ÁREA MOBILIZADOS POR MEIO DE
SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS NA PERSPECTIVA DA TEORIA DAS SITUAÇÕES
DIDÁTICAS: UM ESTUDO NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM UMA
ESCOLA PÚBLICA DE HUMAITÁ-AM**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Ciências: Matemática e Física do Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente da Universidade Federal do Amazonas (IEAA/UFAM) como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Ciências: Matemática e Física.

Orientador: Prof. Me. Valdenildo Alves de Araújo

HUMAITÁ – AM

2023

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

C837c Costa, Débora Pereira da
Conhecimentos de medidas de área mobilizados por meio de sequências didáticas na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas : um estudo no 6º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública de Humaitá-AM / Débora Pereira da Costa . 2023
56 f.: il. color; 31 cm.

Orientador: Valdenildo Alves de Araújo
TCC de Graduação (Licenciatura Plena em Ciências - Matemática e Física) - Universidade Federal do Amazonas.

1. Educação Matemática. 2. Área de retângulos. 3. Teoria das Situações Didáticas. 4. Engenharia Didática. 5. Jogos didáticos. I. Araújo, Valdenildo Alves de. II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

Aos meus pais, que me deram a vida e todas as condições para chegar onde cheguei e ser quem sou.

AGRADECIMENTOS

Todos nós somos seres inseridos em um meio social. No meu meio, composto por diversas pessoas, pude contar com o apoio de algumas delas. Aqui expresso meus curtos, porém sinceros, agradecimentos a todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

À minha mãe, Maricelma, por entender as dificuldades de se fazer um curso de nível superior e por me dar todo o apoio que precisei, por cuidar para que eu sempre me alimentasse direito e por ter zelado pela minha saúde quando eu já havia me esquecido desse detalhe.

Ao meu pai, José Hosano, por ter sido meu primeiro professor. Por me ensinar a ler, a escrever e a contar, por sempre trazer um livro para mim a cada vez que voltava de uma viagem de trabalho. Pelo apoio financeiro, para que eu, mesmo tendo trabalhado no último ano da faculdade, não tenha necessitado fazer do emprego meu principal objetivo do momento.

Ao professor Valdenildo Alves de Araújo, por ter aceitado a árdua tarefa de me orientar neste trabalho, pelo tempo dedicado e, principalmente, pela enorme paciência.

Aos professores da banca examinadora, professor Leonardo Dourado de Azevedo Neto e professor Jonatha Daniel dos Santos, pela importantes contribuições e seriedade com a qual trataram esta pesquisa.

Aos demais professores do curso, pela oportunidade de compartilhar conhecimentos e por promover meios para meu desenvolvimento pessoal e profissional.

Aos colegas que conheci no instituto, pelos diversos momentos de descontração em meio ao “caos” da faculdade. De modo muito especial, agradeço ao meu (mais que) amigo Jonas Soares Ramos, por ter sido minha dupla durante todo o curso. Espero contar com sua parceria e companheirismo por toda a minha vida, porque alguém precisa me lembrar de beber água com frequência.

À direção da escola em que a pesquisa foi realizada e, de modo particular, à professora de matemática do 6º ano, que se disponibilizou a me ajudar no que eu precisasse.

Aos pais das alunas participantes e a cada uma delas, por terem aceitado compartilhar seus saberes e boas energias comigo. Pude aprender muito com cada uma de vocês.

Por fim, a todos os meus familiares, que não citarei nomes para não correr o risco de esquecer alguém e causar intriga. Por favor, sem brigas. Amo vocês e obrigada por sempre acreditarem em mim.

O que se deseja é que o professor deixe de ser um orador, satisfeito com a transmissão de soluções já prontas. Seu papel deve ser mais como o de uma iniciativa e pesquisa estimuladora de mentores.

Jean Piaget

RESUMO

O objetivo dessa pesquisa é compreender como os conhecimentos de medidas de área podem ser mobilizados pelos alunos por meio de sequências didáticas. Para isso, utilizamos a Teoria das Situações Didáticas, proposta por Guy Brousseau, como referencial teórico desta pesquisa; na qual nos baseamos para a construção das sequências didáticas propostas. Utilizamos também a Engenharia Didática, proposta por Michèle Artigue, como referencial metodológico, fundamentando nossas técnicas de análise de resultados. Nas sequências didáticas elaboradas, utilizamos um jogo didático e materiais manipuláveis. A aplicação ocorreu em 3 sessões, com 4 alunas do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Humaitá-AM. Durante esse processo foram coletados registros de áudio e gravações, fotografias e registros escritos das alunas. As alunas mobilizaram conhecimentos de medidas de área de retângulos sendo capazes de, sem indicação intencional dos pesquisadores, deduzir a equação para o cálculo de área de retângulos de forma totalmente intuitiva e não formalizada. Elas também elaboraram conjecturas que mobilizaram não apenas conhecimentos geométricos, como também aritméticos. O uso do jogo didático foi um fator positivo, pois, apesar da vitória ser algo a ser conquistado individualmente, notou-se uma competição saudável com destaque para o companheirismo e colaboração mútua entre as alunas. Por fim, concluímos que a Teoria das Situações Didáticas associada à Engenharia Didática são boas alternativas para o desenvolvimento de aulas que visem colocar o aluno como construtor de seu próprio conhecimento.

Palavras-chave: Educação Matemática. Área de retângulos. Teoria das Situações Didáticas. Engenharia Didática. Jogos didáticos.

ABSTRACT

The objective of this research is to understand how knowledge of area measurements can be mobilized by students through didactic sequences. For this, we used the Theory of Didactic Situations, proposed by Guy Brousseau, as a theoretical reference for this research; on which we base ourselves for the construction of the proposed didactic sequences. We also used Didactic Engineering, proposed by Michèle Artigue, as a methodological reference, basing our result analysis techniques. In the elaborated didactic sequences, we used a didactic game and manipulative materials. The application took place in three sessions, with four students from the 6th year of elementary school in a public school in Humaitá-AM. During this process, audio recordings and recordings, photographs and written records of the students were collected. The students mobilized knowledge of measuring the area of rectangles, being able, without intentional indication from the researchers, to deduce the equation for calculating the area of rectangles in a totally intuitive and non-formalized way. They also elaborated conjectures that mobilized not only geometric knowledge, but also arithmetic. The use of the didactic game was a positive factor, because, although victory is something to be conquered individually, there was a healthy competition with an emphasis on companionship and mutual collaboration between the students. Finally, we conclude that the Theory of Didactic Situations associated with Didactic Engineering are good alternatives for the development of classes that aim to place the student as a builder of his own knowledge.

Keywords: Mathematics Education. Area of rectangles. Theory of Didactic Situations. Didactic Engineering. Didactic games.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|----|
| Figura 1: O Triângulo das Situações Didáticas | 14 |
| Quadro 1: Habilidades relacionadas ao estudo de área apresentadas na BNCC..... | 23 |
| Figura 2: Kit de materiais do jogo | 31 |
| Figura 3: Peças retangulares – à esquerda, peças vazias; à direita, peças com cubinhos..... | 31 |
| Figura 4: Aluna manipulando as peças retangulares e os cubinhos | 37 |
| Figura 5: As alunas jogam e anotam suas estratégias..... | 41 |
| Figura 6: Anotações de Maryam | 42 |
| Figura 7: Anotações de Michele..... | 42 |
| Figura 8: Anotações de Michele após a validação da casa 31 | 43 |
| Figura 9: Anotações de Alexandra após a validação da casa 31 | 43 |

SUMÁRIO

| | |
|---|----|
| INTRODUÇÃO | 9 |
| CAPÍTULO 1: REFERENCIAIS TEÓRICO E METODOLÓGICO | 13 |
| 1.1 Teoria das Situações Didáticas | 13 |
| 1.2 Engenharia Didática | 16 |
| CAPÍTULO 2: ANÁLISES PRELIMINARES | 18 |
| 2.1 Aspectos históricos | 18 |
| 2.2 O ensino de geometria no Brasil | 20 |
| 2.3 As medidas de área em documentos normativos | 22 |
| 2.4 Recursos didáticos: o material didático manipulável | 24 |
| 2.5 Recursos didáticos: o uso de jogos | 25 |
| 2.6 Revisão teórica | 27 |
| CAPÍTULO 3: SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS, EXECUÇÃO E RESULTADOS OBTIDOS | 30 |
| 3.1 A atividade | 30 |
| 3.1.1 Materiais do jogo..... | 30 |
| 3.1.2 Regras..... | 32 |
| 3.1.3 Estratégia vencedora | 32 |
| 3.2 Local de pesquisa e participantes | 33 |
| 3.3 Análise a priori | 34 |
| 3.4 Experimentação e análise a posteriori e validação | 36 |
| 3.5 Considerações sobre as sessões | 46 |
| CONSIDERAÇÕES FINAIS | 48 |
| REFERÊNCIAS | 50 |
| APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA PAIS OU RESPONSÁVEIS LEGAIS | 53 |

INTRODUÇÃO

A geometria está presente no nosso cotidiano tanto nas formas da natureza quanto nas produções do homem, como em construções e mapas. É um dos ramos mais antigos e consolidados da matemática, de modo que, para Boyer (1974, p. 4), é arriscado sugerirmos uma data para o seu “nascimento”, “pois os primórdios do assunto são mais antigos que a arte de escrever”. Isto porque é possível identificar em desenhos pré-históricos uma provável necessidade de reconhecer figuras e comparar suas formas e tamanhos. Entretanto, não há registros de que esta interpretação é realmente verdadeira.

Entre as nações que trouxeram contribuições para a matemática, duas que se destacam são Egito e Mesopotâmia. No Egito, as constantes enchentes do rio Nilo levavam à necessidade periódica da realização de novas medições para a demarcação de terras, dando à geometria um cunho totalmente prático. O nome “geometria” surge apenas tempos depois¹, quando a influência grega inicia um estudo mais sistemático sobre essa temática.

A geometria passou por muitas mudanças após a influência de várias personalidades gregas, dentre as quais destaca-se Euclides de Alexandria²; bem como se expandiu em outras áreas e subáreas ao agregar-se a outros campos de estudo (como a álgebra, dando origem à geometria analítica³). Os estudos foram avançando ao longo do tempo, mas os conceitos relativos às medidas de área permaneceram praticamente imutáveis e são utilizados até os dias de hoje.

Ainda que seja historicamente ligado à geometria, o estudo sobre medidas de área, que é objeto matemático de pesquisa deste presente trabalho, foi realocado em outro eixo de conteúdos tanto nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 1997, 1998) quanto na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018): A Unidade Temática⁴ **Grandezas e Medidas**. Entretanto, como boa parte dos autores utilizados neste trabalho referem-se a este conteúdo como parte da geometria, faremos constantes menções a este tema.

¹ Não se tem uma data exata para este acontecimento. É sabido, porém, que o reino do Egito foi formado muito provavelmente por volta de 3500 a.C., enquanto é provável que a Grécia tenha surgido a partir de 2000 a.C. (BOYER, 1974; EVES, 2011)

² Euclides de Alexandria (c. 330 a.C. – c. 260 a.C.) foi um matemático grego conhecido como o principal geometa de sua época. Em sua obra *Os Elementos*, ele estabeleceu axiomas e postulados sobre a chamada geometria euclidiana (ou geometria clássica) (BOYER, 1974; EVES, 2011)

³ A geometria analítica foi proposta por René Descartes (1596 – 1650), filósofo e matemático francês. Sua proposta é de representar elementos geométricos sob o olhar da álgebra, sendo possível equacioná-los; bem como representar equações algébricas sob o olhar da geometria.

⁴ Nos PCNs, a Unidade Temática é chamada de Bloco.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018), estudar as grandezas, as medidas e as relações entre elas é importante pois são fundamentais para a percepção e entendimento da realidade, favorecendo a associação entre a matemática e outras áreas de conhecimento e contribuindo para a consolidação de outros temas da própria matemática, como a aritmética, a álgebra e outras noções geométricas.

O estudo das medidas de área começa a ser inserido no 3º ano do Ensino Fundamental I, através da comparação da área de figuras por superposição. No 4º ano a noção de área deve ser desenvolvida com o uso de malhas quadriculadas e no 5º ano iniciam-se os estudos envolvendo as unidades convencionais e outras unidades de medida, bem como relações aritméticas de área e perímetro de figuras poligonais.

Já no 6º ano do Ensino Fundamental, série na qual se encontram os sujeitos desta pesquisa, os tópicos relacionados às medidas de área visam desenvolver a habilidade de resolver e elaborar problemas envolvendo a área de triângulos e retângulos sem o uso de fórmulas e preferencialmente contextualizados (BRASIL, 2018). Iremos nos basear nesta habilidade para elaborar a atividade proposta nesta pesquisa.

Antes de chegar nos ensino de medidas de área nos dias atuais, porém, o ensino de geometria (e de matemática, de uma forma geral) passou por algumas mudanças. Uma das mais marcantes aconteceu nas décadas de 60 e 70, quando o Brasil e outros países do mundo foram influenciados por um movimento denominado Matemática Moderna⁵, que buscava aproximar a matemática escolar da matemática desenvolvida por pesquisadores. De acordo com os PCNs (BRASIL, 1998, p. 19), “O ensino passou a ter preocupações excessivas com formalizações, distanciando-se das questões práticas”, o que comprometeu o aprendizado de alguns campos da matemática, incluindo a geometria.

Para Duval (2016, p. 13, tradução nossa), a geometria é a área de conhecimento “[...] que exige a atividade cognitiva mais completa, pois apela ao gesto, à linguagem e ao olhar. Aí é preciso construir, raciocinar e ver, indissociavelmente”. Ainda, Duval (2016) afirma que este é um dos campos mais difíceis de se ensinar, pois suas ideias foram praticamente transformadas em situações abstratas, em muitos casos perdendo seus significados originais e ganhando um aspecto mecânico.

⁵ O Movimento Matemática Moderna inicia-se no contexto do período pós-Segunda Guerra Mundial, onde Estados Unidos e União Soviética passaram a disputar pela produção de tecnologia. Dessa forma, a racionalidade técnica passa a prevalecer, de modo que o ensino formal da matemática, útil para a ciência, começa a ganhar força desde o ensino básico até as universidades. Aos poucos, este movimento deixa de ser limitado a estes dois países e começa a se espalhar pelo mundo (SILVA, 2009).

Este mal sucesso no ensino da geometria também pode ser atribuído, conforme afirmam Gabriel e Allevato (2018), ao despreparo de alguns professores, embora acreditemos que essa discussão seja muito mais extensa para ser resumida em uma única afirmação. Os PCNs (BRASIL, 1997, 1998) explicitam que a prática mais frequente no ensino da matemática é a oral, onde o professor expõe o conteúdo e depois passa exercícios, pressupondo que o aluno aprenderá pela reprodução e repetição. Entretanto, “Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos” (BRASIL, 1998, p. 37).

Tanto a BNCC (BRASIL, 2018) quanto os PCNs (BRASIL, 1997, 1998) defendem que a atividade matemática no Ensino Fundamental deve estar relacionada à construção e apreensão de significados do conhecimento visado por parte do aluno, principalmente através das conexões que ele estabelecerá entre este conhecimento e o seu cotidiano. Por isso, iremos nos basear na Teoria das Situações Didáticas, desenvolvida por Guy Brousseau, “[...] que trata de formas de apresentação, a alunos, do conteúdo matemático, possibilitando melhor compreender o fenômeno da aprendizagem da Matemática” (FREITAS, 2012, p. 77). Esta teoria apresenta uma dinâmica que permite que o aluno atue com autonomia, necessitando cada vez menos da intervenção do professor na mobilização de seu próprio conhecimento.

A Teoria das Situações Didáticas é constantemente associada à metodologia descrita pela Engenharia Didática de Michèle Artigue, que trata de um processo empírico onde os dados são extraídos da realidade e comparados às hipóteses levantadas, em um laboratório de pesquisa que pode ser a sala de aula, a escola ou a sociedade (MACHADO, 2012). Utilizaremos a Engenharia Didática como referencial metodológico desta pesquisa.

Aplicando estas teorias ao ensino de medidas de área, buscamos, com este estudo, responder à seguinte questão orientadora: *Que conhecimentos de medidas de área podem ser mobilizados por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Humaitá-AM?*

Para respondê-la, traçamos como objetivo geral **compreender como conhecimentos de medidas de área podem ser mobilizados pelos alunos por meio de sequências didáticas.**

Para atingir o objetivo geral, definimos dois objetivos específicos. O primeiro trata de **analisar conhecimentos de medidas de área de retângulos mobilizados por alunos do 6º ano do ensino fundamental** e o segundo busca **verificar possibilidades de simulações, elaboração de estratégia e conjecturas envolvendo o conteúdo de medidas de área por meio de um jogo didático.**

Este trabalho está organizado em três capítulos. O capítulo 1, intitulado **Referenciais teórico e metodológico**, discorre sobre elementos da Teoria das Situações Didáticas e da Engenharia Didática, que embasam esta pesquisa. O capítulo 2, nomeado **Análises preliminares**, traz alguns tópicos sobre aspectos históricos do estudo de medidas de área e como este assunto é tratado em documentos normativos, além de uma breve discussão sobre o uso de jogos e de materiais didáticos no ensino de matemática. Ademais, também traz a revisão teórica deste trabalho. Já o capítulo 3, cujo título é **Seqüências didáticas, execução e resultados obtidos**, trata dos aspectos práticos da pesquisa, desde sua produção até sua aplicação e os produtos decorrentes desta.

CAPÍTULO 1: REFERENCIAIS TEÓRICO E METODOLÓGICO

Neste capítulo, expomos os principais elementos relacionados às teorias que embasam esta pesquisa. Como referencial teórico dispomos das ideias apresentadas pela Teoria das Situações Didáticas, de autoria de Guy Brousseau; e como referencial metodológico, apoiamos-nos na Engenharia Didática descrita por Michèle Artigue.

1.1 Teoria das Situações Didáticas

Em contraposição ao movimento da Matemática Moderna em meados do século XX, vários pesquisadores franceses publicaram estudos que deram início à influência francesa dentro da Didática da Matemática. A Teoria das Situações Didáticas desenvolvida por Guy Brousseau é um desses estudos, sendo referencial teórico do presente trabalho.

Brousseau inspirou-se na teoria construtivista de Jean Piaget, defendendo que “O aluno aprende adaptando-se a um meio que é um factor de contradições, de dificuldades, de desequilíbrios [...]. Este saber, fruto da adaptação do aluno, manifesta-se através de respostas novas, que são a prova da aprendizagem.” (BROUSSEAU, 1996, p. 49)⁶. Deve-se então utilizar um sistema de interações que provoque as adaptações ao meio para que ocorra a aprendizagem.

O **meio** é o sistema antagonista ao aluno, onde se provocam as mudanças de forma a desafiá-lo a encontrar respostas através de sua adaptação (FREITAS, 2012). Este meio pode ser tanto material, como textos e jogos; quanto o próprio ambiente em que o aluno está inserido. É no meio onde ocorrem as interações, que são chamadas de **situações**.

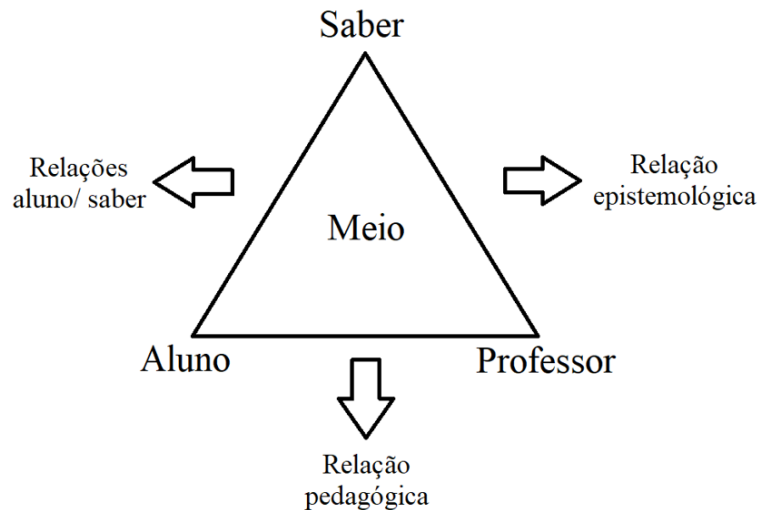
Estas situações, que podem ser dadas a partir de problemas ou exercícios, não podem ser preparadas de qualquer maneira; mas devem ser concebidas e elaboradas pelo professor com o objetivo de provocar no aluno as adaptações necessárias de modo a fazê-lo evoluir por si próprio. Estas situações são nomeadas **situações didáticas**.

Para Pais (2002, p. 65, grifo do autor), “Uma *situação didática* é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre o professor, os alunos e o saber, com a finalidade de desenvolver atividades voltadas para o ensino e para a aprendizagem de um conteúdo específico”. É possível notar que uma situação didática se faz com três elementos: o professor, o aluno e o saber matemático; a ausência de qualquer um deles não caracteriza uma situação

⁶ Este texto-fonte está escrito em português conforme falado em Portugal. Por isso, certas palavras apresentam uma grafia diferente da encontrada no Brasil.

didática. Essas relações são frequentemente representadas através de um triângulo, conforme a Figura 1.

Figura 1: O Triângulo das Situações Didáticas



Fonte: de autoria própria com base em BROUSSEAU (1996, 2008)

Cada um destes elementos, em especial o aluno e o professor, possui um papel muito bem definido caracterizado pelo que chamamos de **contrato didático**, que trata de “[...] uma relação que determina – explicitamente – em pequena parte, mas sobretudo implicitamente – aquilo que cada parceiro, o professor e o aluno, tem a responsabilidade de gerir e pelo qual será, de uma maneira ou de outra, responsável perante o outro” (BROUSSEAU, 1996, p. 51).

O papel do professor, dentro do contrato didático, é o inverso do investigador. O investigador se depara com um problema, elabora hipóteses, realiza testes e chega a uma solução, que é, por fim, o conhecimento. O professor, por sua vez, já possui uma relação epistemológica com o conhecimento. Com isso, o caminho feito por ele é o contrário, pois, já em posse do conhecimento, ele deve ofertar uma recontextualização deste em forma de problemas. Ainda, conforme Brousseau (2008, p. 34-35)

Tais problemas, escolhidos de modo que o estudante os possa aceitar, devem fazer, pela própria dinâmica, com que o aluno atue, fale, reflita e evolua. Do momento em que o aluno aceita o problema como seu até aquele em que se produz a resposta, o professor se recusa a intervir como fornecedor dos conhecimentos que quer ver surgir.

Outra característica do papel do professor é que este deve ser mediador, sempre que necessário, entre aluno e o saber matemático; o que caracteriza a relação pedagógica. É dessa

mediação que surge a mobilização do conhecimento, e tal processo deve ser feito com o máximo de cautela, para que não haja comprometimento neste processo por parte do aluno.

Quando o aluno, ao se envolver profundamente com o problema proposto, toma para si o papel de um pequeno cientista, isto é, o papel de elaborar hipóteses e teorias e realizar testes para enfim chegar a um resultado; quando aceita este problema como seu, dizemos que houve a **devolução**. Bittar (2017, p. 111) esclarece que a maior característica da devolução é quando as ações do aluno “[...] não são motivadas pelo desejo de satisfazer a uma expectativa do professor, mas pelo desejo genuíno de resolver o desafio/problema posto pela situação; ele realiza investigações e é plenamente corresponsável pela construção do seu conhecimento”.

Nesta situação descrita por Bittar (2017), podemos notar um caso particular de uma situação didática, quando o aluno, sem nenhuma indicação ou direcionamento intencional do professor, consegue atribuir significado ao novo conhecimento adquirido. Dizemos que ali está uma **situação adidática**.

É importante explicitar que as situações adidáticas podem ocorrer diversas vezes dentro das situações didáticas. Por isso, são classificadas em situações adidáticas de ação, de formulação e de validação.

Para Pais (2002, p. 72, grifo do autor), “Uma *situação de ação* é aquela em que o aluno realiza procedimentos mais imediatos para a resolução de um problema, resultando na produção de um conhecimento de natureza mais experimental e intuitiva do que teórica.” Esta fase inicia-se no momento em que há a devolução, isto é, quando o aluno aceita o problema como seu, e busca, neste primeiro momento, resolvê-lo através de uma abordagem mais lúdica.

Quando o aluno, a partir desse primeiro contato, começa a elaborar estratégias e conjecturas sobre a solução do problema proposto utilizando de algum esquema de natureza teórica, isto é, saindo da abordagem lúdica e entrando no conhecimento visado de maneira mais sistemática, estamos diante de uma **situação de formulação**. O raciocínio apresentado é mais elaborado e se utiliza de informações adquiridas na fase anterior.

Por fim, é preciso verificar se as conjecturas elaboradas pelo aluno são ou não verdadeiras, o que corresponde às **situações de validação**. Pais (2002, p. 73) defende que “Esse tipo de situação está relacionado ao plano da argumentação racional e, portanto, está voltada para a questão da veracidade do conhecimento.”

Ainda que não sejam consideradas situações adidáticas, também faz parte do processo as **situações de institucionalização**. De acordo com Pais (2002, p. 73 – 74, grifo do autor),

As *situações de institucionalização* têm a finalidade de buscar o caráter objetivo e universal do conhecimento estudado pelo aluno. Sob o controle do professor, é o momento onde se tenta proceder a passagem do conhecimento, do plano individual e particular, à dimensão histórica e cultural do saber científico.

Uma vez que o professor aparece como um elemento constituinte da discussão dirigida nesta fase de institucionalização, a situação volta a ser caracterizada como uma situação didática. O professor sintetiza conjecturas formuladas pelos alunos.

Visando um ensino onde o aluno ganha protagonismo na construção de seu conhecimento, o uso da Teoria das Situações didáticas torna-se uma ferramenta importante ao possibilitar, mediante a aplicação de seus conceitos e ideias, que os alunos sintam-se seguros de sua própria capacidade.

1.2 Engenharia Didática

A Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa que se iniciou com Yves Chevallard e Guy Brousseau, sendo desenvolvida e propagada por Michèle Artigue e pertencendo ao quadro de teorias da influência francesa na Didática da Matemática.

Esta metodologia é descrita como semelhante ao papel de um engenheiro, que se apoia nos conhecimentos científicos de sua área, mas, ao mesmo tempo, trabalha com elementos mais complexos do que os apurados pela ciência, de modo que é necessário enfrentar problemas que a ciência não pode levar em conta (ARTIGUE, 1996).

De acordo com Artigue (1996, p. 196),

A engenharia didáctica, vista como metodologia de investigação, caracteriza-se antes de mais por um esquema experimental baseado em <<realizações didáticas>> na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino.⁷

Isto é, a Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa cujo processo de experimentação, que possui etapas (chamadas fases) bem definidas, está centrado na sala de aula. Baseia-se no uso de sequências de ensino, também chamadas **sequências didáticas**, oferecendo suporte na construção e aplicação bem como na análise dos resultados obtidos. Para Pais (2002, p. 102, grifo do autor) “Uma *sequência didática* é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de

⁷ O texto-fonte está escrito em português conforme falado em Portugal. Por isso, certas palavras apresentam uma grafia diferente da encontrada no Brasil.

aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática.” Estas aulas também são chamadas de sessões.

A Engenharia Didática é composta por quatro fases: as análises preliminares; concepção e análise *a priori*; experimentação; e análise *a posteriori* e validação. As **análises preliminares**, conforme descreve Machado (2012, p. 238), “[...] são feitas através de considerações sobre o quadro teórico didático geral e sobre conhecimentos didáticos já adquiridos sobre o assunto em questão”, isto é, servem de apoio para a elaboração da sequência didática que será aplicada, pois permite o contato com um quadro teórico de embasamento para a pesquisa. Esta etapa consiste, resumidamente, em buscar informações sobre a importância do conteúdo almejado, como ele é ensinado e quais são as concepções prévias e dificuldades dos alunos, levando em consideração o que se pretende alcançar com o estudo.

Adquiridas as informações nas análises preliminares, o pesquisador deve começar a elaborar a sequência didática e as atividades que a compõem; esta elaboração corresponde à fase de **concepção e análise a priori**. Durante esta fase, o pesquisador define e investiga um certo número de variáveis chamadas **variáveis de comando**, consideradas pertinentes para provocar a mobilização do conhecimento visado no aluno. Cada uma dessas variáveis “[...] é minuciosamente analisada, pensando-se em possíveis estratégias, corretas ou não, a serem utilizadas pelos alunos e em dificuldades que esses poderão encontrar. A análise a priori está, assim, relacionada com a racionalização da concepção da sequência didática” (BITTAR, 2017, p. 114-115).

A terceira fase consiste na **experimentação**, onde Artigue (1996) não se prolonga tanto pois diz se tratar de uma fase clássica. Pais (2002) chama a esta fase de **aplicação de uma sequência didática**, onde o contrato didático é estabelecido e a sequência didática elaborada na fase anterior é aplicada, com o recolhimento dos dados através de produções dos alunos e de observações e registros realizados nas sessões de ensino. Nos casos onde a sequência didática é elaborada com base na Teoria das Situações Didáticas, é na fase da experimentação que observamos o acontecimento dos três tipos de situações adidáticas e também realizamos a institucionalização.

A quarta e última fase trata da **análise a posteriori e validação**, que aborda a análise dos dados colhidos ao longo da experimentação. Esta análise se apoia em uma comparação entre os resultados obtidos e as hipóteses formuladas através das variáveis de controle durante a construção da sequência didática na fase da análise *a priori*. Desta análise comparativa, isto é, deste confronto de dados surge a validação (ou não) das hipóteses desenvolvidas.

CAPÍTULO 2: ANÁLISES PRELIMINARES

Neste capítulo trazemos a primeira etapa de nosso referencial metodológico, que trata das análises preliminares. Nesta fase, buscamos informações que foram consideradas pertinentes para a contextualização de elementos da pesquisa, como os relacionados ao objeto matemático de estudo e sobre os recursos didáticos a serem utilizados, bem como buscamos embasamento em trabalhos anteriores.

2.1 Aspectos históricos

A noção geométrica é uma antiga conhecida da humanidade. Um dos primeiros tópicos geométricos que entram em discussão na história surge com um fenômeno natural que é comum em rios perenes, isto é, que correm durante todo o ano: as fases de cheia e as fases de seca. São exemplos de rios perenes o Rio Amazonas; o Rio Madeira, que margeia a cidade de Humaitá-AM; e o Rio Nilo, na África.

Conforme descrevem Eves (2011) e Boyer (1974), o Nilo transbordava e alagava as margens em sua fase de cheia; já em suas fases de seca, o rio retornava ao seu curso d'água considerado normal e deixava margens férteis e prontas para o plantio. Entretanto, demarcações feitas anteriormente eram apagadas; havia sempre a necessidade da realização de novas medições. Isso porque o tamanho da terra era proporcional ao imposto que a pessoa deveria pagar ao governo egípcio, portanto essas demarcações deveriam ter certa precisão em suas medidas. Daí, surge a primeira noção de medição de área e, subsequentemente, sua relação com algumas formas geométricas.

Os principais registros referentes à geometria, que era relacionada à medida de área das terras, são descritos nos papiros de Moscou⁸ e Rhind (ou Ahmes)⁹ (BOYER, 1974). Neles, há apontamentos de que os egípcios sabiam a regra geral para encontrar a área de retângulos, bem como de triângulos retângulos, triângulos isósceles e trapézios retângulos, além de cálculos de volume e estimativas para o cálculo de área do círculo¹⁰.

⁸ Papiro com data aproximada de 1850 a.C. contendo 25 problemas que já eram antigos quando foram compilados neste manuscrito. Também é chamado de Golenischev, nome do colecionador russo que o adquiriu em 1893 e posteriormente o vendeu ao museu de Moscou (EVES, 2011).

⁹ Papiro com data aproximada de 1650 a.C. contendo 85 problemas. É chamado de papiro Ahmes, devido ao escriba egípcio que o compilou; ou de papiro Rhind, nome do escocês Henry Rhind, que o adquiriu no Egito e mais tarde o vendeu ao museu britânico (EVES, 2011).

¹⁰ A área do círculo era comparada à área de quadrados. Isto levava a um valor de π de $3 \frac{1}{6}$ (aproximadamente 3,17), um valor bem elogiável (BOYER, 1974).

Próximo ao Egito, na região da Mesopotâmia, os cidadãos também faziam suas constatações sobre noções de área, desta vez com os rios Tigre e Eufrates. Os mesopotâmicos faziam comparações entre as medidas de área e os quadrados dos lados de polígonos regulares de três a sete lados, obtendo relações aritméticas entre elas (BOYER, 1974).

Com o avanço da civilização grega, provavelmente a partir dos anos 2000 a. C., os gregos importaram os conhecimentos de área dos egípcios e mesopotâmicos e fizeram suas próprias contribuições. Uma delas é o próprio nome “geometria”, do grego, *geo* = terra e *metria* = medir, dando esta ideia de medição da terras.

A geometria, porém, não se limita apenas ao estudo de medidas de área, mas também abrange o estudo de ângulos, retas paralelas e perpendiculares, figuras geométricas e medidas de volume, dentre outros tópicos.

Um dos principais nomes da geometria é Euclides de Alexandria (c. 330 a.C. – c. 260 a.C.), autor de **Os Elementos**, que, segundo Boyer (1974, p. 77) é a obra “[...] mais renomada da história da matemática”. Está dividida em 13 capítulos (ou livros) dos quais os seis primeiros tratam de geometria plana (unidimensional e bidimensional), enquanto os três últimos falam sobre geometria espacial (tridimensional)¹¹. Muito provavelmente Euclides compilou alguns conhecimentos da época para escrever sua obra, também fazendo suas contribuições; entretanto, o que está escrito nela dá base à chamada geometria euclidiana (ou geometria clássica), caracterizada por acontecer no espaço tridimensional conhecido como euclidiano (BOYER, 1974; EVES, 2011).

O espaço euclidiano também é chamado de espaço cartesiano, pois pode ser representado num espaço de coordenadas cartesianas. Este, caracterizado pela presença de elementos vetoriais, foi introduzido por René Descartes (1596 – 1650), importante matemático e filósofo francês. Descartes também foi responsável por introduzir, representando no espaço cartesiano, elementos da geometria na álgebra e da álgebra na geometria, ocasionando na geometria cartesiana ou, como é mais conhecida, a geometria analítica.

A geometria euclidiana é formada, portanto, pelas geometrias plana, espacial e analítica, todas bem situadas no espaço euclidiano ou cartesiano. Para além desse espaço, outras geometrias também foram se desenvolvendo: as chamadas geometrias não-euclidianas¹². Os estudos sobre geometria como um todo foram avançando ao longo do tempo, conforme a

¹¹ Os quatro capítulos restantes, XVI, XVII, XIX e X, tratam sobre a Teoria dos Números, números incomensuráveis e tópicos de álgebra.

¹² Estas geometrias, das quais podemos citar a esférica e a hiperbólica, não se situam num espaço euclidiano, apresentando suas próprias propriedades que vão além das descritas nos axiomas de *Os Elementos* de Euclides.

necessidade; mas os conceitos relativos às medidas de área, que foram associados à atividade da agrimensura desde os primórdios, permaneceram os mesmos.

2.2 O ensino de geometria no Brasil

O ensino formalizado e nos padrões europeus da época chegou ao Brasil junto com os portugueses e, por cerca de duzentos anos, foi responsabilidade dos jesuítas. Apesar disso, ensinar matemática não era prioridade. O ensino da matemática, especificamente o da geometria, começou a apresentar relevância no Brasil a partir de 1648, devido às necessidades provindas de guerras, sendo seu principal objetivo auxiliar no desenvolvimento de armas e fortificações.

A partir de 1699, Portugal passou a enviar especialistas para o Brasil, para formar pessoas capacitadas para tal. “Foi durante esse período que o ensino de Geometria ganhou força no Brasil, sendo que a partir de 1738, tornou-se obrigatório a todo militar que almejasse ser um oficial, fazer esse curso” (MENESES, 2007, p. 23). Os dois primeiros livros relacionados a esse tema foram escritos em português somente em 1744, trazendo tópicos sobre ponto, retas, paralelismo, ângulos, circunferências e elementos de trigonometria e geralmente apresentavam o conteúdo na forma de definição seguida de uma breve explicação e um exemplo numérico.

Teixeira (2018, p. 26) expõe que “[...] a necessidade de noções geométricas foi tão grande na área militar a ponto de ter sido incorporado esse conhecimento aos currículos oficiais em anos subsequentes”. Com o passar dos anos, estes conhecimentos matemáticos também foram agregados a cursos de nível superior, e, com a grande valorização recebida, o ensino da geometria e de outros tópicos, como aritmética e álgebra, deixaram de ter um caráter somente militar e específico. Aos poucos essas disciplinas tornaram-se parte de uma cultura escolar geral, sendo consideradas necessárias à formação humana.

A criação dos colégios também impulsionou o surgimento e caracterização das disciplinas escolares. Meneses (2007, p. 45) explica que

“[...] a criação das escolas determinou o surgimento de metodologias específicas para o ensinamento desses conhecimentos e essas metodologias, por propiciarem aos alunos uma aprendizagem diferente da posta pela sociedade e pela família, que eram as mais usuais antes da criação da escola, podem ser apontadas como uma nova forma de organização da disciplina.”

Os primeiros livros de geometria enquanto disciplina apresentavam uma forma de exposição de conteúdo na qual muitos tópicos eram tidos como verdade sem nenhuma

explicação a respeito. Já no final do século XIX, eles começaram a incluir exercícios que serviam para que os alunos pudessem praticar os conteúdos vistos, mostrar dificuldades e se sentirem mais preparados para os exames de admissão para o ensino superior. A geometria enquanto disciplina escolar vai, aos poucos, estabelecendo-se dentro do modelo lógico-dedutivo, onde os alunos praticavam muitos exercícios de memorização.

No início do século XX, o avanço da indústria, modernização de máquinas e expansão territorial da Revolução Industrial para além dos países europeus começaram a afetar o nível de escolarização dos trabalhadores, através da exigência de qualificação da mão de obra. Este fator também chegou ao Brasil, levando à promulgação da Reforma Francisco Campos¹³ em 1931. Esta reforma objetivava uniformizar o ensino em todo o território do país, “[...] estabelecia uma mudança de paradigma para o ensino secundário brasileiro e as disciplinas escolares da época passariam a ter um outro caráter, que não simplesmente, preparar para os exames do ensino superior” (MENESES, 2007, p. 88-89).

As constantes tensões entre Estados Unidos e União Soviética que surgiram após o fim da Segunda Guerra Mundial¹⁴ também influenciam, dentre várias outras coisas, no ensino da matemática no Brasil e no mundo. O avanço da tecnologia gerado na época levou a uma reformulação no currículo de certas disciplinas escolares. Neste contexto, na década de 60, surgiu o Movimento Matemática Moderna, que, de acordo com os PCNs (BRASIL, 1998, p. 19) “[...] nasceu como um movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica e foi posta na linha de frente por se considerar que, juntamente com a área de Ciências Naturais, ela se constituía via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico”.

A ideia era ensinar matemática conforme suas estruturas formalizadas, com um alto nível de rigor lógico, generalidade, abstração, axiomatização e distanciamento entre a matemática pura e a aplicada (SILVA, 2009). Com isso, aproximava-se da matemática vista pelos pesquisadores e distanciava-se dos alunos, especialmente os do Ensino Fundamental, devido às suas excessivas preocupações com rigor e formalismo e mecanização de processos. O ensino de geometria foi um dos mais afetados por esse processo, sendo, inclusive, deixado de lado durante um tempo.

¹³ Francisco Campos (1891 – 1968) foi jurista, advogado, professor e político brasileiro. Na época da promulgação da reforma educacional que leva seu nome, ele era Ministro da Educação da Era Vargas (1930 – 1945)

¹⁴ A Segunda Guerra Mundial finaliza em 1945. As tensões entre os dois países correspondem à Guerra Fria (1947 – 1991).

2.3 As medidas de área em documentos normativos

A unificação da geometria, aritmética e álgebra em uma só disciplina – a matemática – surge em 1908, com a criação da Comissão Internacional de Instrução Matemática – IMUK¹⁵. Esta versão da disciplina matemática espalha-se pelo Brasil a partir da Reforma Francisco Campos em 1931 e mantêm-se até os dias de hoje (MENESES, 2007). A geometria é, portanto, não mais uma disciplina à parte, mas uma área de estudos dentro da matemática.

Aproximando-se mais dos dias atuais, é necessário embasar o ensino de matemática em alguns documentos normativos da educação. Destacam-se os PCNs (BRASIL, 1997, 1998) e, mais recentemente, a BNCC (BRASIL, 2018).

Os PCNs de Matemática do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) dividem os conteúdos de matemática em quatro grandes campos, que são chamados blocos: **Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação**. Apesar de os conceitos geométricos serem tratados no bloco Espaço e Forma, os assuntos relativos à medidas de área são trazidos no bloco Grandezas e Medidas, que, segundo os PCNs (BRASIL, 1998, p. 49) “[...] permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra, e da Geometria e de outros campos do conhecimento”. Portanto, para os PCNs, quando falamos de medidas de área, estamos falando tanto de tópicos geométricos (identificação de figuras), quanto de tópicos aritméticos e algébricos (cálculo da área dessas figuras).

Já a BNCC (BRASIL, 2018) divide o ensino de matemática em cinco grandes campos, chamados Unidades Temáticas: **Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística**. Novamente, os tópicos relacionados ao estudo de área surgem na Unidade Temática Grandezas e Medidas, cujo principal objetivo, para os Anos Finais do Ensino Fundamental, é que

[...] os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. Além disso, espera-se que estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas e entre elas e grandezas não geométricas, para estudar grandezas derivadas como densidade, velocidade, energia, potência, entre outras (BRASIL, 2018, p. 273)

¹⁵ A sigla vem do alemão e significa *Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission*. Em inglês, é conhecida pela sigla ICMI, que quer dizer *International Commission on Mathematical Instruction*. Desde 2003, a organização premia pesquisadores que fizeram grandes contribuições à Educação Matemática. Guy Brousseau e Michèle Artigue foram premiados em 2003 e 2013, respectivamente.

Os estudo de medidas de área surge, na BNCC, ainda nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. As figuras geométricas começam a ser trabalhadas no 1º ano do Ensino Fundamental, enquanto a inserção das unidades de medida inicia-se no 2º ano. A primeira menção ao estudo de áreas surge no 3º ano do Ensino Fundamental. O quadro a seguir expressa, a partir do 3º ano até o 6º ano, série na qual se encontram os sujeitos dessa pesquisa, as habilidades apresentadas na BNCC referentes ao estudo de medidas de área:

Quadro 1: Habilidades relacionadas ao estudo de área apresentadas na BNCC

| Série | Habilidades |
|--------------|---|
| 3º ano | (EF03MA21) Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos. |
| 4º ano | (EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área. |
| 5º ano | (EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais. |
| | (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes |
| 6º ano | (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento. |

Fonte: de autoria própria com base na BNCC (BRASIL, 2018)

Nota-se que, para o 6º ano, a habilidade visa resolver e elaborar problemas que envolvam área de triângulos e retângulos sem uso de fórmulas. As fórmulas, isto é, expressões

matemáticas para o cálculo de área, são incluídas no ensino a partir do 7º ano, por meio da habilidade EF07MA31¹⁶.

Iremos nos limitar ao estudo de medidas de área de retângulos, devido ao grande número de variáveis a serem analisadas levando em consideração as teorias que são referenciais deste trabalho.

2.4 Recursos didáticos: o material didático manipulável

Para o desenvolvimento desta pesquisa iremos nos apoiar em alguns recursos didáticos, como o material didático manipulável e os jogos didáticos.

Para Lorenzato (2006, p. 18), um material didático “[...] é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros”¹⁷. Por ter uma grande abrangência e uma variedade de possibilidades dentro do ensino, iremos nos limitar a falar somente sobre o material didático manipulável, cuja principal característica é de ser desenvolvido para ser manipulado pelo próprio aluno.

Turrioni e Perez (2006) afirmam que esse tipo de material exerce um papel muito importante na aprendizagem, pois é excelente para auxiliar o aluno na mobilização de seus conhecimentos uma vez que facilita a observação e análise, além de desenvolver o raciocínio lógico, crítico e científico. Porém, é importante se atentar ao fato de que, por melhor que seja o material, ele não é garantia de uma boa aprendizagem, pois para isso é necessário que haja atividade não apenas manipulativa por parte do aluno, mas principalmente a mental, para que haja a compreensão dos conceitos matemáticos (LORENZATO, 2006; MOURA, 2011)

Isso significa que o material deve ser estruturado de modo que permita ao aluno refletir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas e descobrir estruturas, uma vez que estes conceitos “[...] serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às suas ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam” (PASSOS, 2006, p. 81)

Para Teixeira (2018, p. 34), os materiais didáticos manipuláveis “[...] farão com que o estudante elabore um espaço interior fundamentado em observações, manipulações de objetos

¹⁶ “(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros” (BRASIL, 2018, p. 309)

¹⁷ A abreviação MD (Material Didático) é usada por Lorenzato (2006) em seus textos.

que conduzirão ao raciocínio e apreensão dos conceitos geométricos”. Isso justifica para nós o uso do material didático manipulável nessa pesquisa.

Passos (2006) considera que um bom material didático é aquele que apresenta grande aplicabilidade, podendo ser utilizado para trabalhar um grande número de conceitos e ideias matemáticas. Como exemplo, cita o Material Dourado, que também pode ser chamado de montessoriano – por conta do nome de sua criadora.

O Material Dourado é apenas um dos diversos tipos de materiais montessorianos existentes. Inicialmente chamado de “material de contas douradas”, foi criado por Maria Tecla Artemisia Montessori (1870 – 1952), médica, pedagoga e educadora italiana, cujos trabalhos visavam estimular a iniciativa das crianças com o máximo de liberdade possível, para que pudessem ter autonomia no seu aprendizado, seguindo o seu próprio ritmo.

Os Materiais Dourados mais comuns de serem encontrados são produzidos em madeira e compostos por até quatro tipos de peças: os cubinhos, que representam unidades; a barra, que representa uma dezena (dez unidades); a placa, que representa uma centena (dez dezenas ou cem unidades); e o cubo, que representa uma unidade de milhar (dez centenas, cem dezenas ou mil unidades). Neste trabalho, utilizaremos cubinhos como padronização de unidade de medida.

2.5 Recursos didáticos: o uso de jogos

Os jogos são outro tipo de recurso didático, que, conforme a definição de Lorenzato (2006), também são considerados materiais didáticos. De acordo com os PCNs (BRASIL, 1998, p. 46), “Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções”. Com isso, expõe as potencialidades que este material apresenta no processo de ensino e aprendizagem.

Para Kishimoto (2011, p. 18), “O jogo pode ser visto como: 1. o resultado de um sistema linguístico que funciona dentro de um contexto social; 2. um sistema de regras; e 3. um objeto”. O jogo, como conceito geral, caracteriza-se principalmente pela liberdade de ação do jogador, pelas regras (que podem ser implícitas ou explícitas), e, principalmente, pela motivação interna da ação lúdica, isto é, pelo ato de se divertir, que mostra a relevância que o processo de brincar possui para a criança (KISHIMOTO, 2011).

É possível utilizar a importância do jogo para a criança e aplicá-lo como recurso no processo de ensino e aprendizagem. Em situações assim, Kishimoto (2011, p. 41) enfatiza:

Quando as situações lúdicas são intencionalmente criadas pelo adulto com vistas a estimular certos tipos de aprendizagem, surge a dimensão educativa. Desde que mantidas as condições para a expressão do jogo, ou seja, a ação intencional da criança para brincar, o educador está potencializando as situações de aprendizagem.

Dessa forma, surge uma categoria para o jogo: os jogos (ou brinquedos) didáticos (ou educativos), que apresentam tanto a função lúdica, ao proporcionar a diversão; quanto a função educativa, por auxiliar na compreensão dos conhecimentos e apreensão de mundo por parte do indivíduo (KISHIMOTO, 2011). Os jogos didáticos são, portanto, meios didáticos a serem utilizados com vistas à educação que se caracterizam pelo divertimento provocado pelo ato de brincar.

Quando falamos especificamente da educação matemática, o jogo torna-se um material de ensino quando é promotor e agente motivador da aprendizagem. “A criança, colocada diante de situações lúdicas, apreende a estrutura lógica da brincadeira e, deste modo, apreende também a estrutura matemática presente” (MOURA, 2011, p. 89). Aos poucos, a linguagem matemática é introduzida, podendo ser incorporada aos conceitos matemáticos uma vez que é capaz de desenvolver a capacidade de lidar com informações que possibilitam a assimilação de significados para estes.

O uso de jogos como material de ensino de matemática destaca-se pela possibilidade de “[...] contribuir para um trabalho de formação de atitudes – enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório – necessárias para aprendizagem da Matemática” (BRASIL, 1998, p. 47). Assim, os jogos são elementos estimuladores do desenvolvimento. Logo, possibilitam colocar em ação pressupostos e conjecturas cuja tendência é chegar a novas estruturas de conhecimento.

De acordo com os PCNs (BRASIL, 1998, p. 47), o professor deve analisar e avaliar alguns aspectos durante a utilização dos jogos didáticos no ensino de matemática. São eles:

- compreensão: facilidade para entender o processo do jogo assim como o autocontrole e o respeito a si próprio;
- facilidade: possibilidade de construir uma estratégia vencedora;
- possibilidade de descrição: capacidade de comunicar o procedimento seguido e da maneira de atuar;
- estratégia utilizada: capacidade de comparar com as previsões ou hipóteses.

Nota-se que, dentre esses elementos, destaca-se a possibilidade de elaboração de uma estratégia vencedora e a capacidade de comparar os resultados com previsões e hipóteses feitas

anteriormente. Estes atributos caracterizam os chamados jogos de estratégia. Utilizaremos um jogo de estratégia nesta pesquisa.

2.6 Revisão teórica

Para a construção de nossa revisão de literatura, olhamos para trabalhos anteriores utilizando os Portal de Periódicos Capes como nossa base de dados. Focamos em utilizar descritores relacionados aos nossos referenciais teórico e metodológico, além de relacionados ao nosso objeto de estudo.

Inicialmente, utilizamos os descritores “engenharia didática” e “ensino matemática”, com recorte temporal aberto, obtendo 11 resultados dos quais nenhum foi considerado relevante para a realização deste trabalho. O critério de relevância se deu avaliando, primeiramente, os títulos; e, em casos necessários, também os resumos, de modo a encontrar alguma pesquisa que possuísse semelhanças a esta.

Trocando o descritor “engenharia didática” por “sequência didática” e mantendo o descritor “ensino matemática”, obtivemos 9 resultados. Entretanto, novamente nenhum deles foi considerado suficientemente relevante para a nossa pesquisa. Deste modo, decidimos trocar o descritor “ensino matemática” por “geometria”, e com este novo arranjo obtivemos 436 resultados. Novamente, foi feita uma seleção através da leitura flutuante¹⁸ dos títulos e dos resumos, mas esta não foi feita com todos os resultados, e sim, apenas com os resultados das dez primeiras páginas.

Com isso, selecionamos os trabalhos de Nobre e Manrique (2019) intitulado “Análise de uma sequência didática envolvendo conteúdos de Geometria”; de Diogo e Rodrigues (2019) intitulado “Estratégias no ensino de geometria para uma estudante com deficiência intelectual”; e “Quadriláteros: uma sequência didática construída com recursos da Teoria das Situações Didáticas”, de autoria de Gabriel e Allevato (2018).

Observando o título deste último resultado, decidimos pesquisar também pelo descritor “teoria [das] situações didáticas”, com o recorte temporal aberto e sem nenhum outro filtro, e a pesquisa retornou 6.912 resultados. Limitando o recorte temporal para o período 2018-2022, obtivemos 3.650 resultados. Com os artigos ordenados por relevância e seguindo critérios expressos anteriormente, selecionamos o trabalho de Gomes e Silva (2018) intitulado

¹⁸ A leitura flutuante é um conceito da Análise de Conteúdos de Laurence Bardin. Trata-se de um primeiro contato não estruturado com o material. Vide BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

“Gamificação: uma estratégia didática fundamentada pela perspectiva da teoria das situações didáticas”.

A pesquisa de Nobre e Manrique (2019), cujo título é “Análise de uma sequência didática envolvendo conteúdos de geometria”, é de natureza qualitativa e foi desenvolvida com 21 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de São Paulo. Nela, as autoras se propõem a analisar o desenvolvimento de situações didáticas que envolvem conteúdos de geometria, em especial, os conteúdos de área e volume. Para tanto, se baseiam no conceito de desconstrução dimensional de Duval (2016), que explica a possibilidade de decompor uma figura geométrica que possui n dimensões em unidades figurais de dimensões inferiores; e também na Teoria das Situações Didáticas, utilizada como referencial para a construção da sequência didática aplicada, composta por cinco atividades.

O desenvolvimento da pesquisa se deu em cinco aulas realizadas em horário regular, sem limite de tempo, e com os alunos divididos em grupos. As autoras legitimam o uso das situações didáticas como um fator positivo ao notarem a devolução dos alunos durante a execução das atividades. Além disso, observaram que a realização das atividades em grupo resultaram em uma maior interação entre os alunos, além de diminuir o medo e promover a confiança mediante a resolução dos problemas propostos. O medo de errar, inclusive, é citado como um fator inibidor da criatividade.

Diogo e Rodrigues (2019), em sua pesquisa de natureza qualitativa e exploratória na forma de estudo de caso intitulada “Estratégias no ensino de geometria para uma estudante com deficiência intelectual”, buscam responder à questão: “O uso de situações didáticas crescentes em complexidade pode ser uma estratégia eficiente para a aprendizagem de geometria para deficientes intelectuais?” (DIOGO; RODRIGUES, 2019, p. 775). Para isso, apresentam e analisam os resultados alcançados por uma estudante com deficiência intelectual no que diz respeito à noção de área e perímetro. O desdobramento da pesquisa ocorreu em encontros semanais com duração de 1 hora, ao longo de 1 ano, apoiando-se na utilização de materiais concretos variados e com atividades construídas na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas.

Por fim, Diogo e Rodrigues (2019) concluem o trabalho explicando sobre como os avanços foram lentos e inseguros, mas consistentes e evolutivos. Como o objetivo foi que a estudante conseguisse internalizar os conceitos, os autores consideram que a pesquisa foi exitosa e a aprovam como uma alternativa para o desenvolvimento das habilidades do aluno.

O artigo de Gabriel e Allevato (2018), que intitula-se “Quadriláteros: uma sequência didática construída com recursos da Teoria das Situações Didáticas”, trata-se de um produto

educacional resultante de uma pesquisa de mestrado, cujo objetivo foi “compreender como uma sequência didática, apoiada na teoria das situações didáticas, pode contribuir para o ensino de Geometria – Quadriláteros – no Ensino Fundamental II” (GABRIEL; ALLEVATO, 2018, p. 145). Para isso, os autores elaboraram, com base na Teoria das Situações Didáticas, uma sequência didática composta por 15 atividades, um conto intitulado “O reino dos Quadriláteros Notáveis” e um jogo de tabuleiro, além de orientações para o professor que desejar aplicar a atividade. Ademais, também trazem alguns resultados de sua aplicação, onde observaram o desenvolvimento de habilidades de argumentação, socialização e atitudes de colaboração mútua por parte dos alunos.

Já no trabalho de Gomes e Silva (2018), cujo título é “Gamificação: uma estratégia didática fundamentada pela perspectiva da teoria das situações didáticas”, de natureza qualitativa e bibliográfica, os pesquisadores parafraseiam autores que falam sobre a gamificação no ensino da matemática. Ainda que a gamificação seja um conceito aplicado, inicialmente, à área do marketing, os pesquisadores apresentam autores que evidenciam, entre outros pontos, sobre as vantagens e desvantagens geradas pela utilização dos jogos como estratégia didática. Além disso, buscam trazer uma perspectiva a partir da Teoria das Situações Didáticas, que também se utiliza da concepção dos jogos didáticos para promover as situações.

CAPÍTULO 3: SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS, EXECUÇÃO E RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo trazemos a análise *a priori* das sequências didáticas utilizadas, construídas com base na Teoria das Situações Didáticas, bem como os resultados obtidos com suas aplicações durante a fase da experimentação e também as considerações posteriormente feitas durante a análise *a posteriori* e validação.

3.1 A atividade

Conforme afirmam Gomes e Silva (2018), o jogo como estratégia didática é uma ferramenta que pode ser utilizada para despertar interesse e motivar os alunos a participar das aulas, em particular as aulas de matemática, pois eles se envolvem profundamente com os jogos e o ambiente que proporcionam. Deste modo, utilizamos o jogo como recurso didático para o desenvolvimento deste trabalho.

O jogo intitulado **Trilha da Área** foi elaborado a partir da adaptação do jogo Corrida ao 20, de Guy Brousseau (BROUSSEAU, 2008). Seu objetivo é mobilizar o raciocínio lógico-espacial dos alunos por meio de um jogo de trilha onde quem chegar à última casa vence.

3.1.1 Materiais do jogo

Esta atividade foi desenvolvida para ser trabalhada com quatro alunos, que serão divididos em duas duplas. Dessa forma, foram elaborados dois kits de materiais conforme a Figura 2, um para cada dupla. Cada kit contém:

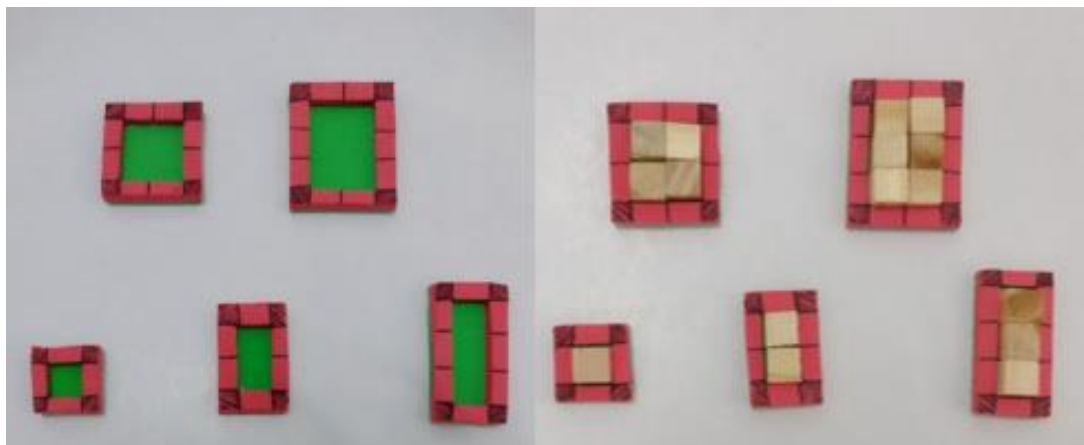
- Peças retangulares 2x3, 1x3, 1x2, 2x2 e 1x1¹⁹, duas peças de cada;
- Uma trilha com 36 casas;
- Um pino;
- Cubinhos do Material Dourado.

¹⁹ Adotaremos os cubinhos do Material Dourado como unidade de medida.

Figura 2: Kit de materiais do jogo

Fonte: elaborado pela autora

As peças retangulares possuem marcações em suas laterais para deixar mais fácil a visualização de quantos cubinhos podem caber na peça. Essas marcações tornam-se importantes pois os cubinhos nem sempre serão cubos perfeitos²⁰ e, dependendo da maneira como estes serão dispostos nos retângulos, pode dar a impressão de que é possível caber mais cubinhos do que realmente deve caber.

Figura 3: Peças retangulares – à esquerda, peças vazias; à direita, peças com cubinhos

Fonte: elaborado pela autora

²⁰Durante a confecção dos materiais, foram utilizados alguns cubinhos como base. O tamanho de suas laterais variaram entre 0,8 e 1,1 cm. Estas variações já eram esperadas, pois as medidas são muito pequenas e não se pode desprezar erros dos instrumentos de corte utilizados na confecção dos cubinhos.

3.1.2 Regras

Este jogo deve ser jogado com duas pessoas, uma contra a outra. Inicialmente, decide-se aleatoriamente quem irá começar.

O jogador que iniciar a partida deve selecionar uma peça retangular e verificar quantos cubinhos cabem dentro dela, completando-o totalmente.

A quantidade de cubinhos que completa a peça representa quantas casas da trilha o jogador deve percorrer. Após verificar esta quantidade, o jogador deve anunciar qual a peça retangular escolhida sem mencionar quantos cubinhos cabem dentro dela, isto é, sem mencionar a medida de sua área, e em seguida deve percorrer na trilha a medida da área correspondente. Por exemplo, caso o jogador escolha uma peça 2×2 , este deve anunciar “ 2×2 ” e percorrer 4 casas na trilha. Se escolher a peça 2×3 , deve anunciar “ 2×3 ” e percorrer 6 casas na trilha, e assim sucessivamente.

O próximo jogador deverá repetir o processo, porém, percorrendo as casas da trilha a partir da casa em que o jogador anterior parou. Este processo repete-se sucessivamente até finalizar a trilha.

Vence o jogador que alcançar a casa 36 e chegar ao final da trilha

3.1.3 Estratégia vencedora

Há algumas casas na trilha em que, caso o jogador as alcance, a vitória é praticamente garantida. São as casas 6, 11, 16, 21, 26 e 31.

A casa 31, por exemplo, faz parte da estratégia vencedora pois que o jogador que a alcança deixa ao seu adversário a opção de escolher somente as peças retangulares 1×1 , 1×2 , 1×3 e 2×2 , isto é, peças com área 1, 2, 3 e 4, respectivamente. Com isso, o adversário só pode avançar na trilha o máximo de 4 casas, dando a oportunidade para que o jogador da casa 31 alcance a casa 36 e finalize a trilha. Como exemplo, suponha que o jogador 1 está na casa 31:

- Jogador 2 escolhe a peça 2×2 e, a partir da casa 31, avança mais 4 casas, chegando à casa 35. Jogador 1 escolhe a peça 1×1 , e a partir da casa 35, avança 1 casa, chegando à casa 36;
- Jogador 2 escolhe a peça 1×3 e, a partir da casa 31, avança mais 3 casas, chegando à casa 34. Jogador 1 escolhe a peça 1×2 , e a partir da casa 34, avança 2 casas, chegando à casa 36.
- E assim sucessivamente.

O mesmo raciocínio vale para as demais casas, com a ressalva de que é possível que o adversário selecione a peça retangular 2x3, de área 6. Porém, isso não causa nenhum impedimento ao jogador que deseja se manter nos números da sequência vencedora. Por exemplo, caso o jogador 1 esteja na casa 21 e o jogador 2 selecione a peça 2x3, avançando 6 casas na trilha e chegando à casa 27, o jogador 1 pode escolher a peça 2x2 e avançar 4 casas a partir da casa 27, alcançando a casa 31 e mantendo-se nas casas da sequência vencedora ainda que a casa 26 não tenha sido contemplada.

É importante declarar, portanto, que o jogador que inicia o jogo tem vantagem e já é praticamente o vencedor (caso saiba da estratégia), uma vez que pode selecionar a peça retangular 2x3, começando com o avanço de 6 casas e, com isso, podendo sempre se manter na sequência vencedora.

Uma observação a ser feita é a respeito da casa 1, que também pode fazer parte da estratégia vencedora caso o primeiro jogador selecione a peça 1x1, uma vez que ele também consegue se manter na sequência vencedora caso inicie o jogo assim.

3.2 Local de pesquisa e participantes

A escola pública selecionada, que não será identificada, é de localização urbana e dependência administrativa municipal. Foi inaugurada em 1996 trabalhando inicialmente com educação infantil e de 1º a 4º série, expandindo-se para todo o Ensino Fundamental e Educação de Jovens e Adultos (EJA) em 2002, até fixar-se, em 2013, como escola de Ensino Fundamental. Atualmente, a escola atende à modalidade regular de ensino, trabalhando com Ensino Fundamental - anos iniciais (1º ao 5º ano, no período vespertino) e Ensino Fundamental - anos finais (6º ao 9º ano, no período matutino), bem como Educação Especial através do Atendimento Educacional Especializado (AEE).

Dentro da estrutura da escola destacam-se nove salas de aula, um pátio descoberto, uma quadra de esportes coberta, uma área verde com praça, uma sala de informática, uma sala de recursos multifuncionais (onde ocorre o Atendimento Educacional Especializado) e uma sala denominada sala pedagógica, onde ficam guardados livros e onde normalmente ocorrem aulas de reforço e outros projetos. A aplicação desta pesquisa ocorreu nesta sala.

Dos 23 professores que compõem o quadro de funcionários da escola, 5 são de matemática, sendo que um deles completa a sua carga horária de trabalho sendo também professor de língua portuguesa. A escola possui duas turmas de 6º ano, onde o 6º ano "A" possui 36 alunos e o 6º ano "B", 37 alunos, todos regularmente matriculados. Para esta pesquisa,

solicitamos que a professora de matemática do 6º ano selecionasse 4 alunos, seguindo critérios definidos por ela mesma. Ela selecionou alunos que já estavam aprovados na disciplina.

Foram selecionadas 4 alunas, sendo uma do 6º ano "A" e três do 6º ano "B", todas com idade entre 11 e 13 anos. Por serem todas menores de idade, fez-se necessário conversamos primeiramente com seus pais e/ou responsáveis e, com intermédio da professora, conseguimos a autorização para aplicação da pesquisa com as alunas, devidamente assinada no termo de consentimento livre e esclarecido.

A aplicação da pesquisa ocorreu nos dias 29 e 30 de novembro e 06 de dezembro, no horário das 10h às 11h da manhã, e foram gravados. Por sugestão da professora de matemática, ocorreu no turno de aula (matutino), uma vez que as alunas já haviam encerrado suas atividades nas disciplinas regulares e não correríamos o risco de atrapalhar outras atividades que elas poderiam fazer nos seus contraturnos.

Por questões éticas, as alunas não serão identificadas pelos nomes verdadeiros nesta pesquisa. Deste modo, serão chamadas pelos nomes fictícios de Alexandra, Maryam, Michele e Marilena²¹.

3.3 Análise a priori

Esta pesquisa foi pensada para ser desenvolvida em quatro sessões, porém, devido ao avanço significativo das alunas, estes foram reduzidos a três. Na primeira sessão, foram planejadas as seguintes atividades: um tempo de 10 a 15 min para que as alunas se familiarizem com as peças retangulares, manipulando-as com os cubinhos; logo após, explicação das regras do jogo e o início das partidas, distribuindo uma caneta ou lápis e uma folha pautada para cada uma delas, para que pudessem anotar suas movimentações no jogo e estratégias que poderiam surgir. Para a segunda sessão foram planejadas partidas aleatórias para que as alunas pudessem continuar em seu processo de formulação e validação de estratégias. Por fim, na terceira sessão foi planejado um torneio com uma premiação simbólica e, logo após, a institucionalização.

No decorrer do jogo da trilha, as alunas poderão elaborar algumas estratégias para buscar a vitória. A seguir, apresentamos algumas delas:

²¹Alexandra – referência à Alexandria, cidade natal de Hipátia, considerada a primeira mulher matemática.

Maryam – referência à Maryam Mirzakhani, primeira mulher matemática a ganhar uma Medalha Fields, considerada a maior premiação que um matemático pode receber.

Michele – referência à Michèle Artigue, autora do referencial metodológico desta pesquisa.

Marilena – referência à Marilena Bittar, um dos principais nomes femininos brasileiros em estudos na área da influência francesa dentro da Didática da Matemática.

E₁: escolher sempre a peça 2x3 e percorrer sempre múltiplos de 6;

E₂: escolher sempre peças retangulares cuja área somada à área da peça escolhida pelo adversário na jogada anterior resulte em 6;

E₃: escolher sempre peças retangulares cuja área somada à área da peça escolhida pelo adversário na jogada anterior resulte em 5;

E₄: Escolher sempre a peça 1x1 e percorrer sempre de 1 em 1;

E₅: Percorrer a trilha aleatoriamente e chegar à casa 29;

E₆: Percorrer a trilha aleatoriamente e chegar à casa 30;

E₇: Percorrer a trilha aleatoriamente e chegar à casa 31;

E₈: Se for o segundo jogador, acompanhar a jogada do adversário, mantendo-se sempre na última casa de cada cor;

E₉: Se for o segundo jogador, repetir a mesma jogada do adversário;

E₁₀: Quem começar por segundo vence;

E₁₁: Quem começar por primeiro vence.

Caso alguma aluna apresente certa dificuldade em formular estratégias ou em mobilizar conhecimentos relacionados às peças retangulares, serão feitas as perguntas que orientarão a atividade:

1. Observem que esses retângulos possuem algumas marcações nas laterais, o que vocês acham que essas marcações representam?

2. Qual o objetivo do jogo?

3. Será que existe algum meio de garantir a vitória?

3. Quantas casas possui a trilha?

4. Se o jogo tivesse apenas 7 casas, o que eu poderia fazer para ganhar?

5. (Caso elas já tenham constatado a casa 31) Agora, em vez de 36 casas na trilha, vamos reduzir para 31 casas; como posso ganhar?

6. (Caso elas já tenham constatado a casa 26) Agora, em vez de 31 casas na trilha, vamos reduzir para 26 casas; como posso ganhar?

Esta última pergunta pode ser feita à medida em que as alunas vão descobrindo as casas da estratégia vencedora.

Devido à série em que as alunas participantes encontram-se matriculadas, é provável que elas já tenham tido algum contato com o conteúdo de área em séries anteriores, uma vez que o conteúdo de área, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), é trabalhado desde a 3ª série

do Ensino Fundamental. Portanto, é de se esperar que elas façam associações ou relembrem situações vividas ao manipular as peças. Também é esperado que elas não saibam definir o conceito de área formalmente ou matematicamente, uma vez que tais definições surgem na 7ª série do Ensino Fundamental. Neste caso, devemos incentivá-las a falar o que sabem e o que entendem de acordo com seu ponto de vista, sem nos preocupar com formalizações.

Além das estratégias e das perguntas que poderão orientar a atividade, as próprias alunas também podem fazer observações e outras perguntas. O ideal é que o pesquisador não responda diretamente, mas aproveite a oportunidade para direcionar o raciocínio com outras observações e perguntas. Lembrando que a Teoria das Situações Didáticas é uma teoria construtivista, onde o próprio aluno mobiliza seu conhecimento tendo o professor como um apoio, não como o fornecedor de todas as respostas.

3.4 Experimentação e análise *a posteriori* e validação

A primeira sessão da experimentação ocorreu no dia 29 de novembro, às 10h, na sala pedagógica da escola.

Inicialmente, foram distribuídas as peças retangulares às alunas. Foi possível notar que, mesmo antes de distribuir os cubinhos e sem darmos qualquer instrução, as alunas começaram a manipular as peças, empilhando-as ou organizando em fileiras. A aluna Alexandra, que empilhou as peças, colocou-as na ordem 2x3, 2x2, 1x3, 1x2 e 1x1, de baixo para cima. Já as demais, que organizaram em fileiras, ou fizeram na mesma ordem de Alexandra, da esquerda para a direita, ou fizeram da direita para a esquerda. Isto é, mesmo que inconscientemente, elas organizaram as peças conforme suas áreas, ou no sentido crescente ou decrescente.

O fato das alunas manipularem e organizarem as peças mesmo sem receber instruções nos mostra a autonomia que elas tiveram desde o primeiro contato com o material.

Logo em seguida, distribuímos os cubinhos e pedimos para que as alunas encaixassem eles nas peças retangulares, de modo que todas elas ficassem completas. Tal fato é ilustrado na Figura 4:

Figura 4: Aluna manipulando as peças retangulares e os cubinhos



Fonte: acervo da autora

As alunas demoraram um tempo para realizar este processo e notamos que elas estavam manuseando de modo aleatório, sem elaborar nenhuma conjectura acerca disso. Então, decidimos questionar o que elas achavam que estavam fazendo e, neste momento, Maryam perguntou timidamente: “isso é área?”. Pedimos que ela explicasse o motivo pelo qual ela acreditava ser isso, mas ela não soube responder. Notamos que se trata de algo previsto em nossa análise *a priori*, onde a aluna apresentou lembranças de já ter visto algo semelhante antes, porém sem saber explicar seu ponto de vista.

Na peça retangular 1x3, Marilena notou que sobrava um pequeno espaço ao colocar apenas 3 cubinhos. Deste modo, ela tentou colocar mais um e em determinado momento conseguiu acomodar parte da peça, apesar de perceber que ficou muito apertado e que não estava corretamente encaixado. Tal fato também foi previsto durante a construção do material, em virtude dos erros de medidas apresentados pelos cubinhos. Neste momento, sentimos a necessidade de auxiliar gerando o seguinte diálogo:

Marilena: eu consegui colocar quatro aqui (referindo-se à peça 1x3, na qual cabiam três cubinhos).

Pesquisadora: Conseguiu? Mas será que é o certo?

Marilena: acho que não, acho que tem que ser só três por causa dessas linhas aqui (apontou para as bordas da peça).

Pesquisadora: por causa das marcações?

Marilena: Isso.

Durante este diálogo, as demais alunas pararam de mexer nas suas peças e observaram o que estava acontecendo na mesa de Marilena. Deste modo, buscamos envolver todas elas no diálogo.

Pesquisadora: Quantos cubinhos cabem nesse retângulo maior?
(apontou para a peça 2x3)

Alunas: seis.

Pesquisadora: Agora olhem para as marcações. Vocês conseguem relacionar elas com os cubinhos?

Marilena: é que... qual é o horizontal e o vertical?

Maryam: acho que a horizontal é assim (fez um gesto com o braço “deitado”).

Marilena: é que na horizontal cabe três cubos e na vertical cabe dois...

Alexandra: ah, entendi! Agora eu entendi, são fileiras.

Marilena: isso, na horizontal cabe três fileiras de cubos e na vertical cabem duas.

Tal acontecimento vai de encontro ao descrito no trabalho de Diogo e Rodrigues (2019, p. 783), ao afirmarem que, através de uma necessária mediação do professor, “[...] espera-se que as ideias acabem se acomodando e se estruturando após, provavelmente, uma desestruturação inicial fundamental”. Ou seja, notando a necessidade da mediação, desestruturamos o meio, gerando um desequilíbrio que foi necessário para que as alunas buscassem adaptar-se através de uma resposta que resultou em uma prova de aprendizagem, que, neste caso, é o fato de elas terem sido capazes de relacionar a quantidade de cubinhos com a quantidade de fileiras em cada peça.

Após isso, convidamos as alunas a dar nomes às peças retangulares. Elas concordaram em chamar a peça com seis cubinhos de 2x3 (dois por três), fazendo referência à quantidade de cubinhos nas fileiras ditas horizontais e verticais. Após, elas resolveram em conjunto como nomeariam as demais peças, sendo elas 1x1 (um por um), 1x2 (um por dois), 1x3 (um por três) e 2x2 (dois por dois), sempre relacionando à quantidade de fileiras.

As alunas Marilena e Alexandra associaram ainda com a multiplicação ao observarem que os números das fileiras, quando multiplicados, resultavam sempre no número de cubinhos que cabia no retângulo. Tal conclusão é prova das situações adidáticas de formulação e validação, uma vez que elas formularam a hipótese associativa ao mesmo tempo em que

validaram tal hipótese, após realizar as operações de multiplicação. Este é “[...] o momento mais importante da aprendizagem, pois trata-se da ocasião em que o estudante percebe as relações entre os objetos de estudo e produz suas próprias conclusões, suas próprias transposições” (DIOGO; RODRIGUES, 2019, p. 782)

Deste modo, as alunas acabaram deduzindo a definição matemática de área de retângulos, ainda que de maneira informal. Não nos prenderemos a tal acontecimento por não se tratar do foco deste trabalho, mas é importante ressaltar que elas, através do meio na qual estavam inseridas – o ambiente de aprendizagem e a atividade que realizavam –, estabeleceram a sua relação com o saber sem nenhuma indicação intencional proveniente dos pesquisadores. Com isso, haverá muito mais facilidade em atribuir significado a este saber, pois, conforme afirmam Nobre e Manrique (2019, p. 138), “[...] o significado do saber matemático será fortemente influenciado pela forma didática pela qual o conteúdo lhe é apresentado. O envolvimento do aluno dependerá da estruturação das diferentes atividades de aprendizagem através de uma situação didática”.

Finalizada a primeira parte da atividade com as peças retangulares, as alunas se dividiram em duplas para começar a jogar com a trilha.

As próprias alunas se dividiram e, mesmo sendo orientadas a tirar a sorte para ver quem seria o jogador 1 e quem seria o jogador 2, elas preferiam entrar em consenso para ver quem começava e ir alternando quem começaria nas partidas seguintes. Inicialmente as duplas formadas eram compostas por Maryam e Michele, e por Alexandra e Marilena, mas após algumas partidas, elas trocaram por Alexandra e Michele, e Marilena e Maryam. Durante todo o processo as alunas tiveram plena autonomia com praticamente nenhuma indicação ou direcionamento dos pesquisadores, mostrando novamente o quão envolvidas elas estavam na atividade, aceitando o desafio proposto.

As primeiras rodadas foram exemplos de situações adidáticas de ação, onde as alunas passaram pelo processo da devolução e envolveram-se no jogo, mas ainda de maneira lúdica. Todas as quatro alunas utilizaram-se ou da estratégia E_1 , onde escolhiam sempre a peça 2×3 e percorriam as casas da trilha sempre de 6 em 6; ou da estratégia E_4 , na qual escolhiam sempre a peça 1×1 e percorriam a trilha sempre de 1 em 1. O uso dessas estratégias, porém, foi feito de modo inconsciente, uma vez que, por se tratar de uma situação de ação, elas estavam apenas brincando com o jogo de modo recreativo.

Também é possível afirmar, através das reações das alunas durante as partidas, que, mesmo havendo o desafio de vencer de forma individual, havia também atitudes de colaboração e cooperação entre elas, mostrando que elas praticamente não se viam como adversárias. Tal

fator também é visto no trabalho de Gabriel e Allevato (2018, p. 163), ao relatarem que “[...] a troca de experiências proporcionada pelo trabalho em grupos auxiliou os adolescentes a desenvolverem atitudes de colaboração mútua, socialização e interação, aumentando a autoconfiança, a autonomia e fortalecendo o pensamento crítico de cada membro do grupo”.

Uma observação semelhante é feita no artigo de Gomes e Silva (2018, p. 20), ao afirmarem que “[...] um ambiente gamificado deve promover aos jogadores, a partir da cooperação e competitividade saudável, a busca de soluções para problemas como um objetivo comum”. Tal dever do jogo e do ambiente gamificado foi atendido, uma vez que, apesar de haver a competitividade, esta era saudável e as alunas cooperavam entre si em busca de uma resposta para o mesmo objetivo.

Não demorou muito para que as alunas percebessem que as estratégias E_1 e E_4 não levariam o jogo adiante, de modo que elas resolveram trocar seu modo de jogar. Neste momento, começam a aparecer as situações adidáticas de formulação, onde as alunas começaram a pensar em estratégias diferentes em busca de vencer o jogo.

Nesta parte, as estratégias mais utilizadas foram E_2 e E_8 , que são análogas. As alunas começaram a perceber que o segundo jogador poderia ter mais vantagens, uma vez que poderia alinhar suas jogadas conforme as jogadas do primeiro jogador. Neste ponto, a pessoa que começava por segundo passou a ganhar com muito mais frequência do que o primeiro jogador, correspondendo à estratégia E_{10} . A situação de validação começou a aparecer neste ponto, uma vez confirmava a hipótese formulada de que o segundo jogador sempre vencia.

Após certo tempo de jogo, as alunas já estavam envolvidas o suficiente para começarem uma discussão acerca dos históricos das jogadas. As alunas Maryam e Alexandra estavam mais envolvidas, enquanto Marilena, apesar de tentar participar, parecia um pouco mais dispersa no assunto. Maryam, a todo momento, tentava explicar para a colega todas as ideias que ela e Alexandra estavam tendo. Já a aluna Michele foi a que menos participou das discussões e pareceu mais introvertida.

Neste ponto, as alunas começaram a falar bastante e tornou-se difícil acompanhar o raciocínio de todas elas. Com isso, entregamos a elas a folha pautada e um lápis ou caneta e solicitamos que elas escrevessem tudo o que elas considerassem importante acerca do jogo. Maryam e Michele foram as únicas que escreveram, mesmo com Michele participando menos das discussões.

Figura 5: As alunas jogam e anotam suas estratégias



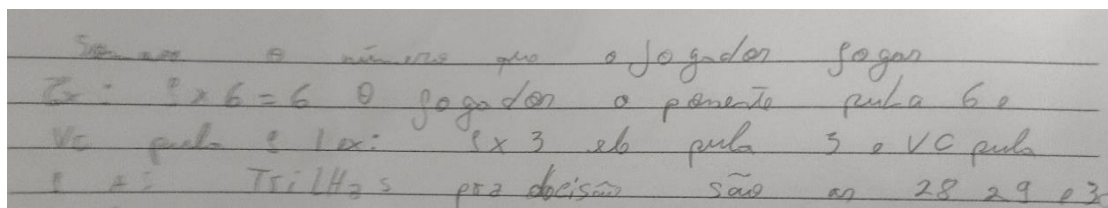
Fonte: acervo da autora

Conforme jogavam, Maryam e Michele anotavam suas conjecturas na folha. Com isso, Alexandra começou a espelhar as jogadas de Michele, sua adversária, ao mesmo tempo em que prestava atenção em todos os comentários que Maryam fazia. Isto corresponde à estratégia E₉. Os comentários de Maryam eram uma tentativa de ajudar sua adversária Marilena a se desenvolver no jogo, o que novamente reforça a afirmação de Gomes e Silva (2018) sobre a cooperação e competitividade saudável.

Ao fim da sessão, Alexandra disse que não anotou nada e perguntou se poderia levar a folha de anotações para casa, para pensar melhor nas estratégias. Tal pedido foi prontamente atendido pelos pesquisadores e mostra, novamente, um exemplo de devolução, uma vez que a aluna aceita o desafio como seu e busca encontrar uma resposta por seu próprio interesse e motivação. As outras alunas, espelhadas em Alexandra, também levaram suas folhas.

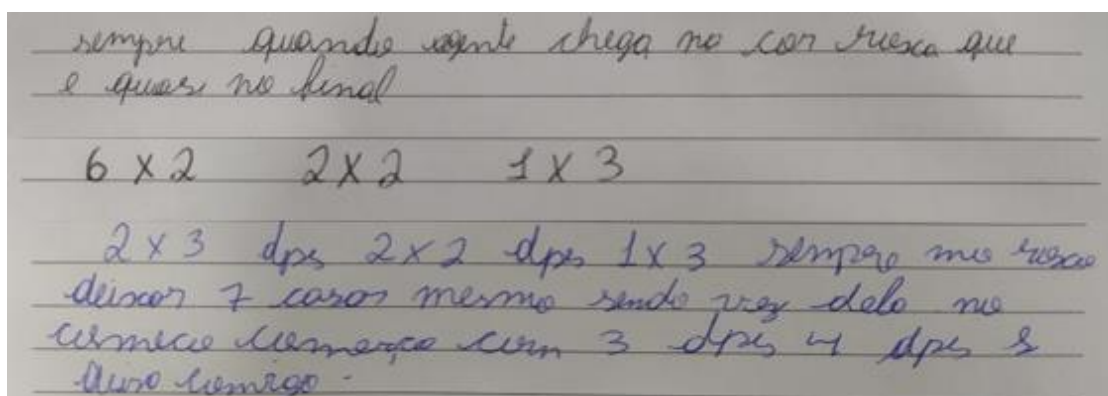
A segunda sessão da experimentação ocorreu no dia 30 de novembro, às 10h, na sala pedagógica da escola. Nesta sessão, as alunas apenas jogaram.

Maryam e Michele já possuíam estratégias que foram anotadas na sessão anterior. A primeira estratégia anotada por Maryam foi “somar o número que o jogador jogar”. Além disso, também anotou que as casas da trilha para decisão são as casas 29 e 30, o que corresponde às estratégias E₅ e E₆, acrescidas também da casa 28.

Figura 6: Anotações de Maryam

Fonte: acervo da autora

Já Michele anotou uma sequência de peças retangulares que eram mais jogadas quando se alcançava certo trecho da trilha: as peças 2×3 ²², 2×2 e 1×3 . Além disso, ela também escreveu: “sempre no roxo deixar 7 casas mesmo sendo vez dela”, isto é, seu objetivo era chegar à casa 29 (faltando 7 casas para a casa 36)²³, conforme a estratégia E₅.

Figura 7: Anotações de Michele

Fonte: acervo da autora

As duplas formadas foram as mesmas da sessão anterior: Maryam e Michele, e Alexandra e Marilena. Em certo ponto do jogo, Maryam disse que, pela terceira vez consecutiva, ela ganhava da mesma maneira: faltando 5 ou 7 casas para a casa 36, seguindo as estratégias E₅ e E₇. Deste modo, sempre que faltavam 7 casas para a casa 36, ela conseguia driblar a estratégia de Michele e sair vencedora.

Após isso, as alunas decidiram novamente trocar de dupla e a troca foi, coincidentemente, a mesma da sessão anterior (Alexandra e Michele, e Marilena e Maryam). Após algumas rodadas, Maryam percebeu que a casa 29 (faltando 7 casas para a casa 36) não era tão perigosa quanto a casa 31 (faltando 5 casas), utilizando-se da estratégia E₇. Neste momento, ela compartilhou sua descoberta com Marilena, ainda que Marilena fosse sua

²² Na imagem, Michele anota as peças 6×2 , 2×2 e 1×3 . Entretanto, a peça 6×2 não existe. Trata-se de um erro cometido pela aluna, que ela justifica no momento da institucionalização – a última etapa realizada na última sessão da experimentação.

²³ Este raciocínio da aluna foi explicado na institucionalização.

adversária no jogo. Após a formulação da hipótese, as duas validaram juntas que, se uma delas caísse na casa 31, já não importaria qual jogada a outra fizesse, pois a casa 31 era a vencedora.

A validação de Maryam e Marilena se deu através da listagem oral dos possíveis movimentos que poderiam ser feitos caso uma delas já estivesse na casa 31. Marilena explicou que “como a Maryam tá na casa 31, se eu falar 2x2 ela vai falar 1x1 e vai ganhar; se eu falar 1x3 ela vai falar 1x2 e vai ganhar; não importa o que eu fale, ela sempre vai ganhar”. Alexandra e Michele diminuíram o ritmo do seu jogo para observar a movimentação da outra dupla e também anotaram estratégias e conjecturas com base nisso, conforme os registros abaixo:

Figura 8: Anotações de Michele após a validação da casa 31

no caso 26 sempre a pessoa vai jogar 1 ou 3
caso 3 e e a que o ganhador sempre vai ganhar

Fonte: acervo da autora

Figura 9: Anotações de Alexandra após a validação da casa 31

- dos quadrados roxos tem 6 quadrados, entrão da pra pular pra um quadrado roxo, pq fica 5 quadrados e assim da pra vencer.

Fonte: acervo da autora

É possível notar nas Figuras 8 e 9 que Michele e Alexandra escrevem suas próprias versões acerca da casa 31. Michele ainda faz uma breve menção à casa 26, apesar de esta casa ainda não ter sido mencionada como parte da estratégia vencedora.

Com a “descoberta” da casa 31, resolvemos diminuir o tamanho da trilha: agora em vez de 36 casas, o objetivo seria chegar à casa 31. Com isso, com raciocínio análogo através do uso da estratégia E₇ (aplicado, desta vez, a 31 casas), formulação e validação de hipóteses, Maryam e Marilena chegaram à casa 26, compartilhando seu resultado com as demais colegas. Após isso, parabenizamos o esforço de todas e encerramos a segunda sessão.

A última sessão, que ocorreria no dia 01 de dezembro precisou ser adiada para o dia 02, devido às intensas chuvas que são comuns na região amazônica. Entretanto, no dia 02, ao chegarmos para a aplicação da sessão, deparamo-nos com uma escola vazia e a notícia de que os alunos já estavam de férias. Houve a solicitação aos pais, portanto, para que estes autorizassem que as alunas pudessem ir à escola uma última vez no dia 05 de dezembro (segunda-feira), o que foi confirmado por eles. Apesar disso, novamente devido às chuvas, a

sessão precisou ser adiada para o dia 06 (terça-feira). Dessa forma, a terceira e última sessão da experimentação ocorreu no dia 06 de dezembro, às 10h, na sala pedagógica da escola.

As alunas relembroum juntas a casa 31 e a casa 26, de modo que precisamos novamente reduzir a trilha, desta vez para 26 casas. A aluna Alexandra reparou que havia uma diferença de 5 casas para cada casa vencedora, e assim, ela e sua adversária Marilena começaram a jogar conforme a estratégia E_3 .

Mesmo sendo adversárias e buscando a vitória, todas as descobertas das alunas foram compartilhadas entre elas, de modo que todas evoluíram igualmente no jogo. Isso mostra que, conforme Gomes e Silva (2018, p. 18), os jogos “[...] inserem os jogadores em um ambiente que lhes propiciam uma relação de confiança e intensificação social, pois os jogadores podem jogar em grupos, de modo a concluírem um objetivo de forma coletiva e cooperativa”.

Por meio desta cooperação, não demorou para que elas percebessem a estratégia vencedora. Alexandra ainda descobriu o bônus da casa 1, pois, ainda que a sequência vencedora se inicie na casa 6, a casa 1 também pode fazer parte caso o jogador comece jogando 1x1 em vez de 2x3.

De início, apesar de serem orientadas a tirar a sorte para ver quem iniciava o jogo, as alunas sempre cediam a vez e iam alternando. Era comum ouvir “pode começar, na próxima eu começo”. Porém, após descobrirem a estratégia, as alunas começaram a “disputar” (de modo totalmente amigável) para começar primeiro, pois elas também perceberam que o primeiro jogador tinha total vantagem, conforme a estratégia E_{11} e batendo de frente com a estratégia E_{10} na qual elas indiretamente pensaram na sessão 1.

Em certo ponto, após começar por segundo e perder, Marilena questionou o motivo de não poder percorrer 5 casas na trilha. Logo em seguida, ela mesma respondeu: “já sei o porquê”, gerando um diálogo com Alexandra:

Marilena: (segurando a peça 2x3) pra jogar 5, esse retângulo teria que ter só 5 cubinhos, mas daí ficaria incompleto.

Alexandra: É mesmo, a não ser que tivesse um retângulo comprido.

Marilena: Sim, se tiver um retângulo que fosse 1 por 5 ou 5 por 1.

Neste diálogo, notamos a percepção geométrica e o raciocínio lógico-espacial acerca de medidas de área mobilizada pelas alunas. Observamos a noção intuitiva de que, para que uma peça retangular fosse totalmente preenchida por 5 cubinhos, ela teria que ser, obrigatoriamente, uma peça 1x5 (ou 5x1, como citou Marilena). Isto nos leva a outras discussões envolvendo

outros tópicos da matemática, como o fato de o número 5 ser considerado primo, isto é, divisível apenas por 1 e por ele mesmo.

Ademais, elas não apenas mobilizaram conhecimentos acerca das peças retangulares e os cubinhos, como também foram capazes de elaborar justificativas para explicar os processos que estavam acontecendo. Isto concorda com os resultados da pesquisa e Gabriel e Allevato (2018, p. 163), que relatam que “A sequência proporcionou aos alunos refletir, simular processos e realizar tentativas ao se depararem com um problema, formulando, testando e reformulando hipóteses para resolvê-lo. Também oportunizou a realização de elaboração de justificativas para validarem seus raciocínios.”.

Após a descoberta da estratégia vencedora, Marilena ainda buscou outro desafio: sempre que foi a segunda jogadora, ela tentou por várias vezes encontrar um modo de escapar da estratégia, porém sem sucesso.

Finalizada esta etapa, foi feita a institucionalização, onde as alunas Michele, Maryam e Alexandra falaram brevemente sobre suas anotações nas folhas. Michele explicou que acabou escrevendo errado em sua folha; no lugar de 6×2 , sua intenção era escrever 3×2 . Ela também explicou sua estratégia de chegar até a casa 29, pois, de acordo com sua observação, sua adversária sempre jogava as peças 3×2 , 2×2 ou 1×3 , o que facilitava sua vitória. Após anotar sobre a estratégia da casa 31, ela disse que começou a observar as peças mais jogadas pela adversária a partir da casa 26 (sendo que tais peças eram sempre as que continham 1 ou 3 cubinhos, note que ela não menciona as peças retangulares), mas que, no momento em que anotou, o fato de a casa 26 fazer parte da estratégia foi apenas coincidência.

Já Maryam disse que sua ideia de “somar o número que o jogador jogar” era baseada em jogar de acordo com o adversário, espelhando a jogada ou montando a sua de acordo com a dele, o que se aproxima das estratégias E_1 , E_2 , E_8 e E_9 . Além disso, ela ainda anotou em sua folha um breve histórico de jogadas na qual consta “ $1 \times 6 = 6$ ”, conforme pode-se ver na Figura 6. Assim como Michele, ela disse ter se enganado e que sua intenção era se referir à peça com 6 cubinhos.

A aluna Alexandra anotou apenas um breve histórico de jogadas e Marilena não anotou estratégias, mas, junto com Alexandra, elaborou conjecturas de maneira oral.

Sobre os retângulos, as alunas entenderam que de fato se tratava de área, sendo que a área do retângulo correspondia à quantidade de cubinhos que preenchem toda a parte interna da peça. Elas também associaram este valor à multiplicação dos números correspondentes à quantidade de fileiras horizontais e verticais.

O torneio acabou não sendo realizado, pois alunas disseram que bastava tirar a sorte para saber quem começa e já teriam uma vencedora. A premiação simbólica foi entregue e as alunas disseram que se divertiram muito. Alexandra perguntou, inclusive, se poderia usar a ideia para brincar com a irmã, o que foi prontamente atendido pelos pesquisadores.

3.5 Considerações sobre as sessões

A todo momento, as alunas mostraram-se participativas das sessões, sempre com muita autonomia. Durante a sessão 1, após a finalização da etapa de manipulação das peças retangulares e cubinhos, houve certa comemoração assim que o momento do jogo foi anunciado, mostrando que elas pareciam empolgadas com a situação.

Dentre todas as alunas, Michele parecia sempre mais tímida e contida, provavelmente por ser a única aluna de outra turma. Porém, apesar de falar pouco e de parecer mais introvertida, ela participou de todos os jogos e fez anotações na folha entregue pelos pesquisadores, confirmando que havia interesse.

Por várias vezes, as alunas trocaram a ordem do nome das peças, ou seja, a peça que foi nomeada 2x3 por vezes era mencionada como 3x2, acontecendo algo análogo com as demais. Esperava-se, caso isso acontecesse, que elas questionassem se a troca prejudicaria o decorrer do jogo de algum modo, o que não aconteceu. Inclusive, no diálogo entre Marilena e Alexandra acerca de uma peça onde coubessem 5 cubinhos, a própria Marilena menciona que isso só poderia acontecer se houvesse no jogo uma peça retangular que fosse 1x5 ou 5x1, isto é, também há a percepção de que a troca não altera a peça. Este fato, somado à constatação acerca da multiplicação das fileiras feita na sessão 1, mostra um entendimento implícito da propriedade comutativa da multiplicação.

Na anotações de Maryam e Michele, feitas ao final da sessão 1 e representadas nas Figuras 6 e 7, é possível notar alguns erros de representação: Michele, ao escrever “6x2”, acaba se confundindo e já colocando o resultado do produto 3x2 na própria notação; já Maryam, ao anotar “1x6 = 6”, mostra que não houve uma associação inicial entre as fileiras da peça retangular e a quantidade de cubinhos, mas apenas o entendimento da quantidade de casas que deveriam ser percorridas. Esta mesma lacuna na associação é observada na anotação de Michele (Figura 8) ao mencionar que a adversária sempre percorria 1 ou 3, em vez de 1x1 e 1x3. Porém, durante as partidas, as alunas sempre mencionaram corretamente qual peça retangular estava sendo escolhida em vez de simplesmente dizer quantos cubinhos seriam, mostrando que a percepção geométrica estava sendo mobilizada aos poucos.

A sessão 3 durou 15 minutos além do planejado, a pedido das próprias alunas. Tal fato, somado à disposição que elas tiveram em ir para a escola mesmo já estando de férias, apenas reforça a devolução provinda do contrato didático, onde elas se sentem motivadas e assumem a responsabilidade de resolver o desafio proposto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa de Trabalho de Conclusão de curso compreendemos como os conhecimentos de medidas de área podem ser mobilizados pelos alunos por meio de sequências didáticas.

Na primeira sessão, as alunas tiveram mais contato com o material didático manipulável, e, portanto, esta foi a fase em que mais houve mobilização dos conhecimentos de área de retângulos. A aluna Maryam chegou a questionar, inclusive, se a manipulação do material se tratava de área, mostrando já ter um conhecimento prévio a respeito. Entretanto, ao não saber explicar seu ponto de vista, podemos entender que a lembrança tratou-se de algo superficial e, portanto, não houve de fato uma efetiva apreensão de conhecimentos vistos anteriormente. Em termos da Teoria das Situações Didáticas, podemos afirmar que Maryam passou pelas etapas de situações de ação, ao manipular as peças, e de formulação, ao imaginar que se tratava de área. Entretanto, ela não conseguiu validar sua hipótese por conta própria.

Outro conhecimento, mobilizado primeiramente por Marilena, mas que em sequência foi compartilhado entre as outras alunas, diz respeito à observação acerca das fileiras, isto é, a quantidade de linhas e colunas, que posteriormente resultou em uma associação entre a multiplicação destas e a quantidade de cubinhos que se encaixavam nas peças. As alunas deduziram indiretamente e sem qualquer indicação dos pesquisadores a equação matemática utilizada para o cálculo da área do retângulo, ainda que esse não tenha sido parte do objetivo da atividade. Isso mostra a alta capacidade de formulação e validação de hipóteses das alunas.

No decorrer do jogo, que aconteceu nas três sessões, as alunas elaboraram estratégias em busca da vitória e, durante este processo, foi possível verificar nitidamente as situações adidáticas de ação, formulação e validação. Além disso, o lúdico provocado pelo jogo didático promoveu a motivação que configura-se na devolução do aluno dentro do contrato didático, quando ele aceita o problema como seu e busca resolvê-lo por conta própria. Ademais, foi possível notar que, embora houvesse a busca pela vitória, que era algo individual, o jogo também promoveu uma competição saudável, marcada pelo companheirismo e por atitudes de colaboração mútua. Por conseguinte, podemos concluir que, nesta pesquisa, o uso do jogo didático foi um fator positivo no processo de mobilização de conhecimentos das alunas.

O jogo também permitiu que as alunas elaborassem conjecturas sobre o conteúdo de medidas de área. Marilena e Alexandra demonstraram uma boa percepção geométrica ao afirmarem que uma peça retangular na qual cabem exatamente cinco cubinhos precisaria necessariamente ser uma peça 1×5 , ou ainda 5×1 , pois, mesmo que intuitivamente, elas sabiam

que não havia diferença na ordem de linhas e colunas. Desta forma, mobilizaram não apenas conhecimentos geométricos, como também aritméticos, mostrando a relação entre as duas áreas e entre a matemática como um todo. Outrossim, a conjectura idealizada é de fato verdadeira, uma vez que as peças retangulares são medidas com números naturais (pois adotamos os cubinhos como unidade de medida) e também o fato de a ordem de linhas e colunas não fazer diferença por se tratar da propriedade comutativa da multiplicação.

Ademais, gostaríamos de destacar que reconhecemos alguns pequenos erros acontecidos. Primeiramente, salientar que certa estratégia de Maryam não foi prevista em nossa análise *a priori*: a aluna considerou que a casa 28 faria parte das “casas de decisão”, conforme a Figura 6, mas não previmos que esta casa poderia ser considerada como tal. Além disso, nas anotações das alunas, notamos alguns erros de representação: a escrita de números que representam somente a quantidade de cubinhos, quando o esperado era que elas escrevessem o nome da peça; e também algumas confusões relatadas por elas na hora de escrever o nome da peça. Entretanto, um fato interessante é que estes erros aconteceram apenas na hora de escrever as ideias no papel, pois durante todo o jogo as alunas expressaram-se corretamente ao se referir às peças.

Também tivemos algumas dificuldades com o posicionamento da câmera utilizada para registrar as sessões. Para que a câmera filmasse as quatro alunas simultaneamente, ela precisava ficar um pouco mais afastada, de modo que o volume do áudio ficou baixo. Barulhos externos também prejudicaram. Além disso, como estávamos realizando a pesquisa na sala pedagógica que funciona como uma biblioteca, o fluxo de pessoas tornou-se grande em certos momentos, o que também afetou os registros de forma negativa.

Por fim, entendemos que nossa pesquisa possui limitações em virtude das variadas possibilidades de ensino e esperamos que os resultados obtidos possam contribuir para pesquisas futuras na área da educação matemática, envolvendo tópicos de geometria ou a Teoria das Situações Didáticas. Acreditamos que esta teoria associada à metodologia descrita pela Engenharia Didática dispõe de uma boa fundamentação para o desenvolvimento de aulas que visam, acima de tudo, colocar o aluno como centro de sua própria aprendizagem, concedendo a ele a capacidade de mobilizar seus conhecimentos próprios, atribuir significados a eles e associar aos diversos saberes matemáticos.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, Michèle. *Engenharia Didática*. In: BRUN, Jean. (Org.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BITTAR, Marilena. Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de matemática. In: TELES, Rosinalda Aurora de Melo *et al.* (org.). **Investigações em Didática da Matemática**. Vol. 2. Recife: Editora da UFPE, 2017. p. 101-132.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. Tradução de Elza Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pcn/livro03.pdf>>. Acesso em: 29 ago 2022.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental, Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pcn/matematica.pdf>>. Acesso em: 29 ago 2022.

_____. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 29 ago 2022.

BROUSSEAU, Guy. *Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática*. In: BRUN, Jean. (Org.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35-113.

_____. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. 1. ed. 1. impr. São Paulo: Ática, 2008.

DIOGO, Marcelio Adriano; RODRIGUES, Rosiane da Silva. Estratégias no ensino de geometria para uma estudante com deficiência intelectual. **Revista Thema**, Pelotas - RS, v. 16, n.4, p. 774-794, 2019. DOI: <http://dx.doi.org/10.15536/thema.V16.2019.774-794.1560>

DUVAL, Raymond. Las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría. Desarrollo de la visualización, diferenciaciones de los razonamientos, coordinación de sus funcionamientos. In: DUVAL, Raymond; SAÉNZ-LUDLOW, Adalira. **Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas**. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2016. p.13-60.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução Hygino Domingues. 5a ed. Campinas - SP: Editora da Unicamp, 2011.

FREITAS, José Luiz Magalhães de. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação matemática: Uma (nova) introdução**. 3.ed. revisada. São Paulo: EDUC, 2012. p. 101-132.

GABRIEL, Luciano Soares; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. O reino dos Quadriláteros: uma sequência didática para o ensino de Geometria na Educação Básica **BoEM**, Joinville-SC, v. 6, n. 10, p. 145-164, ago, 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.5965/2357724X06102018145>

GOMES, Marcelo dos Santos; SILVA, Maria José Ferreira da. Gamificação: uma estratégia didática fundamentada pela perspectiva da teoria das situações didáticas. **Horizontes – Revista de Educação**, Dourados-MS, v. 6, n. 11, p. 18-30, jan./jun. 2018. DOI: <https://doi.org/10.30612/hre.v6i11.8398>

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. O jogo e a educação infantil. *In*: _____ (org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 14. Ed. São Paulo: Cortez, 2011. p. 15 – 48.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In*: _____ (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas – SP: Autores Associados, 2006. p. 3 – 38.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Engenharia Didática. *In*: _____(org.). **Educação matemática: Uma (nova) introdução**. 3.ed. revisada. São Paulo: EDUC, 2012. p. 101-132.

MENESES, Ricardo Soares de. **Uma história da geometria escolar no Brasil**: de disciplina a conteúdo de ensino. Orientador: prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente. 2007. 172 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, São Paulo, 2007.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A *séria* busca no jogo: do lúdico na Matemática. *In*: KISHIMOTO, Tizuko Morchida (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 14. Ed. São Paulo: Cortez, 2011. p. 81 – 98.

NOBRE, Suzana; MANRIQUE, Ana Lucia. Análise de uma sequência didática envolvendo conteúdos de geometria. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.21, n.5, pp. 134-150, 2019. DOI: <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i5p134-150>.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 128p.

PASSOS, Carmem Lúcia Brancaglioni. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. *In*: LORENZATO, Sergio (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas – SP: Autores Associados, 2006. p. 57 – 76.

SILVA, Ivo Pereira da. **Matemática escolar na década de 1970**: esquecimento, abandono, gestação ou nascimento? Orientadora: Prof. Dr. Gladys Denise Wielewski. 2009. 243 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Cuiabá-MT, 2009.

TEIXEIRA, Rackel de Carvalho. **Uma maneira dinâmica de aprender área e perímetro de figuras planas a partir de situações concretas e lúdicas**. Orientador: Prof. Rigoberto Gregório Sanabria Castro. 2018. 120 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) –

Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, Laboratório de Ciências Matemáticas, Campos dos Goytacazes - RJ, 2018.

TURRIONI, Ana Maria Silveira; PEREZ, Geraldo. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. *In*: LORENZATO, Sergio (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas – SP: Autores Associados, 2006. p. 57 – 76.



Poder Executivo
Ministério da Educação
Universidade Federal do Amazonas
Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente



**APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA
 PAIS OU RESPONSÁVEIS LEGAIS**

O(A) seu(sua) filho(a) está sendo convidado como voluntário(a) a participar da pesquisa **Conhecimentos de medidas de área mobilizados por meio de sequências didáticas na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas: um estudo no 6º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública de Humaitá-AM**, sob responsabilidade da pesquisadora Débora Pereira da Costa e orientação do Prof. Me. Valdenildo Alves de Araújo.

OS OBJETIVOS E OS PROCEDIMENTOS: O objetivo geral desta pesquisa é *Compreender como os conhecimentos de medidas de área podem ser mobilizados pelos alunos por meio de sequências didáticas*, sendo objetivos específicos analisar os conhecimentos de medidas de área de retângulos mobilizados por alunos do 6º ano do ensino fundamental e verificar as possibilidades de simulações, elaboração de estratégia e conjecturas envolvendo o conteúdo de cálculo de área por meio de um jogo didático. O(os) procedimento(s) de coleta de dados serão da seguinte forma: aplicaremos as sequências de atividades elaboradas a fim de obtermos os dados para a nossa pesquisa, que será realizada em 4 (quatro) sessões de 50 min cada, na própria escola. Utilizaremos como dados para a análise as observações feitas durante a realização das atividades, as produções dos(as) alunos(as) e de gravações das sessões.

DESCONFORTOS E RISCOS E BENEFÍCIOS: Toda pesquisa com seres humanos envolve riscos e/ou desconfortos. Os riscos quanto a essa pesquisa estão relacionados às atividades desenvolvidas. Nela os/as estudantes poderão se sentir constrangidos por uma pergunta e há possibilidade de alguma dessas perguntas lhe trazer à memória fatos desagradáveis quanto às dimensões físicas, psíquicas, morais, intelectuais, sociais, culturais ou espirituais. Na tentativa de minimizar tais riscos, algumas medidas serão tomadas: as atividades ocorrerão em um local reservado da escola e a identidade dos estudantes não serão divulgadas,

Rubricas _____ (Responsável Legal)

_____ (Pesquisador)

sendo guardada em sigilo – mesmo com a publicação dos resultados. Além disso, a realização desta pesquisa poderá ser suspensa/interrompida sem nenhuma penalização, a critério do aluno ou responsável, por quaisquer motivos ou caso a pesquisa em desenvolvimento gere conflitos e/ou qualquer tipo de mal estar dentro da escola.

Dessa maneira, o participante da pesquisa que vier a sofrer qualquer tipo de dano resultante de sua participação, previsto ou não no Registro de Consentimento Livre e Esclarecido, tem direito à assistência e a buscar indenização conforme a Resolução CNS nº 510, de 2016, capítulo IV, Art. 19, parágrafo 2º; logo haverá obrigação se de reparar o dano, independentemente de culpa, nos casos especificados em lei, ou quando a atividade normalmente desenvolvida pelo autor do dano implicar, por sua natureza, risco para os direitos de outrem, conforme a Código Civil, Lei 10.406, de 2002, artigos 927 a 954, Capítulos I, "Da Obrigação de Indenizar", e II, "Da Indenização", Título IX, "Da Responsabilidade Civil".

Os benefícios esperados visam contribuir para a promoção do respeito e da valorização da diversidade. Além disso, auxiliar no processo de ensino e aprendizagem nas escolas do nosso município, visto a necessidade de diversificação no processo de ensino e as experiências de sala, pois os documentos oficiais da educação defendem que há necessidade em buscar por novas metodologias onde o aluno seja protagonista na construção de seu próprio conhecimento, principalmente através das conexões que ele estabelecerá entre este conhecimento e o seu cotidiano. Ademais, esperamos contribuir para a aprendizagem dos alunos participantes e que os resultados obtidos auxiliem futuras pesquisas e a prática de docente.

GARANTIA DE ESCLARECIMENTO, LIBERDADE DE RECUSA E GARANTIA DE SIGILO: Você será esclarecido(a) sobre a pesquisa em qualquer aspecto que desejar. Você é livre para recusar-se a participar, retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento, seja antes ou depois da coleta dos dados, independente do motivo e sem nenhum prejuízo à sua pessoa. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade ou perda de benefícios. Os pesquisadores irão tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Fotografias e filmagem do(a) aluno(a) sob sua responsabilidade somente serão feitas e divulgadas com sua autorização. Os resultados das análises das entrevistas serão enviados para você e permanecerão confidenciais. Você não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar deste estudo. Uma cópia deste consentimento informado será arquivada no Curso de Ciências: Matemática e Física

Rubricas _____ (Responsável Legal)

_____ (Pesquisador)

do Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente da Universidade Federal do Amazonas e outra será fornecida a você.

CUSTOS DA PARTICIPAÇÃO, RESSARCIMENTO E INDENIZAÇÃO POR EVENTUAIS DANOS: A participação no estudo não acarretará custos para você e não será disponível nenhuma compensação financeira adicional. Os procedimentos adotados nesta pesquisa obedecem a todos os Critérios de Ética em Pesquisa com seres Humanos conforme a resolução N° 446/2012 do Conselho Nacional de Saúde, estando sujeitos a indenização material para reparação de danos caso houver.

OUTRAS DISPOSIÇÕES: Para qualquer outra informação, o(a) Sr.(a) poderá entrar em contato com o pesquisador e com o orientador no endereço: Universidade Federal do Amazonas - Rua 29 de Agosto, 786 - Centro, CEP: 69800-000, pelo telefone: (97) 3373-1180, ou poderá entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UFAM, na Rua Teresina, 495, Adrianópolis, Manaus-AM, telefone (92) 3305-1181, Ramal 2004. Se julgar necessário, o(a) Sr(a) dispõe de tempo para que possa refletir sobre a participação do seu filho(a), consultando, se necessário, seus familiares ou outras pessoas que possam ajudá-los na tomada de decisão livre e esclarecida. Este documento (TCLE) será elaborado em duas VIAS, que serão rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término pelo(a) Sr(a) e pelo pesquisador responsável, ficando uma via com cada um.

Rubricas _____ (Responsável Legal)

_____ (Pesquisador)



Poder Executivo
Ministério da Educação
Universidade Federal do Amazonas
Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente



CONSENTIMENTO PÓS-INFORMAÇÃO

Declaro que concordo que meu(minha) filho(a)

_____ participe desta pesquisa.

Fui informada(o) dos objetivos da pesquisa acima de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que em qualquer momento poderei solicitar novas informações e motivar minha decisão se assim o desejar. Recebi uma cópia deste termo de consentimento livre e esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Humaitá - AM, ____/____/____

Assinatura do Responsável Legal

Assinatura do Pesquisador Responsável

Assinatura do Professor Orientador

IMPRESSÃO
DACTILOSCÓPICA